



COURS

DE

TOPOGRAPHIE

RECONNAISSANCES MILITAIRES

PLANS COTÉS ET LECTURE DES CARTES

DEUXIÈME ÉDITION

par

le lieutenant C. TERMONIA

RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE MILITAIRE DE BELGIQUE.

....

TOME I

Notions de géodésie. — Topographie régulière

....

BRUXELLES

LIBRAIRIE MILITAIRE C. MUQUARDT

MERZBACH ET FALK, ÉDITEURS

Libraires du Roi et de S. A. R. le Comte de Flandre

—

MÊME MAISON A LEIPZIG

—

1881



COURS

DE

TOPOGRAPHIE

RECONNAISSANCES MILITAIRES

PLANS COTÉS ET LECTURE DES CARTES

COURS

DE

TOPOGRAPHIE

RECONNAISSANCES MILITAIRES

PLANS COTÉS ET LECTURE DES CARTES

DEUXIÈME ÉDITION

par

le lieutenant C. TERMONIA
RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE MILITAIRE DE BELGIQUE.

....

TOME I

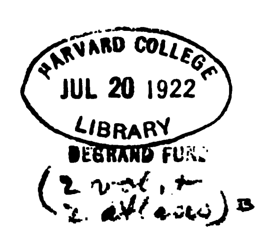
Notions de géodésie. — Topographie régulière

....

BRUXELLES
LIBRAIRIE MILITAIRE C. MUQUARDT
MERZBACH ET FALK, ÉDITEURS
Libraires du Roi et de S. A. R. le Comte de Flandre

MÊME MAISON A LEIPZIG

1881



BRUXELLES

TYPOGRAPHIE ET LITHOGRAPHIE E. GUYOT, RUE PACHÉCO, 12

PRÉFACE

Le livre que je soumets au public est une seconde édition du *Traité élémentaire de topographie et de reconnaissances militaires* que j'ai publié, en 1876, en collaboration avec mon ancien collègue et ami, M. le lieutenant A. Langlois (1), qui a bien voulu me continuer son concours éclairé dans la composition du présent ouvrage.

Cette nouvelle édition, entièrement refondue en deux volumes, a été revue avec soin, augmentée de la description d'un grand nombre d'instruments nouveaux, et complétée par l'exposition d'un cours de plans cotés qui permet de résoudre avec facilité tous les problèmes qui se rattachent à la lecture des cartes.

Ce travail est adapté au programme suivi à l'École militaire ainsi qu'à l'École de guerre, pour l'enseignement de la topographie. Il embrasse aussi le programme des examens à subir par les lieutenants d'infanterie et de cavalerie qui aspirent à l'avancement au choix.

Je me suis attaché à donner à cet ouvrage le caractère de simplicité et d'utilité pratique que doivent revêtir les livres destinés à l'enseignement.

(1) Actuellement chef de division au gouvernement provincial du Hainaut.

Le *tome I* s'occupe exclusivement des levers réguliers. Il renferme, comme introduction, des notions générales de géodésie; il donne, d'une façon très détaillée, la théorie et la pratique de toutes les opérations de la planimétrie et du nivellement après avoir décrit les instruments les plus usités dans ces opérations, ainsi que les vérifications et rectifications dont ils sont susceptibles. Il traite, enfin, du dessin graphique et du lavis, de la copie et de la réduction des plans, et résout les principaux problèmes relatifs à l'arpentage.

Pour éviter au lecteur des recherches souvent fort longues, les instruments et les théories qui nécessitent des connaissances purement scientifiques sont précédés de notions élémentaires qui dispensent le lecteur de recourir à des ouvrages spéciaux. Ainsi, par exemple, l'étude de la lunette-stadia est précédée d'un exposé des principes d'optique ayant rapport aux lentilles; l'étude de l'aiguille aimantée et des boussoles succède à des notions succinctes sur les aimants et la théorie des plans cotés fait suite à des notions générales de géométrie dans l'espace.

Toujours, à côté des principes, j'ai cherché à multiplier les considérations et les applications qui en font ressortir l'importance et qui servent à graver ces principes dans la mémoire.

Un atlas lithographié complète le premier volume.

Le *tome II*, avec son atlas, forme un traité distinct. Il comprend, dans sa première section, les levers expéditifs que les officiers de toutes armes peuvent être appelés à exécuter en garnison ou en campagne; il donne la description des instruments spéciaux employés dans ces sortes d'opérations, leur usage, le

mode de rédaction des croquis, les principes d'orientation en campagne, etc., etc.

La plus grande extension a été donnée aux mémoires descriptifs. On y trouve définis, dans le même chapitre et groupés par catégorie, les objets si variés, si multiples que l'on est appelé à relever dans les reconnaissances militaires. Ces définitions sont accompagnées de développements destinés à mettre en évidence les propriétés tactiques de ces objets, de sorte que l'ensemble de ces considérations forme une véritable *étude du terrain*, dans l'acception militaire de l'expression.

La seconde section du tome II comprend les notions fondamentales de la géométrie descriptive, la théorie des plans cotés et leurs applications aux surfaces topographiques.

Enfin, la représentation du relief du terrain et la lecture des cartes y sont détaillées avec toute l'extension que comportent ces branches importantes des connaissances militaires.

C. T.

APPRÉCIATIONS DIVERSES

FAITES DE LA PREMIÈRE ÉDITION DE CET OUVRAGE.

« ...... Je vous prie d'accepter mes félicitations, pour l'ouvrage si utile que vous venez de produire. Il m'a suffi de le parcourir rapidement pour être convaincu que sous le rapport de la méthode, de la clarté, de l'étendue et de la variété des matières, votre traité est supérieur à ceux que je connais. Il a, de plus, le mérite de la concision, si précieux pour les ouvrages destinés à l'enseignement. Vous avez suivi en cela le précepte de Franklin qui disait : *Epargnez le temps, car la vie en est faite......* »

(Lieutenant général BRIALMONT, inspecteur général des fortifications, du génie, membre de l'Académie royale de Belgique, etc., etc.)

***

« ...... J'ai pu apprécier votre excellent livre, très complet, très clair et très savant, tout en restant bien élémentaire.

Il se distingue surtout par d'éminentes qualités pratiques...... »

(J.-C. HOUZEAU, directeur de l'Observatoire royal, membre de l'Académie royale de Belgique, etc., etc.)

***

« ...... Ce livre s'adresse à tout le monde par sa clarté et sa simplicité. Il intéresse, sur beaucoup de points, les topographes pratiques par la manière approfondie et extrêmement détaillée dont les auteurs ont exposé les théories et étudié les instruments les plus en usage. C'est ce qui justifie la faveur avec laquelle il a été reçu, aussi bien parmi les praticiens civils que dans l'armée...... » (*Belgique militaire*, janvier 1877.)

***

« ...... Nous adhérons pleinement au plan de l'ouvrage et voudrions le voir adopté lors de la refonte de notre géodésie...... Le vernier y est traité

à fond...... La stadia, l'équerre, la planchette, la boussole, etc., y sont décrites avec beaucoup de développements, ainsi que tout ce qui est relatif à l'exécution des levers, au dessin des cartes et à l'arpentage...... La théorie du nivellement est exposée avec infiniment de soin, et la lecture des cartes, parfaitement expliquée...... Il est inutile, après cette appréciation, d'en dire davantage; le travail de nos frères d'armes de Belgique peut être recommandé en toute confiance...... »

(*Militair Spectator* des Pays-Bas, n° 11 de 1876.)

∴

« ...... Les auteurs exposent clairement les définitions préliminaires...... La théorie des échelles est accompagnée de problèmes sur lesquels leurs prédécesseurs ne se sont pas suffisamment étendus...... Tout ce qui se rapporte à la description et à l'usage des instruments employés dans les opérations planimétriques, est amplement développé.....

Les règles du dessin topographique sont exprimées avec clarté, précision, et rien n'est négligé pour en démontrer l'importance...... L'usage des teintes conventionnelles y est également enseigné avec le plus grand soin. Si toutes ces règles étaient observées dans le dessin des cartes, la lecture de celles-ci en serait plus prompte......

La théorie générale du nivellement est simplement exposée, de façon à être comprise de tous, sans qu'il soit besoin de notions spéciales......

La seconde partie de l'ouvrage comprend tout ce qui concerne les reconnaissances. Elle enseigne les moyens à employer pour obtenir des renseignements sur la position de l'ennemi et sur la configuration du théâtre des opérations. Cette partie est la plus utile aux officiers de troupe...... Les auteurs y démontrent, avec beaucoup de raison, que la mission importante des reconnaissances n'est pas de la compétence exclusive de l'état-major, et que les officiers de toutes armes, surtout ceux de la cavalerie, doivent s'y exercer sérieusement...... L'instruction relative aux levers expédiés avec instruments ou à vue est claire et exacte...... Nous recommandons ce livre à tous ceux qui veulent s'initier à l'étude de la topographie.

L'atlas, contenant 16 planches, forme un volume séparé, ce qui facilite le travail du lecteur, car il peut ainsi mieux suivre les démonstrations sur les figures que si ces dernières étaient intercalées dans le texte...... »

(*Rivista militar italiana*, novembre 1876.)

∴

« ...... L'ouvrage entier se distingue par sa clarté et sa simplicité......

La plus grande extension a été donnée à la lecture des cartes, chapitre si intéressant, et que, dans une grande partie du pays, on peut déjà rendre plus attrayante pour l'élève au moyen de la magnifique carte au 20000e du dépôt de la guerre.

L'arpentage et les calculs auxquels il donne lieu, la division et la transformation des surfaces ont aussi été traités avec assez de développement pour permettre à un élève un peu intelligent de se tirer d'affaire. Les problèmes de division de terrains sont nombreux.

Le nivellement est traité d'une manière très complète et très lucide, quoique concise. Les différents niveaux et éclimètres sont décrits tour à tour avec leurs divers modes d'application.

Nous croyons devoir faire remarquer aussi que les auteurs se sont attachés à indiquer les précautions à prendre, avant de se servir d'un instrument quelconque, pour en vérifier l'exactitude, et pour en corriger au besoin les défauts.

Enfin, nous recommandons vivement ce livre à nos lecteurs. Il convient autant aux élèves-ingénieurs, aux géomètres, aux agents voyers et aux professeurs qu'aux officiers de l'armée. Il mérite de figurer dans les bibliothèques communales et dans celles des écoles moyennes......

Nous terminerons en émettant un vœu : nous verrions avec plaisir les auteurs faire un livre de topographie à l'usage des élèves de nos écoles moyennes. » (*Le Progrès,* journal des instituteurs belges, n° 22 de 1877.)

*
* *

« ...... Nous voyons avec une grande satisfaction que la partie des levers irréguliers est traitée avec les développements qu'elle comporte ; pour les officiers de troupe, cette branche de leur instruction technique ne saurait être poussée trop loin. S'il est incontestable que c'est seulement en effectuant un grand nombre de levers sur le terrain que l'officier peut acquérir l'habileté nécessaire pour dresser un itinéraire, tout en suivant une colonne, il est vrai aussi qu'il lui est utile d'avoir sous la main un manuel lui indiquant toutes les conditions auxquelles doivent satisfaire le lever expédié d'un terrain et le mémoire descriptif qui l'accompagne...... »

(*Journal de la librairie militaire,* Paris, 1876.)

*
* *

« L'ouvrage dont nous nous entretenons est très substantiel, très pratique et expose avec clarté les méthodes adoptées par les différents états-majors

de l'Europe pour représenter le terrain...... En Allemagne, les ouvrages de la topographie sont généralement écourtés et consistent en simples monographies, pour la plupart. Le travail distingué de MM. Langlois et Termonia évite ce défaut, et rappelle qu'il a vu le jour dans la patrie de l'ingénieur militaire par excellence (1)......

Ce travail accuse des études très sérieuses; il fournira des indications intéressantes aux topographes pratiques, voire même aux professeurs de topographie dans les écoles de guerre. » (*Militair-Wochenblatt*, Berlin, 1877.)

∴

« ...... L'ouvrage de MM. Langlois et Termonia est très intéressant, très utile et accuse une grande compétence en la matière..... »

(*Corréo militar*, Madrid, 1877.)

∴

« ...... Nous pouvons dire que l'ouvrage en question est bien divisé, intéressant, pratique, et que la deuxième partie surtout sera très appréciée par les officiers de troupe. »

(*Journal des sciences militaires*, Paris, 1877.)

∴

« Les auteurs de cet ouvrage appartiennent tous les deux à l'armée belge. Nous avons déjà eu l'occasion, dans une autre circonstance, de rendre un hommage mérité aux savants officiers de cette armée, et de constater combien le niveau de l'instruction, par une singulière ironie du sort, y dépasse la moyenne ordinaire dans les armées des grandes puissances de l'Europe. MM. Langlois et Termonia sont de la famille des Brialmont, des Renard, des Vandevelde, des de Savoye, des Lahure. Leur *Traité élémentaire de topographie*, sous son titre trop modeste, renferme en réalité toutes les connaissances qui se rattachent à cette partie si importante des sciences militaires...... » (*Le Siècle*, Paris, 3 juin 1877.)

(1) Général B.....t.

GÉODÉSIE, PLANIMÉTRIE, ARPENTAGE ET NIVELLEMENT

LIVRE I

NOTIONS DE GÉODÉSIE

CHAPITRE I

De la forme de la terre.

I. — L'attraction est soumise à la loi suivante, qui trouve sa vérification dans les phénomènes physiques et astronomiques : *les corps s'attirent en raison directe des masses (mécaniques) et inverse du carré des distances.*

II. — La mécanique démontre que la forme sphérique est celle que doivent nécessairement affecter des particules matérielles réunies entre elles par la seule force de leurs attractions mutuelles.

La vérification expérimentale de ces résultats théoriques est facile.

Si l'on projette une goutte d'eau, de mercure ou de métal fondu sur une surface qu'elle ne mouille pas, les molécules constituantes se réunissent autour du centre de la masse commune, et la goutte liquide apparaît comme une petite sphère, légèrement aplatie parce que la pesanteur la sollicite vers la terre.

Mais si l'on parvient à neutraliser cette action extérieure, c'est-à-dire les effets de la pesanteur, pour ne laisser en présence que les seules actions moléculaires, les gouttes liquides, ainsi rendues à leur état d'équilibre, se forment en globules parfaitement sphériques.

Une expérience curieuse, due à M. Plateau, permet de réaliser très simplement cet état d'équilibre. Elle repose sur ce principe d'hydrostatique : *tout corps plongé dans un liquide perd une partie de son poids égale au poids du liquide déplacé.*

Une goutte d'huile projetée dans l'eau surnage; dans l'alcool, au contraire, elle se précipite. Mais si l'on forme un mélange d'alcool et d'eau de densité égale à celle de l'huile, celle-ci, projetée dans le mélange, restera véritablement suspendue, c'est-à-dire que la poussée neutralisera exactement l'action de la pesanteur. En ce moment, l'attraction moléculaire produit ses effets en toute liberté et le globule prend la figure sphérique annoncée par la mécanique.

Pour réussir cette expérience, on place dans le mélange, en lui donnant la position indiquée par la figure 1, un siphon se terminant en pointe et rempli d'huile. Celle-ci s'écoule doucement par la pointe, sous la forme de goutte. Petite d'abord, cette goutte grossit et peut atteindre, si l'on opère avec adresse, les proportions d'une noix ordinaire.

III. — C'est une donnée scientifique incontestable, qu'à une époque très éloignée la masse terrestre a passé par l'état liquide ou pâteux : de là, sa forme sphéroïdale (semblable à la sphère), si voisine de la figure naturelle que prend une masse fluide en équilibre.

Si la terre n'est pas de forme absolument sphérique, cela tient à deux causes principales : 1° les bouleversements géologiques; 2° la rotation du globe autour d'un axe fixe, la ligne des pôles.

1° En se reportant à l'origine de la solidification de la croûte terrestre, on se représente aisément la masse intérieure du globe laissant, par son retrait, un excès d'ampleur à l'enveloppe durcie qui, nécessairement, dut se fendiller, se crevasser et créer les accidents du sol, c'est-à-dire ces plissements qui forment nos chaînes de montagnes. Ainsi, selon l'heureuse comparaison de M. J. C. Houzeau, lorsqu'un boulet de canon vient d'être coulé et qu'il se solidifie, sa surface se couvre de rides légères; car il faut bien que l'enveloppe se plisse pour suivre le retrait du noyau. Entre ces filets de la sphère métallique et les rides qui parcourent la surface terrestre, il n'y a que la différence du petit au grand.

Malgré les inégalités gigantesques des parties solides du

globe, malgré la surélévation énorme des montagnes *au-dessus du fond des mers*, la forme sphéroïdale de la terre n'en est guère dénaturée, car le rapport entre la plus grande saillie connue et le rayon terrestre (plus de 6,000 kilomètres), est inférieur à $\frac{1}{373}$. Suivant une comparaison connue, les aspérités terrestres sont moins sensibles que celles de la peau d'une orange.

2° L'effet de la rotation a modifié plus sensiblement la forme générale du globe. En produisant la force centrifuge, il a, comme conséquence, entraîné l'aplatissement du sphéroïde sous les pôles, et son renflement, vers l'équateur.

L'expérience démontre qu'une sphère liquide animée d'un mouvement de rotation autour d'un diamètre, devient un sphéroïde aplati aux extrémités les plus rapprochées de ce diamètre.

Dans l'expérience de M. Plateau, quand on traverse le globule d'huile par une tige de métal, que l'on fait tourner lentement cette tige sur son axe, la goutte acquiert une partie de ce mouvement, dont la vitesse ira croissant. Dès que la rotation possède une certaine vitesse, le globule change de forme, s'aplatit, et l'on peut ainsi lui donner un diamètre double de son axe (1).

Une autre expérience plus simple encore et connue de tout le monde confirme ce qui précède : Prenez un ruban circulaire en acier flexible, maintenu par une tige verticale, à laquelle il est fixé à sa partie inférieure, tandis qu'à la partie supérieure cette tige le traverse à frottement doux ; si, au moyen d'un système à engrenage, vous communiquez à cet axe un mouvement énergique de rotation, vous voyez le ruban se déprimer sous les pôles et se renfler en même temps sous son équateur, cette déformation devenant d'autant plus sensible que la vitesse augmente.

(1) Si cette vitesse atteint une intensité suffisante, le renflement équatorial devient tel que la force centrifuge l'emporte sur la cohésion ; la zone extérieure se détache et forme autour de la goutte un anneau semblable à ceux qui entourent la planète Saturne (fig. 2).

En accélérant encore la rotation, des parties de l'anneau se détachent et se reforment en sphères qui, avec leur vitesse initiale de translation et de rotation, circulent autour de la masse d'origine, réalisant ainsi l'image de la formation de notre système planétaire et du double mouvement des planètes.

La forme ellipsoïdale de la terre est donc le résultat nécessaire de l'action mutuelle de ses molécules constituantes et de sa vitesse de rotation.

—

CHAPITRE II

Longitude et latitude.

IV. — La connaissance de la forme de la terre est indispensable à la confection des cartes géographiques, et les éléments qui servent à leur construction doivent être déterminés avec exactitude, afin d'éviter des erreurs dangereuses pour les voyageurs et les navigateurs.

V. — On appelle *courbe méridienne* ou simplement *méridienne* l'intersection du sphéroïde terrestre et d'un plan mené suivant la ligne des pôles. Ce plan contient naturellement l'étoile polaire (1) et il est le lieu géométrique des verticales passant par tous les points de cette méridienne.

L'*équateur* est la courbe que dessinerait, à la surface du globe, un plan passant par le centre de celui-ci et perpendiculaire à l'axe des pôles.

Les petits cercles déterminés par une série de plans normaux à l'axe sont les *parallèles;* le plus grand parallèle est donc l'équateur.

Un point quelconque de la surface de la terre se détermine par ses deux coordonnées rectangulaires, savoir le méridien et le parallèle qui s'y rencontrent.

Un méridien est connu lorsqu'on possède l'angle dièdre qu'il fait avec le *premier méridien,* c'est-à-dire avec celui que l'on prend pour origine. Cet angle se mesure par l'arc compris sur l'équateur entre les deux méridiens. Il s'exprime en degrés, minutes et secondes, de 0° à 180° vers l'*est* et de 0° à 180° vers l'*ouest*. Comptée à l'est du premier méridien, cette distance est dite *longitude orientale ;* comptée à l'ouest, elle prend le nom de *longitude occidentale*.

(1) Cette étoile se trouve, comme on sait, dans le prolongement de l'axe de la terre.

Tous les lieux situés sur un même méridien ont donc la même longitude.

En Belgique et en France, c'est le méridien de l'observatoire de Paris qui est pris pour origine. Les Allemands adoptent comme premier méridien celui qui passe par l'Ile-de-Fer, la plus occidentale des îles Canaries ; les Anglais, celui qui passe par l'observatoire de Greenwich (près de Londres).

Un parallèle se détermine par l'angle que fait, avec le plan de l'équateur, un des rayons terrestres aboutissant en un point de ce parallèle. Cette distance ou cet angle est la latitude du point considéré et se mesure par l'arc compris sur le méridien, entre le parallèle et l'équateur.

Tous les lieux situés sur un même parallèle ont donc la même *latitude*. Celle-ci s'estime en degrés, minutes et secondes, de 80° à 90°, dans chaque hémisphère.

On distingue l'hémisphère par les mots *nord* ou *boréal*, *sud* ou *austral*. C'est ainsi que Bruxelles (observatoire) est situé à 50° 51′ 11″ de latitude nord.

VI. — La terre effectuant son mouvement de rotation de l'ouest à l'est en 24 heures, un arc de 90° est décrit en 6 heures et un degré de longitude est parcouru en $\frac{24}{360^{\circ}}$ d'heure, c'est-à-dire en 4 minutes.

Il en résulte que l'*heure*, par exemple celle de *midi* (qui est marquée par le passage du plan méridien d'un lieu par le centre du soleil), arrive 16 minutes *plus tôt* pour le méridien situé à 4° à l'*est* du méridien d'origine, et 20 minutes *plus tard*, pour le méridien situé à 5° à l'*ouest*. L'heure locale est donc en *avance* dans la *longitude orientale*, en *retard* dans la *longitude occidentale*.

Bruxelles se trouvant à 2° 1′ 46″ longitude *est*, par rapport au méridien de Paris, l'heure y est en avance de $8^m 7\,{}^1/_{15}{}^s$ sur celle de Paris. Pour Nieuport, dont la longitude *est* correspond à 0° 24′ 53″, l'heure n'avance plus que de $1^m 39\,{}^8/_{15}{}^s$ sur celle de Paris. Elle retarde de $6^m 28^s$ sur celle de Bruxelles. A Arlon, la longitude orientale est de 3° 27′ 6″ ; l'heure avance donc de $13^m 48\,{}^6/_{15}{}^s$ sur celle de Bruxelles. De Nieuport à Arlon, la différence entre les heures est de $12^m 9^s$.

On peut, réciproquement, déduire la longitude relative d'un point quelconque lorsque l'on connaît la différence de l'heure marquée en ce point et de celle marquée au même moment sur le

méridien initial. Puisque 24 heures répondent à 360°, une heure d'avance ou de retard répond à 15°. Ainsi, l'heure à Bruxelles étant en avance de $8^m 7\,{}^1/_{15}{}^s$, on en conclut aisément que la longitude est *orientale* et qu'elle est égale à 2° 1′ 46″.

VII. — On vient de voir comment, à l'aide du chronomètre, on déduit la longitude d'un lieu ; la latitude se détermine astronomiquement avec la même facilité : ***la latitude est égale à l'angle de la ligne des pôles avec l'horizon de l'endroit que l'on considère.***

En effet, soit EPE′ (fig. 3bis) le méridien passant par un point A. L'axe est PP′; l'équateur, EE′; AH représente l'horizon du lieu A, c'est-à-dire la tangente, en ce point, au sphéroïde terrestre; AD est une parallèle à la ligne des pôles.

La latitude, ainsi qu'elle vient d'être définie, est mesurée par l'angle AOE; d'autre part, l'angle que fait l'axe des pôles avec l'horizon AH est OHA; or, ces angles sont égaux comme ayant leurs côtés respectivement perpendiculaires, ce qui démontre le théorème.

Dans la pratique, on substitue à l'angle OHA son égal DAH, qui s'obtient immédiatement en visant l'étoile polaire et cherchant sa hauteur angulaire au-dessus de l'horizon (1).

—

CHAPITRE III

Triangulation.

VIII. — Pour déterminer le rayon de la terre, il suffit, en supposant celle-ci parfaitement sphérique, de mesurer la plus courte distance de deux points dont les verticales font entre elles un angle connu; la division de la distance par l'angle exprime la longueur du rayon terrestre (2).

(1) Il existe diverses autres méthodes pour déterminer la longitude et la latitude d'un lieu; mais l'analyse de ces procédés sortirait de notre cadre, qui doit se restreindre à de simples notions générales.

(2) L'angle des verticales dont il s'agit s'obtient aisément, puisqu'il représente la différence des latitudes des extrémités de l'arc que l'on considère.

Mais la terre n'est pas absolument sphérique. Pour en obtenir la figure mathématique, il a donc été nécessaire de mesurer des portions de l'ellipse méridienne situées sous diverses lâtitudes. De ces mesures, on en a déduit autant de rayons de courbure qui ont permis de déterminer la valeur de l'aplatissement polaire et celle du rayon équatorial.

Onze mesures de degrés, dont neuf exécutées dans le siècle actuel, ont été comparées et calculées, ce qui a fourni les résultats suivants :

Le demi-axe équatorial ou grand rayon = 6,377,398^{m}.
Id. polaire ou petit rayon = 6,356,080.
Le rayon moyen = 6,366,739^{m}.
L'aplatissement = $\frac{1}{299}$.
Le quart de l'équateur = 10,017,594^{m}.
Le quart du méridien = 10,000,857 (1).

Pour déterminer la plus courte distance de deux points situés sur un méridien, on pourrait, à la rigueur, se servir de règles graduées et mesurer, en la parcourant, une route jalonnée dans la direction du nord au sud; mais ce n'est point là un procédé praticable dans un pays quelque peu accidenté et l'on a dû y renoncer pour adopter la méthode suivante, dite de *triangulation*.

IX. — Soient A B (fig. 4bis) l'arc à calculer;

MN, une base géodésique que l'on peut mesurer au moyen d'une règle graduée (2);

(1) Le système métrique a été établi de façon que le mètre exprimât exactement la dix-millionième partie du quart du méridien de la terre. Le mètre *légal* est donc un peu plus petit que le mètre *théorique*, mais la différence est imperceptible $\left(\frac{857}{10000}\right.$ de millimètre$\left.\right)$.

(2) La mesure de cette base est une des opérations les plus délicates et les plus importantes de la géodésie. De la précision de cette mesure, autant que de la perfection des instruments employés à l'évaluation des angles, dépend l'exactitude de toute la triangulation, puisque la longueur MN intervient comme facteur dans les calculs subséquents.

Dans les mesures de degrés de méridien, on a fait usage des règles de diverses matières : fer, acier, verre, platine, cuivre, bois.

Le choix de la matière n'est pas indifférent, car il ne suffit pas que la règle soit bien étalonnée, il faut encore que sa longueur se modifie le moins possible sous les influences atmosphériques. Les règles en bois sont sujettes à se dejeter. Celles de metal ont l'inconvénient de se dilater d'une manière notable,

A, P, Q, R, S, T, B, une série de stations élevées (clochers, tours, pyramides en charpente, etc.) qui permettent de l'une d'elles d'apercevoir les stations voisines.

Au moyen d'instruments astronomiques, on estime les angles ayant pour sommets les points de station et l'on détermine trigonométriquement, au moyen de ces données, les triangles MNQ, MQA, AQP, PQR, RPS, SRT, etc. D'autre part, on mesure les angles comme PAV, PVX, RXZ, etc., que fait la méridienne AB avec les différentes lignes reliant les stations. De cette façon, on obtient les éléments essentiels de triangles sphériques dans lesquels entrent comme côtés les différentes sections de l'arc AB : en déterminant ces sections au moyen du calcul et cumulant leurs longueurs, on connaît l'arc entier.

Comme vérification, il faut qu'une seconde base *mn*, rattachée à la triangulation et mesurée sur le terrain, ait une longueur concordant avec celle que lui attribue le calcul.

X. — Lorsque l'on n'emploie, comme on vient de le voir, qu'une seule base, la triangulation prend le nom de *chaîne*; si l'on part de deux bases très éloignées pour faire ensuite converger les opérations vers un même point, elle prend le nom de *réseau*.

par contre, il est facile de leur appliquer la correction relative à la température. Si L représente la longueur d'une règle métallique à la température T, la physique démontre que la longueur L' à la température T' est donnée par la relation

$$L' = L + a\ (T' - T),$$

a représentant le coefficient de dilatation du métal considéré.

Les deux bases de Lommel et d'Ostende, qui ont servi à la triangulation belge, furent mesurées à l'aide des règles de Bessel, prêtées par le gouvernement prussien.

L'association géodésique internationale, sous la présidence du lieutenant-général prussien Baeyer, a confié, en 1878, à M. Sainte-Claire Deville, la construction d'une règle géodésique en platine, étalonnée sur le mètre prototype exécuté à Paris.

Si l'on observe que les triangles géodésiques doivent, autant que possible, se rapprocher de la forme équilatérale afin qu'une erreur donnée sur les angles corresponde à une erreur minima sur les côtés, on comprend aisément que la longueur d'une base dépend en grande partie des côtés du triangle initial. Cette longueur varie entre 10 et 22 kilomètres. (La base qui a servi à la triangulation de la Bavière est la plus longue qu'on ait mesurée : elle est de 22 kilomètres.)

Pour former la triangulation d'un *grand pays*, on exécute d'abord, suivant des méridiens, une série de chaînes partageant la surface à lever en zones sensiblement parallèles. Ces zones sont recoupées par des chaînes perpendiculaires aux premières : on obtient ainsi un ensemble de grands quadrilatères que limitent de toutes parts des triangles. Ces quadrilatères eux-mêmes sont ensuite recoupés par de nouvelles chaînes qui servent enfin à compléter le système.

Ici, comme dans toutes les opérations topographiques que nous étudierons dans la suite, on procède du grand au petit (1).

La nature même de ces opérations a fait diviser le travail en trois catégories de triangles, qui se distinguent par leurs dimensions : on les appelle triangles du premier, du second, du troisième ordre.

TRIANGULATION DU PREMIER ORDRE. — Les triangles du premier ordre devant servir de repères aux autres, sont naturellement ceux qui exigent le plus de précision dans la détermination de leurs éléments ; plus ces triangles sont grands, moins il y a de chances d'erreurs dans les opérations, car moins il y a de points à observer pour une surface donnée ; la grandeur de leurs côtés n'est limitée que par la perfection des instruments géodésiques : elle varie entre 25 et 50 kilomètres.

Quant à la forme des triangles, elle se rapproche autant que possible, pour les motifs donnés dans la note du § IX, de la forme équilatérale. Dans tous les cas, on évite les angles inférieurs à 30° ou supérieurs à 120°.

Pour permettre les longues visées géodésiques, il faut nécessairement que les points d'observation soient très élevés au-dessus de l'horizon. En général, ce sont des tours, des clochers ; si ces signaux naturels font défaut, on élève des pyramides en charpente, terminées par un disque, qui, à longue distance, se réduit à un point.

Les signaux de nuit sont souvent nécessaires lorsque les côtés sont très grands. Ce sont de fortes lampes munies de

(1) La triangulation de la Belgique s'est faite en prenant deux bases, l'une dans la bruyère de Lommel (1852), l'autre près d'Ostende (1853). Partant de ces deux bases, les opérateurs ont cheminé l'un vers l'autre en tendant sur nos provinces un réseau de triangles géodésiques qui ont servi de canevas au lever topographique du pays.

réflecteurs paraboliques et disposées aux sommets d'un triangle au centre duquel se font les visées.

Ces sortes de signaux sont excellents parce qu'ils sont vus de très loin et que, pendant les nuits sereines, la lumière se propage sensiblement plus en ligne droite que pendant le jour (1)

Triangulation du second ordre. — Elle s'établit en s'appuyant sur le canevas formé par la précédente, afin de fixer la position d'une série de nouveaux sommets remarquables, plus rapprochés les uns des autres que ceux du premier ordre. On détermine ainsi des triangles de toutes formes, en ayant soin d'éviter encore les angles trop aigus ou trop ouverts.

Triangulation du troisième ordre. — Celle-ci a surtout pour but de remplir les lacunes laissées par les deux autres; de rattacher au système des points nouveaux en quantité suffisante pour fournir au topographe un canevas complet qui lui permette de procéder au lever des détails du terrain.

Il est à remarquer que les triangles du troisième ordre sont enclavés dans ceux des ordres supérieurs ; les opérations tertiaires, qui forment en quelque sorte remplissage, trouvent donc de nombreux repères dans celles qui les ont précédées; partant, les chances d'erreurs sont relativement restreintes. Aussi, dans ce genre de travail, emploie-t-on des instruments moins perfectionnés au point de vue de la puissance et de la précision.

XI. — Mais les deux coordonnées géographiques d'un lieu (longitude et latitude) ne suffisent pas à le fixer complètement; il faut encore obtenir son élévation relative, c'est-à-dire sa hauteur au-dessus d'une surface de niveau de comparaison, par exemple, la surface des mers que l'on suppose prolongée sous les continents.

Cette troisième coordonnée, qui affecte toujours la direction verticale (ou de la pesanteur), s'appelle l'*altitude* du lieu au-dessus du niveau de la mer.

Tel est, dans sa généralité, l'objet de la triangulation : elle fixe, par rapport à trois axes connus de situation, les positions absolues des principaux points du globe et les réunit entre eux

(1) Dans les travaux qu'exécutent en ce moment le lieutenant général Ibanez et le lieutenant-colonel Perrier pour prolonger le grand arc anglo-français sur l'Espagne et la Méditerranée, ces deux géodésiens se servent de signaux lumineux envoyés au moyen de projecteurs électriques d'une grande puissance.

par des arcs de grand cercle pour constituer un *canevas géodésique*. Cette opération est donc plus complexe qu'elle ne le paraît au premier abord, et, en définitive, elle résout complètement le problème proposé par la géodésie. Pour satisfaire entièrement à l'objet de cette science, il ne reste plus qu'à représenter sur un plan, c'est-à-dire au moyen de *cartes*, les positions relatives des points fournis par la triangulation.

—

CHAPITRE IV

Construction des cartes.

XII. — Les cartes les plus exactes sont évidemment celles qui reproduisent, à une échelle quelconque, le globe terrestre. Un globe d'un mètre de diamètre, par exemple, est précieux pour les démonstrations géographiques, mais il coûte cher et est peu commode; aussi a-t-on recours, le plus souvent, aux *mappemondes*.

Les mappemondes sont des projections de la surface terrestre sur le plan d'un méridien. Chaque hémisphère se représente sur une feuille séparée, de sorte que la réunion des deux feuilles donne l'image de toute la terre.

On distingue, d'après la position du *point de vue*, trois espèces de projections : la projection est *orthographique* si le point de vue est à l'infini; *stéréographique* si ce point appartient à la surface de la sphère, et *centrale*, s'il est au centre du globe.

1° La *projection orthographique* consiste à projeter orthogonalement tous les points de la terre sur le plan du méridien choisi pour plan principal; en d'autres termes, le point de vue est à l'infini sur une perpendiculaire au plan de projection et passant par le centre de la sphère.

Cette méthode est simple, mais elle ne fournit qu'une image très déformée du globe, notamment sur les bords de l'hémisphère. Elle ne sert plus guère qu'à la construction des cartes célestes.

2° La *projection stéréographique* ou *perspective* suppose l'œil de l'observateur placé à une extrémité du diamètre nor-

mal au plan méridien de projection, et dirigeant des rayons visuels sur tous les points de l'hémisphère opposée; l'intersection de tous ces rayons avec le plan rapportant donne la projection stéréographique de l'hémisphère.

Ce système de représentation est d'une construction facile; il projette les angles en vraie grandeur et n'altère pas trop sensiblement l'aspect général du globe, bien qu'il dilate les surfaces qui se trouvent près du bord de l'hémisphère et réduise celles du centre.

3° La *projection centrale* est rarement employée pour la construction des cartes terrestres, mais souvent pour représenter une portion de la voûte céleste. Le plan de projection est un plan tangent à la sphère, l'œil est au centre de celle-ci.

Dans cette méthode, il est facile de voir que la portion des droites projetantes, comprise entre l'œil et le plan de projection, croît bien plus rapidement que l'angle formé par ces droites et le rayon du point de contact : on ne peut donc, à l'aide d'un pareil système, représenter qu'une faible portion de la surface de la sphère, à moins de le compléter en considérant un nombre suffisant de plans tangents. On s'est, en effet, servi du cube, du dodécaèdre, de l'icosaèdre et enfin d'un polyèdre à 48 faces triangulaires, pour arriver à la solution complète du problème.

Comparaison des trois méthodes générales de projection. — Dans le système orthographique, aux environs de l'extrémité du diamètre perpendiculaire au plan de projection, les parties de la surface se rapprochent sensiblement de leurs projections, mais les projections des parties qui longent les bords sont considérablement réduites.

Dans la méthode stéréographique, le contraire se produit : les distances et les surfaces sont surtout réduites aux environs du centre, tandis que les zones voisines des bords conservent mieux leur étendue réelle.

Enfin, la projection centrale agrandit, d'une façon irrégulière, la surface à représenter puisqu'il n'existe aucun rapport dans ces accroissements.

Ces simples considérations suffisent pour établir la supériorité de la seconde méthode sur les deux autres.

XIII. — Pour dresser à une grande échelle la carte particulière d'un pays, il suffirait, si la sphère était développable, d'étendre sur un plan, à l'échelle voulue, la région que l'on a en vue,

mais il n'est pas possible d'obtenir exactement, sur un plan, à la fois la surface et la forme d'une portion de sphère.

Pour tourner la difficulté, on a eu recours à des artifices, dont voici le plus connu. A la surface sphérique de la région considérée, on substitue, sans qu'il en résulte une déformation sensible, une surface hypothétique, savoir la zone correspondante du cône circonscrit à la sphère, et ayant pour courbe de tangence le parallèle moyen de la région. Cette zone conique, qui est développable, sert de surface de projection. En plan, les parallèles deviennent des cercles ayant pour centre commun la projection du sommet du cône circonscrit. Les méridiens représentent des génératrices interceptant sur les parallèles des arcs égaux.

C'est ce système, considérablement perfectionné d'après les procédés Flamsteed, Bonne et Sanson, qui a servi à la formation de la carte générale du pays.

XIV. — La triangulation du troisième ordre, dont il a été question plus haut, constitue en quelque sorte la ligne de contact entre la géodésie et la topographie, entre le figuré géométrique d'un pays et son figuré descriptif; elle participe de l'une et l'autre de ces deux sciences. Les triangulations de précision appartenant aux deux ordres supérieurs sont du domaine des ingénieurs-géographes et des officiers d'état-major; les opérations qui s'y rattachent tiennent compte de la forme sphéroïdale de la terre et du phénomène de la réfraction.

Quand il s'agit d'une région pouvant se renfermer dans l'étendue d'un triangle du canevas géodésique (10 à 15 lieues carrées), on suppose cette région développable et on remplace la surface de *niveau vrai*, qui est celle de la terre dans sa courbure supposée sans inégalité, par son plan tangent, c'est-à-dire par un plan horizontal nommé *niveau apparent*, que l'on rattache lui-même au niveau théorique. Sur ce plan tangent, sont projetés ensuite les divers points du sol, qui se trouveront complètement fixés si l'on détermine en même temps leur altitude au-dessus du plan horizontal.

Les opérations qui ont pour objet général le remplissage des triangles du canevas géodésique, en y rapportant tous les détails de ce canevas, de manière que l'on puisse juger de la configuration d'une portion de pays très restreinte, sont des *opérations topographiques*.

XV. — La *topographie* proprement dite a donc pour but de

réunir et de décrire sur un seul plan de projection tous les objets remarquables qui constituent la figure d'un terrain (1).

Lorsque l'on n'a en vue que la détermination des projections, sur une surface horizontale, des points topographiques d'un terrain, on fait ce qu'on appelle un *lever de plan* ou la *planimétrie* de ce terrain.

Lorsqu'on veut, en outre, connaître les différences d'élévation qui existent entre les points topographiques par rapport au plan horizontal de projection, on a recours au *nivellement*.

Les opérations du nivellement permettent, avec le secours du *dessin*, de figurer sur une carte le relief du sol.

L'*arpentage* est la partie de la topographie qui a pour but d'évaluer la superficie des terrains, soit en totalité, soit par parcelles ; ou bien de la diviser en parties qui satisfassent à des conditions données.

Ces courtes explications établissent suffisamment la différence qui existe entre ces trois opérations : *planimétrie*, *arpentage* et *nivellement*, qui font l'objet du tome I.

Le tome II comprend tous les théorèmes et applications se rattachant à la théorie des *plans cotés* et à la lecture du relief figuré sur les cartes au moyen de courbes de niveau ; il traite, dans tous les détails, de la *topographie irrégulière* ou des *levers expéditifs*, avec mémoires descriptifs.

(1) Pour exécuter la carte de la Belgique, on a divisé le territoire en portions rectangulaires de 32 kilomètres de longueur sur 20 de hauteur. Ces rectangles ont eux-mêmes été divisés en huit parties comprenant une superficie de 8,000 hectares, de façon que, sur chacune d'elles, il pût se trouver plusieurs des points géodésiques déterminés comme il a été dit plus haut.

On verra dans les livres suivants comment, avec ces seules données, les officiers d'infanterie attachés à l'Institut cartographique ont pu compléter les *planchettes* et constituer la carte de la Belgique.

LIVRE II

PLANIMÉTRIE

CHAPITRE I

Définitions. — Échelles. — Différentes espèces de cartes.

§ I. DÉFINITIONS.

1. — La *verticale* d'un point se définit en topographie : Une droite passant par ce point et le centre de la terre (fig. 3).

Sa direction est donc celle du *fil à plomb*, au point considéré (1).

2. — Géométriquement, un *plan* est une surface telle que si l'on joint deux de ses points, pris à volonté, par une droite, celle-ci se trouve tout entière dans le plan.

3. — Tout plan *ab*, *cd*... (fig. 3), *perpendiculaire* à une verticale, est un *plan horizontal*.

4. — La surface des eaux stagnantes, celle des eaux tranquilles de la mer peuvent, *au moins sur une étendue restreinte*, être regardées comme *planes*; elles sont, de plus, sensiblement perpendiculaires à la direction du fil à plomb, de sorte qu'on peut les considérer comme *horizontales*.

(1) Le fil à plomb ne tend pas toujours exactement vers le centre de la terre il peut subir des déviations provenant, soit des inégalités de la surface du sol, soit d'une répartition inégale des densités à des profondeurs plus ou moins considérables.

D'ailleurs, vu sa forme presque ellipsoïdale, le globe a une infinité de centres de courbure ; les verticales des pôles et de l'équateur, seules, passent par le centre de la terre. Mais en topographie, il n'y a pas lieu de tenir compte de ces déviations qui ne sont pas assez sensibles pour altérer aucunement l'exactitude des opérations.

5. — Toute ligne *droite* ou *courbe*, tracée sur une surface horizontale, est une *ligne horizontale.*

6. — On appelle *carte*, en général, la représentation, sur une surface plane, une feuille de papier, par exemple, d'une partie de la surface terrestre. Les cartes sont de différentes espèces selon l'étendue de pays qu'elles embrassent, leur destination particulière, etc. (n° 44).

7. — On entend spécialement par *carte*, *plan* ou *lever topographique*, la représentation *détaillée* d'une portion du globe d'étendue telle que la sphéricité de la terre ne soit pas un obstacle à la reproduction, *sur un plan perpendiculaire à la verticale du lieu*, de la surface considérée (20 lieues carrées au plus). Cette représentation est à la fois géométrique et physique; on lui donnera plus ou moins d'exactitude selon le but que l'on aura en vue et les circonstances dans lesquelles on opérera.

Lorsque les formes et les détails du terrain doivent se décrire rigoureusement, on emploie des méthodes mathématiques et des instruments de précision : le lever est alors *régulier* et relève de la *topographie régulière.*

Dans certaines circonstances, une représentation approchée du terrain suffit; on opère, dans ce cas, avec plus de rapidité en employant des instruments moins compliqués, mais aussi moins précis que ceux dont fait usage la topographie régulière. Ces procédés sommaires relèvent des *levers irréguliers* ou *expédiés* et appartiennent à la *topographie des reconnaissances.* Ce genre d'opérations rentre exclusivement dans le domaine de la topographie *militaire;* à ce titre, il offre plus d'intérêt que le précédent aux officiers d'infanterie et de cavalerie. Comme son mode d'exécution repose en grande partie sur la connaissance des méthodes exactes, ainsi que sur le coup d'œil et l'expérience acquis dans l'exécution des levers réguliers, on n'arrive guère à faire rapidement et convenablement un lever expédié qu'après s'être exercé aux procédés de la topographie régulière : c'est pourquoi il convient préalablement d'étudier celle-ci.

8. — Une carte topographique, dressée régulièrement, doit permettre au lecteur d'apprécier avec facilité, promptitude et précision la position des lignes essentielles de la nature, leur disposition relative et leur longueur absolue; les dimensions

des divers objets qui existent à la surface du sol; les plis et accidents du terrain, la rapidité de ses pentes, les commandements respectifs de ses hauteurs; en un mot, sa configuration complète et détaillée. Une pareille carte est, en quelque sorte, l'*image* du terrain qu'elle embrasse; elle doit en donner une idée suffisamment fidèle, pour qu'on puisse l'identifier avec l'original sans la moindre hésitation.

9. — Les renseignements indiqués par une carte topographique sont de trois espèces; ils appartiennent : 1° à la *planimétrie*, qui fait connaître les lignes et les objets caractéristiques du terrain; 2° au *nivellement*, qui exprime les mouvements et le relief du sol; 3° à la *rédaction de la carte* ou au *dessin*, qui donne de l'uniformité aux travaux topographiques et qui en rend la lecture aisée.

Quelquefois, pour faciliter l'exécution du projet militaire qui a motivé un travail topographique, on joint, à la description *graphique*, une description *écrite* appelée *mémoire*. Un mémoire peut comporter : 1° des renseignements *topographiques* que le plan ne peut exprimer, tels que le mode de construction et l'état des routes, la nature et la position des gués, les dimensions des ponts, l'état permanent ou accidentel des marécages, etc., etc.; 2° des renseignements *statistiques* sur la nature et la fertilité du sol, les ressources des localités, etc.; 3° des renseignements *militaires*.

10. — On peut donc dire, d'une manière *générale*, que le but de la *topographie* est de traduire avec clarté tout ce qui est relatif à la *configuration détaillée* et aux *ressources* d'une très petite partie d'un pays.

L'étude des procédés employés pour représenter le terrain sur un plan doit commencer rationnellement par les opérations relatives à la planimétrie.

11. — Ainsi qu'il a été dit (n° 9), ces opérations ont spécialement pour objet la représentation, sur la carte, des lignes et des objets *caractéristiques* du terrain. Ces lignes et objets comprennent notamment :

1° Les eaux et tout ce qui s'y rapporte : aqueducs, écluses moulins, gués, îles, digues, marais, etc.

2° Les routes, chemins, sentiers, ponts, voies ferrées, etc.;

3° Les bois, bosquets, haies, arbres isolés, bruyères, broussailles, etc.;

4° Les localités et les constructions de toute nature;

5° Les ravins, fossés, escarpements, cultures, etc.

12. — En définitive, l'exécution de la planimétrie d'un lever se résume :

1° Dans la détermination des lignes et des angles du terrain ainsi que des contours des objets qui en couvrent la surface;

2° Dans le report de ces quantités, convenablement réduites, sur la feuille de papier qui doit recevoir le lever.

La *géométrie descriptive* enseigne qu'on peut figurer très exactement sur une surface plane les corps à trois dimensions; elle emploie à cette fin deux plans (géométriques) de projection : l'un vertical, l'autre horizontal. Ce mode de représentation ne peut convenir à la topographie, car les dépressions et les élévations si diverses du sol, projetées sur un même plan *vertical*, produiraient une multiplicité et une confusion inextricables de lignes.

Mais il n'en est pas de même de la projection *horizontale* de l'ensemble des points du terrain : on comprend, en effet, qu'étant donnée la projection horizontale d'un point de l'espace (c'est-à-dire le pied de la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan horizontal adopté) et son élévation au-dessus de cette surface, il est facile de retrouver la position du point considéré.

Il sera fait au tome II une théorie complète des *plans cotés*.

Pour le moment, il suffit de retenir que, dans cette partie de la géométrie descriptive, les objets sont déterminés par leurs projections horizontales, auxquelles on ajoute des chiffres ou *cotes*, indiquant la distance orthogonale des divers points de ces objets, au plan horizontal de projection ou de *comparaison*.

Un point peut occuper, par rapport au plan de comparaison, trois positions distinctes : il peut appartenir à ce plan, être au-dessus ou en-dessous. Dans le premier cas, il aura pour cote *zéro*; dans le deuxième, sa projection aura une cote *positive*; dans le troisième, elle sera *négative*.

De la connaissance du point, il est facile de passer à celle de la *droite*, puisque la position d'une droite dans l'espace est parfaitement déterminée lorsque l'on connaît exactement deux de ses points. Dans le système de représentation par plans cotés, on définit donc une droite au moyen de sa projection horizontale et des cotes de deux de ses points.

Lorsque cette droite est *horizontale*, c'est-à-dire parallèle au plan de comparaison, elle est fixée de position par sa projection horizontale et la cote de l'un de ses points, car tous ont même cote. Il en est de même, d'ailleurs, pour une courbe quelconque appartenant à un plan parallèle à celui de projection (nº 5).

Pour passer à la représentation du *plan*, on se rappellera qu'il suffit de trois points pour fixer la position d'un plan dans l'espace.

13. — Les opérations de la planimétrie sont basées sur le principe suivant : toutes les lignes reliant entre eux les divers points du terrain, sont ramenées à l'horizontalité avant d'être rapportées sur le dessin. C'est donc la projection des lieux plutôt que le terrain lui-même que l'on considère. Les lignes et les angles du terrain peuvent être diversement inclinés sur l'horizon, on les exprime telles qu'elles seraient, si chacun de leurs points s'était abaissé ou relevé, suivant la direction du fil à plomb, jusqu'au plan horizontal choisi conventionnellement comme plan de projection.

En topographie, voici comment on applique ce principe : Chacun des points caractérisques A, B, C, D... (fig. 4) est représenté sur la carte par sa *projection horizontale*, c'est-à-dire par le *pied* de la perpendiculaire (1) menée de ce point sur un plan horizontal passant, soit au-dessus du point le plus élevé, soit au-dessous du point le plus bas de ce terrain. En général, c'est ce dernier que l'on choisit afin d'éviter les cotes négatives.

Ce plan horizontal imaginaire P, P, P (fig. 4) se nomme plan de *comparaison* ou de *repère*.

Une droite AB étant déterminée par deux points A et B, sa projection le sera également en joignant, par un trait rectiligne, les projections A', B' de ces deux points.

14. — Une ligne *quelconque* Z, X, V, D tracée sur le sol aura pour projection la ligne Z', X', V', D', qui réunit les projections d'un nombre suffisant de points caractéristiques de la première.

(1) Dans les limites d'un lever topographique, la *verticale* passant par un point de la zone à décrire est sensiblement *perpendiculaire* au plan de projection ; c'est pourquoi on emploie indifféremment ici comme ligne projetante la perpendiculaire ou la verticale.

15. — Une droite AA″, perpendiculaire au plan de repère, est représentée par un *point* A′.

La projection horizontale d'une *surface* quelconque se représente par la projection des points qui la caractérisent.

16. — La distance A′H′ (fig. 4), qui sépare, sur le plan horizontal, les projections de deux points A, H, est la *distance horizontale* de ces deux points.

17. — La planimétrie exprimant les lignes et les angles naturels *réduits à l'horizon*, il en résulte qu'en général une ligne droite A′B′ (fig. 4), tracée sur la carte, ne représente pas la longueur effective de son homologue terrestre. Une ligne AY, horizontale dans la nature, sera dessinée en vraie grandeur (A′Y′) sur la carte, c'est-à-dire que, mesurée à l'*échelle* (18), elle indiquera la distance réelle qui sépare les points A, Y; mais une droite inclinée B″A aura pour projection une ligne A′B′ *plus courte* que l'originale B″A (1).

2. THÉORIE DES ÉCHELLES.

18. — Comme il est impossible de représenter en grandeur naturelle, sur le papier, la projection des objets et celle des distances terrestres, il faut opérer une *réduction* préalable de ces grandeurs, *ramenées à l'horizon*, et cela dans une proportion *constante* et *connue*. Le rapport de similitude qui doit exister entre les lignes de la carte et les projections horizontales de leurs homologues sur le terrain ou *lignes naturelles*, s'exprime au moyen de l'*échelle* du plan ou du lever. Ce rapport, qui n'influe aucunement sur la valeur et l'ouverture des angles, est le point de départ de tout dessin de cette nature; il est nécessai-

(1) On peut s'aider du fil à plomb pour se rendre bien compte de ces notions de ligne verticale, plan horizontal, projection de points, de lignes, de surfaces. Pour se les rendre plus sensibles encore, on peut, par exemple, se servir d'un morceau d'élastique que l'on fixe à ses extrémités sur une surface horizontale et qu'on soulève ensuite de manière à lui faire prendre la position MCN (fig. 5). Il sera rendu très apparent, en lâchant l'élastique, que la ligne MN, projection de MCN, n'est autre chose que la ligne MCN qui se rétrécit de manière à se réduire à la longueur horizontale MN. A l'aide de cette image, on s'expliquera facilement que la projection d'une élévation du sol serait la figure, dessinée sur le plan horizontal, de toutes ses principales lignes, si la surface du terrain était élastique et qu'elle vînt tout d'un coup à s'aplatir.

rement constant pour un même plan et doit être explicitement indiqué, pour en compléter la lucidité.

19. — La relation existant entre les lignes d'un plan et leurs homologues du terrain doit avoir une expression simple et commode, pour faciliter les opérations mentales auxquelles on doit se livrer à chaque instant lorsqu'on examine un plan. Aussi, dans les pays où le mètre est adopté comme unité de mesure (1), ne se sert-on que d'échelles *décimales*, ayant la forme d'une fraction dont le numérateur est l'unité et le dénominateur un multiple ou une puissance de 10.

Un plan dont les lignes sont, par exemple, 5000 fois moindres que les *projections horizontales* des lignes correspondantes sur le terrain, aura pour *expression de l'échelle* $\frac{1}{5000}$, et sera dit au *cinq-millième*.

Si l'on convient de représenter par un mètre de la carte des longueurs naturelles de 1000, 10000, 20000, 40000^{m}, les *échelles numériques* deviennent respectivement $\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{20000}$, etc., et sont dites du *millième*, du *dix-millième*, du *vingt-millième*, du *quarante-millième*.

20. — En prenant pour unité le millimètre au lieu du mètre, ces relations se traduisent comme suit :

Au 1.000^{e}	un mill^{tre}	de la carte représente	1.000^{mm} ou 1^{m}	du terrain ;
Au 10.000^{e}	id.	id.	10.000^{mm} ou 10^{m}	id.
Au 20.000^{e}	id.	id.	20.000^{mm} ou 20^{m}	id.
Au 40.000^{e},	id.	id.	40.000^{mm} ou 40^{m}	id.

d'où cette règle générale :

21. — *Pour connaître la longueur (horizontale) de la ligne du terrain représentée par un millimètre du papier, il suffit de séparer par une virgule les trois derniers chiffres du*

(1) Pour la Belgique, la Hollande, la France, la Suisse et l'Italie. Chacun des autres Etats de l'Europe a son unité de mesure particulière; ainsi, par exemple, pour exprimer les altitudes, l'unité de mesure est le pied de Paris (0^{m},3248) pour les cartes allemandes et la carte de l'Europe centrale de Reymann ; en Bavière, la Ruthe (perche), de 2^{m},91 ; en Autriche, le Klafter, de Vienne de 1^{m},89 ; en Danemark, le pied du Rhin (0^{m},314) ; en Angleterre, le pied anglais (0^{m},305).

Les cartes qui accompagnent « *la guerre franco-allemande* » publiée par l'état-major allemand, sont à l'échelle de $\frac{1}{25000}$ *pas* (de 0^{m},76).

dénominateur de l'échelle ; le nombre restant à gauche de la virgule exprimera, en mètres, la longueur cherchée.

22. — L'échelle numérique étant donnée, une simple opération d'arithmétique permet de passer d'une dimension graphique à la dimension horizontale correspondante sur le terrain et réciproquement. Qu'il s'agisse, par exemple, de connaître la distance séparant deux arbres, dans la campagne, l'échelle étant $\frac{1}{10000}$. Ce rapport signifie (no 21) qu'un millimètre sur la carte représente une projection linéaire de 10^m; si l'on trouve, à l'ouverture de compas donnant l'intervalle des deux points considérés, une longueur de 43^{mm}, il suffit de multiplier 43 par 10^m, pour avoir la distance horizontale des deux arbres (soit 430^m).

Inversement, veut-on, à la même échelle numérique, calculer la longueur représentative d'une projection naturelle de 430^m? On l'obtient, exprimée en millimètres, en divisant 430 par 10, ce qui donne 43^{mm}.

23. — Le lecteur déduira aisément, de l'examen de ces deux cas particuliers, la règle générale à employer pour passer du dessin à l'original, et réciproquement. Cette règle a d'ailleurs peu d'importance parce que les échelles doivent toujours être représentées *graphiquement* sur les plans (1), en même temps qu'elles y sont définies en chiffres. On évite ainsi tout calcul, et il suffit d'une simple application du compas sur la carte pour résoudre les deux problèmes précédents.

Construction et usage de l'échelle graphique simple.

24. — La construction d'une *échelle graphique* simple se réduit à trouver, en centimètres et millimètres, la longueur qui doit représenter, sur le papier, une longueur déterminée du terrain. On arrive à ce résultat en se servant de la fraction qui exprime l'échelle du dessin. Soit à construire l'échelle simple d'une carte au $\frac{1}{5000}$. Ce rapport indique (n° 21) qu'un millimètre est la représentation graphique de 5^m. Cherchons quelle sera, sur le papier, la grandeur représentative de 100^m sur le terrain :

5^m sur le terrain	ont pour valeur	graphique	$0^m,001$;
10^m	id.	id.	$0^m,002$;
100^m	id.	id.	$0^m,020$.

(1) Ordinairement dans la marge inférieure du cadre qui limite la carte.

Connaissant cette quantité, on opère comme suit : tracer une droite indéfinie; prendre vers l'extrémité gauche un point A (fig. 6), qui sera l'origine des distances marquées sur l'échelle; à partir de ce point A, porter de gauche à droite la longueur $0^m,02$ qui représente l'hectomètre; inscrire le chiffre zéro au-dessus du point d'origine, et le chiffre 100 au-dessous du point S; porter $0^m,02$ à partir du point 100 et vers la droite ; graduer ce troisième point, 200 ; continuer cette opération pour obtenir les points 300, 400, 500..., etc. (1).

A l'aide de la figure ainsi construite, on ne peut évaluer que les longueurs représentant un nombre exact d'hectomètres. Afin de pouvoir apprécier les décamètres et les mètres, on porte, à partir du point zéro et vers la gauche, la longueur AC qui représente 100^m, et on la divise en dix parties égales, chacune de ces subdivisions exprimant ainsi 10^m. Ces nouvelles subdivisions pourraient se numéroter 10, 20.... 90, 100^m, en procédant de droite à gauche; mais généralement, pour éviter une confusion de chiffres, on conserve seulement, comme repères, les graduations 50 et 100.

25. — Quant à l'évaluation des unités simples, on l'obtiendrait en divisant CD en dix parties égales; mais, dans la plupart des cas, cette division se fait difficilement et ne peut être d'aucun secours dans la pratique à cause du rapprochement confus des traits; c'est pourquoi les quantités inférieures à 10^m s'évaluent ordinairement par estimation.

26. — USAGE DE L'ÉCHELLE SIMPLE. — L'échelle construite, on l'emploie à la mesure des distances, de la manière suivante : ayant mesuré sur la carte, avec un compas, la longueur que l'on veut connaitre, on porte la pointe de gauche sur le zéro (fig. 6) et l'on pose celle de droite sur la ligne de l'échelle. Cette pointe tombera généralement entre deux graduations; admettons, par exemple, que ce soit entre 300 et 400. Cela nous indique que la longueur cherchée est comprise entre 300 et 400^m. Pour apprécier la fraction d'hectomètre, plaçons la pointe de droite sur le trait 300 et supposons que la pointe de gauche arrive en K; le simple examen de la figure montre que l'ouverture de compas, si l'on estime $RK = 8^m$, correspond à une longueur de 368^m.

(1) On donne ordinairement à l'échelle une longueur totale égale à la moitié de la diagonale du dessin.

Pour prendre sur l'échelle considérée une distance de 385^m, par exemple, la pointe de gauche se placerait en P, sur le point 85, et celle de droite sur le trait 300.

27. — *Application.* Un chef de poste voulant repérer, en prévision d'une attaque, les abords et les flancs de la position qu'il occupe, peut, s'il sait lire une carte, déterminer rapidement *sur le terrain* la distance du poste aux points remarquables situés en avant et latéralement. S'il veut, par exemple, connaître les points au delà desquels son feu sera inoffensif, il lui suffira, avec une ouverture de compas convenable, soit de 800^m, de décrire des circonférences ayant respectivement pour centres les extrémités et le point milieu de la position occupée.

Échelle à transversales ou des dixmes.

28. — On vient de voir que, dans la généralité des cas, l'échelle métrique simple ne donne, *exactement*, que deux espèces d'unités : soit les centaines et les dizaines de mètres, soit, lorsque le dénominateur de l'échelle est considérable, les unités de mille et de centaines. Quand il s'agit d'obtenir des unités dix fois plus petites, on fait usage d'une échelle appelée, pour ce motif, *échelle des dixmes*, c'est-à-dire échelle des dixièmes, plus connue sous le nom *d'échelle à transversales*. Les échelles de ce genre s'adaptent notamment aux *cartes-minutes*, c'est-à-dire à la traduction graphique qui se fait au crayon, sur le terrain, au fur et à mesure des opérations topographiques. Elles peuvent généralement rendre la longueur d'un mètre avec assez de netteté et donnent, par suite, plus de précision aux opérations de la planimétrie.

29. — Voici comment, par exemple, se dresse une échelle à transversales ayant pour expression $\frac{1}{10000}$ (sur laquelle 10^m du terrain sont représentés par 0^m,001 sur le papier) :

On trace (fig. 7) onze lignes parallèles au bord inférieur du cadre de la feuille et d'un écartement arbitraire, mais uniforme (0^m,002 à 0^m,003); sur la ligne inférieure, on construit une échelle simple, comme il a été dit plus haut. Par les points 0, 100, 200, 300... ainsi obtenus, se conduit une seconde série de droites, parallèles entre elles, et dans une direction qui, pouvant être quelconque, est le plus souvent perpendiculaire à AB

(cette perpendicularité ayant pour but de rendre les points d'intersection plus nets).

On complète le réseau en joignant respectivement les points 0, 10, 20, 30... de AC avec les points 10, 20, 30, 40... de A'C'. Il se forme ainsi un système de *transversales* interceptant, sur les droites parallèles à CB, des longueurs égales à dix mètres.

30. — Les triangles semblables A'AD, EAF donnent :

$$A'D : EF = A'A : AE.$$

Mais la droite A'A étant divisée en dix parties, et AE comprenant neuf de ces parties, on a

$$A'A : AE = 10 : 9\,;$$

d'où
$$A'D : EF = 10 : 9\,;$$

ou bien
$$EF = 9 \times A'D : 10.$$

On trouverait pareillement

$$GH = 8 \times A'D : 10,$$
$$LK = 7 \times A'D : 10.$$

Par conséquent, si $A'D = 10^m$, les quantités EF, GH, LK.... seront respectivement égales à 9, 8, 7..... mètres. Cette conclusion justifie la graduation placée sur la perpendiculaire AA'.

31. — Usage de l'échelle a transversales. — Soit à rapporter sur le papier une longueur naturelle dont la projection est de 245^m. On met la pointe gauche du compas sur N, point d'intersection de la parallèle graduée 5 avec la transversale des dizaines graduée 40, et l'on ouvre l'instrument de manière que l'autre pointe vienne en P; la longueur pincée NP représente 245^m. En effet, $PS = 200^m$, $RS = 5^m$, $RN = 40^m$; d'où $NP = 245^m$.

Pour avoir la réduction de $245^m,50$ à cette échelle, on procède comme il vient d'être dit, mais en prenant la mesure sur une parallèle N'P', que l'on estime, à vue, être à égale distance des parallèles 5 et 6. En effet :

$$P'T = 200^m, TU = 5^m,50,\ UN' = 40^m\,;\ \text{d'où}\ N'P' = 245^m,50.$$

32. — Soit à évaluer, au moyen de l'échelle, la dimension naturelle qui correspond à une ouverture de compas donnée. On fait glisser parallèlement à CB (fig. 7) la ligne des pointes du compas, celle de droite parcourant une transversale à cen-

taines; au moment où l'autre pointe rencontre une transversale à dizaines, on arrête la marche de l'instrument.

Les mètres sont donnés par le numéro de la parallèle sur laquelle repose le compas; les décamètres et les hectomètres, par la graduation des *transversales* qui se trouvent en contact respectivement avec la pointe gauche et celle de droite.

Si, en opérant de la sorte, on a enserré l'intervalle *sr*, on en conclut que la distance à estimer est de 362^m (1).

Voici, comme exercices, quelques problèmes sur l'emploi des échelles.

Problèmes relatifs aux échelles.

33. — Problème I. *Une carte ne porte pas l'indication de l'échelle qui a servi de base au lever, retrouver l'échelle.*

Rien de plus facile si l'on est sur le terrain du lever : il suffit de mesurer une ligne naturelle qui soit la plus longue possible et à peu près horizontale, et de diviser la longueur obtenue par celle qui y correspond sur le plan; on obtient ainsi le dénominateur de l'échelle cherchée. Si le quotient de cette division est 10,000, cela signifie que les dimensions du terrain sont 10000 fois plus grandes que leurs homologues du plan topographique; partant, l'échelle aura pour expression $\frac{1}{10000}$.

Lorsque l'on connaît d'avance la distance horizontale entre deux points représentés sur la carte, on peut évidemment se dispenser du mesurage dont il vient d'être question, et il n'est pas nécessaire, dans ce cas, de se rendre sur le terrain.

34. — Ce problème peut se résoudre aussi en déterminant la longueur d'une droite non horizontale, sauf à réduire, par un des moyens que l'on connaîtra bientôt, cette longueur à l'horizon.

Les bornes kilométriques indiquées sur une carte, par exemple le long d'une voie ferrée, permettent, d'après ce qu'on vient de lire, de retrouver l'échelle : on cherche deux de ces bornes sur une partie *horizontale* (2) et rectiligne de la voie, et l'on en

(1) La combinaison des transversales est fort ancienne. En 1573, Thomas Digges en attribua l'invention à Cautzler ; d'autre part, Tycho-Brahé dit s'en être servi pour ses instruments dès 1572.

(2) On a vu au n° 17 que les seules droites horizontales sur le terrain sont traduites en vraie grandeur sur la carte.

Quant à l'horizontalité de la partie en question de la voie ferrée, elle se constate très approximativement au moyen des *courbes de niveau* dont il sera parlé au tome II.

rapporte l'intervalle au double décimètre. Supposons que l'on trouve 0m,05. On dira : Si 0m,05 sur le papier représentent 1000m sur le terrain, 0m,01 représente 200m, et 0m,001, 20m. Or la règle générale du no 21 donne dans ce cas une échelle de $\frac{1}{20000}$.

35. — PROBLÈME II. *Quelle est la superficie d'un terrain dont le plan, de forme rectangulaire, mesure, comme les feuilles (au 40000e) de l'Institut cartographique militaire,* 0m,80 *de largeur sur* 0m,50 *de hauteur ? L'échelle est du quarante-millième.*

A cette échelle	0m,001	représente	40m (no 21),
Id.	0m,100	id.	4000m,
Id.	0m,500	id.	20000m.

On trouverait de même que 0m,80 représentent 32000m. La base et la hauteur du cadre sont donc respectivement de 32000 et de 20000m. Le produit de ces deux dimensions donne la superficie demandée, soit 64000 hectares.

36. — PROBLÈME III. *Un des côtés d'une feuille de papier rectangulaire mesure* 0m,50; *quelle sera la longueur de l'autre côté, en admettant qu'on doive lever, sur cette feuille, une superficie de* 64000 *hectares, à l'échelle du quarante-millième ?*

A cette échelle, le côté connu représente 20000m sur le terrain; si donc on divise 640000000m.c. par 20000m et si l'on réduit le quotient à l'échelle donnée, on a 0m,80 pour le côté cherché.

37. — PROBLÈME IV. *On connaît la surface d'un polygone quelconque tracé sur une carte, déterminer l'expression de l'échelle à laquelle cette carte a été construite ?*

La solution de ce problème repose sur le théorème suivant :

Les surfaces des polygones semblables sont entre elles comme les carrés des côtés homologues.

Soit ABCDE (fig. 8) le polygone donné.

Construisons sur AE une échelle *quelconque*, du dix-millième, par exemple, et calculons la surface ABCDE en rapportant les différents côtés AB, BC, CD, DE, à cette échelle hypothétique.

En appelant Q la surface obtenue par ces calculs, et S, la surface donnée, on aura (le côté AE étant supposé égal à 150m, lorsqu'on le rapporte à l'échelle du $\frac{1}{10000}$) :

$$Q : S :: (150)^2 : \overline{AE}^2 \quad (a);$$

d'où l'on tire $AE = \sqrt{S \times 150^2 : Q}$.

Connaissant AE en fonction du mètre et aussi sa longueur graphique, on détermine facilement l'expression de l'échelle cherchée (nº 18).

38. — *Application.* La superficie du rectangle ABCD (fig. 9) est de 20000^{mc} ; CD a pour longueur graphique $0^m,02$ et AD, $0^m,01$. Supposons pour un instant que le polygone ABCD ait été levé au 5000e.

A cette échelle, $0^m,001$ représente 5^m (nº 21),
Id. $0^m,010$ id. 50^m,
Id. $0^m,020$ id. 100^m;

ce qui donnerait pour la surface du rectangle $100^m \times 50^m = 5000^{mc}$.

Par conséquent, en appliquant la proportion (*a*) ci-dessus, on obtient :

$$20.000^{m.c.} : 5000^{m.c.} = \overline{CD}^2 : 100^2 ;$$

d'où

$$CD = \sqrt{10000 \times 20000 : 5000} = \sqrt{40000^{m.c.}} = 200^{m.}.$$

Partant, l'expression de l'échelle cherchée devient :

$$\frac{CD}{200} = \frac{0^m,02}{200} = \frac{0^m,01}{100} = \frac{1}{10000}$$

39. — Problème V. *Rétablir, par une opération graphique, l'échelle d'un plan sur lequel on a tracé un triangle dont on connaît la surface.*

Représentons le triangle donné par ABC (fig. 10) et par S, sa surface. On a

$$S = AC \times \frac{BD}{2},$$

BD étant la hauteur du triangle donné.

Prenons (fig. 11) FG = CA et GH = BD : 2; sur FH comme diamètre traçons une demi-circonférence FKH ; en G, élevons une perpendiculaire GK. On obtient :

$$\overline{GK}^2 = FG \times GH = AC \times BD : 2;$$

c'est-à-dire que GK est le côté du carré équivalent à la surface

du triangle donné. Pour avoir la valeur de GK en fonction du mètre, il suffira d'extraire la racine carrée de S. Cette opération faite, l'échelle est connue ; pour la construire, on divise GK en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans la racine obtenue.

40. — PROBLÈME VI. *A quelle échelle doit-on opérer, pour qu'une surface de* 64000 *hectares soit contenue dans un cadre de* $0^m,80$ *sur* $0^m,50$?

Supposons que cette échelle soit du 10000e. D'après cette hypothèse, la surface représentée par le rectangle $0^m,80 \times 0^m,50$ serait 4000 hectares. L'échelle du 10000e ne satisfait donc pas à la question.

Appelons x le dénominateur de l'échelle cherchée et posons, d'après ce qui a été dit (n° 37),

$$64000 \text{ hect.} : 4000 \text{ hect.} = (x \times 0^m,50)^2 : (0^m,50 \times 10000)^2.$$

En résolvant cette proportion par rapport à x, on trouve que l'échelle cherchée est du 40000e.

Approximation des mesures prises sur une échelle.

41. — On admet assez généralement, *en ce qui concerne les levers d'école*, que $0^m,0002$ est la plus petite longueur qui puisse être appréciée, soit à la simple vue, soit au compas. Cependant, comme il est plus facile de diviser un millimètre en quatre parties égales qu'en cinq, il paraît préférable d'arrêter à $0^m,00025$ l'approximation accessible au compas.

Cette longueur-limite de $0^m,00025$ est donc l'erreur *probable* qui peut affecter la représentation graphique de toute dimension naturelle.

Partant de ce principe que toute précision inutile est sans mérite et même nuisible en ce sens que, pour l'obtenir, on dépense inutilement du temps, il peut être nécessaire, avant de commencer un lever, de déterminer la longueur du terrain qui correspond à la quantité-limite en question.

En se reportant au n° 21, on trouve que $0^m,00025$ représente : $0^m,25$ à l'échelle du centième ; $1^m,25$ à l'échelle du cinq-millième ; $2^m,50$ à l'échelle du dix-millième ; 10^m à l'échelle du quarante-millième, et 20^m à l'échelle du quatre-vingt-millième.

De sorte qu'à l'échelle du $\frac{1}{40000}$, par exemple, *si l'on n'a en vue*

que l'exactitude graphique, la quantité négligeable dans la détermination des distances sur le terrain peut être de 10^m. Deux longueurs naturelles différant d'un décamètre auront, en opérant à cette échelle, des dimensions graphiques ***sensiblement égales***.

Veut-on connaître l'échelle-limite à laquelle il faut opérer pour n'avoir pas à tenir compte, dans la mesure des distances, d'une erreur de 2^m ? On dit : à cette échelle, $0^m,00025$ représente 2^m, donc $0^m,001$ représente 8^m : on opérera par conséquent au 8000ᵉ.

Plus le dénominateur d'une échelle est considérable, moins sensibles sont les erreurs provenant des mesurages. Il en résulte que les imperfections de tel ***diastimètre*** (1) susceptibles d'altérer l'exactitude des mesures, dans un lever au 5000ᵉ, par exemple, peuvent être insensibles dans un lever au 10000ᵉ, au 20000ᵉ....

42. — PROBLÈME — ***Deux droites NB, CD*** (*fig.* 12) ***concourent en un point K situé vers la droite du dessin ; à quelle distance de C doit se trouver ce point K, pour que NB, CD puissent être considérées comme graphiquement parallèles?***

Soit XD une droite exactement parallèle à NB. Pour supposer les droites NB, CD graphiquement parallèles, il faut que la longueur XC soit inférieure à $0^m,00025$, quantité que nous avons admise comme étant inappréciable dans la pratique des d'école.

Les triangles semblables NKC, XDC donnent : CK : CD = NC : XC.

Prenons $NC = 0^m,015$, $CD = 0^m,020$, $XC = 0^m,00025$, et nous aurons pour la longueur cherchée CK :

$$CK = \frac{0^m,015 \times 0_m,02}{0^m,00025} = 1^m,20$$

Ce problème conduit à cette conclusion : que l'***on peut avec la règle seule, sans le secours de l'équerre, tracer des droites parallèles***.

43. — ***Observations***. On conçoit que certains détails du terrain ne peuvent être réduits exactement à l'échelle, sous peine de devenir imperceptibles. Au 40000ᵉ, par exemple, il faudrait

(1) On nomme *diastimètres* les instruments qui servent à mesurer la distance de deux points du terrain.

exprimer la largeur d'une route de 8^{m}, par $0^{m},0002$ et celle d'un ruisseau de 4^{m}, par $0^{m},0001$.

De là l'obligation de recourir à des conventions pour exprimer, d'une manière bien apparente, la largeur des chemins, des cours d'eau, des haies, etc., etc. Il existe donc, pour les plans dessinés à une *petite échelle*, une véritable échelle de convention destinée à représenter *certains* détails du terrain, et qui est employée conjointement avec l'échelle de base (*voir* les signes conventionnels, chapitre V).

Les cartes imprimées éprouvent, par suite du mouillage que doit subir le papier avant l'impression, un léger retrait altérant quelque peu leur échelle graphique. Cette altération, toutefois, n'a lieu que *dans la relation de l'echelle numérique avec l'échelle graphique* et non dans la relation de cette dernière avec le dessin. Celui-ci, pour peu que le papier soit homogène, varie de dimensions dans la même proportion que son rapporteur linéaire. Les résultats obtenus dans la mesure des distances, en se servant de l'échelle graphique, restent donc toujours l'expression de la vérité.

Le retrait résultant du mouillage étant variable selon la qualité du papier, il en résulte que l'échelle graphique d'une carte imprimée ne peut servir, qu'avec une certaine approximation, a évaluer les distances sur une autre carte établie à la même échelle.

§ 3. CHOIX D'UNE ÉCHELLE. — DIFFÉRENTES ESPÈCES DE CARTES.

44. — Lorsqu'on se propose de faire un lever, il faut d'abord arrêter la relation qui doit exister entre les lignes du terrain et celles qui les représentent sur le papier.

L'échelle se choisit de manière à pouvoir exprimer, sur le plan, des détails plus ou moins petits, selon le but que l'on a en vue en exécutant le travail. Plus les détails a accuser seront minimes, plus l'échelle devra être sensible, c'est-à-dire avoir un dénominateur peu considérable. Pour dresser, par exemple, un projet de fortification, de route, de chemin de fer, etc., on emploie une *grande* échelle ; s'agit-il seulement d'indiquer, d'une manière générale, les voies de communication, les cours d'eau, les lieux habités, etc., on établit la carte a une *petite* échelle.

45. — Au point de vue des échelles, les cartes peuvent se classer en cartes ***générales***, ***topographiques*** et ***intermédiaires*** ou ***chorographiques*** (1).

Les premières sont dressées à des échelles comprises entre $\frac{1}{160000}$ et $\frac{1}{500000}$; les deuxièmes, à des échelles inférieures à $\frac{1}{40000}$; les troisièmes, à celles comprises entre $\frac{1}{40000}$ et $\frac{1}{160000}$. Voici, au surplus, une nomenclature détaillée des échelles les plus usitées :

Au 1000e. — Lever d'un front de fortification. — Détails des attaques d'un ront depuis les débouchés de la dernière parallèle. — Profils en long des routes et plans terriers.

Au 5000e. — Plans directeurs des places de guerre. — Lever des places fortes, des villes. — Fortification de campagne. — Échelle des cartes à employer pour les exercices analogues à ceux du *Kriegspiel* des Allemands. — Plan de Bruxelles en quatre feuilles (Institut cartographique militaire).

Au 10000e. — Topographie très détaillée d'un pays de médiocre étendue. — Plans des places et de leurs environs. — Carte des circonvallations et des contrevallations. — Reconnaissances spéciales n'embrassant pas une étendue considérable de terrain. — Campement d'une division.

Au 20000e. — Reconnaissance d'une frontière. — Itinéraires pour une journée de marche. — Opérations et campement d'une armée. — Croquis d'un champ de bataille. — Carte d'investissement des places. — Carte de la Belgique, photo-lithographiée et en noir, en 433 feuilles. — Carte spéciale du camp de Beverloo

Au 25000e. — Grande carte de la Prusse avec courbes de niveau. — Carte de la Hesse électorale.

Au 40000e. — Carte d'ensemble d'une frontière. — Lignes défensives avec les places fortes qui s'y rattachent. — Carte de la Belgique, gravée sur pierre en 72 feuilles, — Echelle des minutes de la nouvelle carte de France. — Bruxelles et ses environs en une feuille (Institut cartographique militaire).

Au 50000e. — Carte de la Bavière, des Iles britanniques, de Hohenzollern, de quelques cantons de la Suisse, du Piémont, de l'île d'Elbe et de la Hollande

Au 63360e. — Carte d'Irlande.

Au 80000e. — Carte d'ensemble d'une grande frontière. — Échelle adoptée pour la gravure de la nouvelle carte de France. — Carte du Danemark.

Au 86400e. — Carte de France, dite de l'Académie, levée par ordre du gouvernement (1744), sous la direction de Cassini, de Thury, Camus et Montigny. Elle comprend 160 feuilles. — Carte topographique de la haute et moyenne Italie, moins le Piémont.

Au 100000e. — Carte de la Suisse, publiée par le général Dufour. — Cartes du Portugal et de l'île de Corse. — L'état-major italien va commencer la publication d'une carte du royaume, au 100000e.

(1) Une ancienne locution les classe encore en *carte à grand point* ou *à petit point* suivant qu'elles renferment beaucoup ou peu de détails.

Au 126000e. — Carte topographique de la Russie.

Au 160000e. — Carte d'ensemble de la Belgique, avec et sans courbes de niveau (4 feuilles).

Au 200000e. — L'*Europe centrale*, du capitaine Reymann et de Liebnow. — Carte de la Grèce.

Au 250000e. — Cartes des provinces napolitaines.

Au 300000e. — L'*Europe centrale* dressée au 576000e par le colonel autrichien Schéda, et agrandie au 300000e par l'héliogravure.

Au 424000e. — Nouvelle carte de la Russie, dite de l'état-major.

Au 600000e. — Carte de l'Italie supérieure et centrale.

Etc., etc.

46. — En dehors de la classification précédente, il existe d'autres cartes portant des dénominations spéciales, selon les besoins particuliers auxquels elles répondent.

Lorsque les cartes indiquent exclusivement les élévations du sol au-dessus des plaines, elles sont appelées *orographiques*.

47. — Elles sont dites *hydrographiques*, s'il y est principalement question de cours d'eau, soit naturels, soit artificiels.

48. — Il est difficile de séparer les élévations du terrain de ses dépressions, d'envisager les hauteurs sans considérer les cours d'eau ; c'est pourquoi les cartes *oro-hydrographiques* ou *physiques* sont plus répandues que les précédentes.

49. — Quand le but principal d'une carte est de faire connaître l'ensemble des voies de communication qui sillonnent une contrée, elle reçoit le nom de carte *routière*.

50. — Les cartes *marines* sont spécialement destinées à représenter les côtes de la mer, les sondes indiquant la profondeur des eaux, les bancs de sable, la loxodromie (1), etc.

51. — Les cartes *politiques* et *administratives* indiquent les

(1) On appelle *loxodromie* (chemin oblique) la courbe particulière que parcourent les navires pour se rendre d'une côte à une autre. Cette courbe est différente d'un arc de grand cercle ; ce n'est donc pas le chemin le plus court. Sa propriété caractéristique est de couper sous le même angle tous les méridiens qu'elle rencontre. Les cartes marines sont dressées de façon à renseigner immédiatement cet angle lorsqu'on joint par une droite le point de départ du navire au point d'arrivée

L'angle une fois connu, on agit sur le gouvernail de façon que l'aiguille aimantee de la boussole fasse constamment, avec l'axe longitudinal du navire, un angle égal à celui de la loxodromie (en tenant compte, bien entendu, de la déclinaison magnétique. (Voir nos 207 et suivants.)

limites conventionnelles établies pour séparer les États, les divisions et les subdivisions de chaque pays sous le rapport civil, militaire, judiciaire, maritime, etc.

52. — Les cartes dessinées à grands traits largement accentués, comme celles qui sont peintes sur les murs intérieurs de certaines gares de chemins de fer, sont dites *murales*.

53. — Les cartes *en relief* sont des représentations plastiques des formes générales et caractéristiques du terrain. Elles ne sont guère employées que pour l'enseignement *élémentaire* de la topographie et de la géographie.

54. — Les cartes *historiques*, *statistiques*, *botaniques*, *minéralogiques*, *géologiques*, *forestières*, *cadastrales*, *etc.*, ont leur destination particulière suffisamment indiquée par ces dénominations.

55. — On désigne plus spécialement sous le nom de cartes *militaires* celles qui expriment, avec exactitude, le relief du terrain et qui représentent tous les détails dont la connaissance est nécessaire pour combiner et exécuter les opérations militaires. Pour l'étude ou la préparation d'un plan de campagne, il suffit que la carte renseigne les routes, les rivières, les voies ferrées, l'emplacement des localités, les formes *générales* du sol ; mais lorsqu'il s'agit de petites opérations, il faut plus de détails. Ici, le moindre pli de terrain, le plus petit ruisseau peuvent acquérir, à un moment donné, une grande importance, par exemple au point de vue de l'offensive ou de la défensive. C'est de ces cartes qu'il a été spécialement question au n° 7. La topographie, ramenée à ces limites, a été définie précédemment (n° 10) et servira de base à ce *traité*.

CHAPITRE II

Instruments et moyens propres à mesurer les distances et à les rapporter sur le papier.

---

§ I. LA RÈGLE, L'ÉQUERRE ET LE COMPAS.

56. — Les opérations de la planimétrie consistent, en définitive, à déterminer des longueurs et des angles et à les rapporter

sur le papier. Ce chapitre et le suivant vont exposer les moyens propres à atteindre ce but.

Les premiers instruments dont on doit connaître l'usage et la vérification sont ceux qui servent aux constructions graphiques, c'est-à-dire la règle, l'équerre, le compas et le rapporteur angulaire. (Ce dernier instrument sera étudié aux n°s 162 et suivants.)

La règle.

57. — La *règle* employée par les dessinateurs doit être mince, flexible, terminée par des arêtes droites, bien vives et parallèles; comme elle n'est pas toujours bien dressée et que de plus elle se déforme facilement, la vérification en est souvent nécessaire (1).

La vérification d'une règle en l'ajustant à l'œil n'offre pas les garanties suffisantes; voici un moyen plus rigoureux et indépendant du coup d'œil : Tracer une ligne très fine le long de l'arête ASZ à vérifier (fig. 13). — Retourner la règle en AZRP de manière que la même arête se présente à ZSA. — Tracer un second trait ATZ. S'il ne coïncide pas avec le premier, on fait rectifier l'instrument.

On peut, avec la règle *seule*, mener des droites parallèles entre elles (n° 42).

Un dessinateur doit être pourvu de plusieurs règles de longueurs différentes, afin de ne pas s'astreindre à manier inutilement un instrument d'une dimension incommode.

L'équerre.

58. — Les équerres sont en bois ou en cuivre et doivent avoir exactement la forme d'un triangle (fig. 14).

Vérification de l'angle droit. Placer l'arête HK (fig. 15) contre une règle vérifiée RR. — Tracer une ligne très fine le long de HG. — Retourner l'équerre dans la position HK'G'. — Si la coïncidence de HG' et de HG n'a pas lieu, l'angle dessiné

(1) Les règles en bois de poirier ou de pommier bien desséché sont celles qui conservent le mieux leurs formes.

Il en est de même pour les équerres.

en G'HG représente le double de l'excès de l'angle droit sur GHK.

59. — L'équerre considérée KHG, quoique fausse, peut servir à élever une perpendiculaire à une droite donnée. En effet, si dans les deux positions adjacentes GHK, G'HK' de la figure, on trace les lignes IK, IK', il est clair qu'il suffira de joindre les points I et H pour avoir une perpendiculaire à la ligne RR.

60. — *Usage de l'équerre.* Pour élever ou abaisser des perpendiculaires et mener des parallèles sur le papier, on se sert ordinairement d'une règle et d'une équerre ou bien de deux équerres.

61. — *Mener par un point* I, *une parallèle à MN.* (fig. 16). Appliquer l'hypothénuse sur MN. — Placer la règle VZ le long de LR. — Faire glisser l'équerre en maintenant VZ immobile. — Tracer, lorsque le bord LD arrive sur I, une droite qui sera la parallèle demandée.

62. — *Abaisser d'un point* Q (fig. 17) *une perpendiculaire sur une droite* CD. Placer l'hypothénuse *ab* sur CD. — Appliquer la règle *mn* le long du côté *ad.* — Faire tourner l'équerre de manière à amener le second côté *db* de l'angle droit dans la position *cd.* — Maintenir la règle. — Faire glisser l'équerre contre la règle jusqu'à ce que l'hypothénuse passe par le point Q; la droite tracée le long de *pd* est perpendiculaire à CD.

63. — Lorsqu'on a plusieurs perpendiculaires à élever sur la même ligne, on marque d'avance la position des pieds des perpendiculaires; il ne reste plus alors qu'à faire glisser l'équerre comme il a été dit ci-dessus (61).

Le tracé des perpendiculaires au moyen de l'équerre étant toujours subordonné à la plus ou moins grande exactitude de l'instrument, les dessinateurs soigneux employent préférablement le compas pour déterminer les lignes les plus importantes de leur travail, et notamment les droites horizontales et verticales.

On emploie quelquefois, pour dresser ces dernières lignes, un instrument spécial auquel sa forme a fait donner le nom de *té.* Il se compose d'une règle portant fixée perpendiculairement à l'une de ses extrémités une lame de bois d'une épaisseur un peu plus forte (fig. 18). Ce bras s'appuie et glisse le long du bord bien dressé de la planchette, sur laquelle a d'abord été collée la feuille à dessiner.

Le compas.

64. — Le compas, dont tout le monde connait l'usage, consiste en deux branches métalliques de longueurs égales, se mouvant autour d'un axe commun et terminées par des pointes. Cet instrument sert à prendre des mesures sur une ligne pour les reporter sur une autre.

Les pointes du compas doivent être très fines et se trouver en contact quand les branches sont fermées, sans pression. On doit se servir de cet instrument avec beaucoup de légèreté, afin que les pointes n'entament pas le papier. Lorsqu'on veut prendre plusieurs distances graphiques à partir d'un même point ou tracer d'un même centre plusieurs arcs de cercle, on emploie le *centre en corne*. Quand les extrémités du compas fermé ne coïncident pas rigoureusement et que l'on a à prendre une distance *cd* (fig. 19) insaisissable à l'instrument, cette distance s'estime en la considérant comme la différence de deux longueurs *cx*, *dx*, accessibles aux pointes.

§ 2. ALIGNEMENTS.

65. — Une ligne forme un alignement droit, sur le terrain, lorsque tous ses éléments sont contenus dans un même plan vertical, c'est-à-dire lorsque toutes les verticales passant par les points de cette ligne se trouvent dans un même plan. Par extension, l'alignement s'entend plutôt de la trace de ce plan sur le sol. Cette trace est une courbe plus ou moins ondulée, suivant les mouvements du terrain.

On jalonne généralement une ligne, lorsqu'elle est très longue, quand on n'en peut apercevoir les extrémités pendant qu'on la parcourt, chaque fois, enfin, que la direction n'est pas bien définie et qu'il devient difficile de la mesurer sans dévier. Il importe que les alignements soient parfaitement rectilignes ; l'exactitude des mesurages en dépend.

Les alignements sont repérés au moyen de *jalons*.

66. — Les jalons sont des tiges bien droites, en bois, de $1^m,50$ de hauteur environ. Dans les services permanents, ces tiges ont une forme prismatique et sont garnies, à un bout, d'une douille pointue; à l'autre, une plaque rectangulaire, peinte en couleur vive, permet de distinguer le jalon de loin et facilite la *visée*.

Dans les tracés d'une grande longueur, on plante aux extrémités de la direction de véritables mâts ou *balises*, terminés par un petit drapeau rouge.

Les jalons doivent être implantés en terre bien vérticalement et bien solidement; on les enfonce en les saisissant par le pied pour ne pas les briser, et on les assujettit en piétinant la terre tout autour. Si le sol n'est pas pénétrable, on maintient le jalon en l'entourant d'un massif de terres ou de pierres.

67. — *Tracer un alignement entre deux points* A *et B accessibles et visibles l'un de l'autre* (fig. 20).

Planter *verticalement* un jalon en chacun de ces points. — Se porter à 4 ou 5 pas en arrière du jalon de tête A. — S'assurer qu'il couvre B. — A cet effet, viser autant que possible *tangentiellement aux pieds des jalons.* (Règle générale). — En faire placer successivement en C, D, E.... dans le plan visuel. — Si l'opération est bien conduite, tous les jalons situés en avant de celui qui se trouve au point A doivent se projeter les uns sur les autres.

Les intervalles entre les jalons intermédiaires C, D, E... seront à peu près égaux ; l'aide les mesurera au pas.

68. — *Tracer un alignement entre deux points* G, H, *très éloignés, inaccessibles ou bien non visibles l'un de l'autre* (fig. 21).

Un premier jalonneur se place en *m* d'où il peut apercevoir H. — Il fait mouvoir par signes de la main un second jalonneur vers *d* jusqu'à ce que *m, d*, H, soient alignés. — Le jalonneur *d* assure en *n*, dans l'alignement *d*G, l'aide qui était d'abord en *m*. — Celui-ci fait, à son tour, déplacer *d* en *p*. — En continuant ainsi de proche en proche, on parvient, après un petit nombre d'opérations, à placer deux jalons sur la direction GH. L'alignement s'achève ensuite comme il a été dit plus haut.

Si les deux jalonneurs primitivement placés en *m* et en *d* sont trop éloignés l'un de l'autre *pour apercevoir leurs signaux réciproques*, on procède comme suit : Après un premier alignement *dm*K (fig. 22), le jalonneur *m*, faisant face vers *d*, se rapproche de KL. Le jalonneur *d*, par des mouvements plus rapides que ceux de *m*, se maintient dans le prolongement *nK*, *rK*... jusqu'à ce que les quatre points K, M, N, L, soient dans le même plan vertical.

Un *seul* observateur peut arriver, par tâtonnements, sur l'alignement de deux points R, S, au moyen d'un tube muni de fils (fig. 23). Le support du tube étant mis en *a*, par exemple, l'opérateur dirige l'axe visuel sur S, puis retourne l'instrument bout pour bout et fait une observation vers N. Après s'être rendu compte de l'angle des lignes NS, SR, il rapproche de l'alignement RS le support de l'instrument, et renouvelle l'opération précédente. Il arrive ainsi, après quelques tâtonnements, à placer l'axe du tube dans la direction RS.

69. — ***Tracer un alignement à travers une dépression de terrain*** ADCB (fig. 24).

Stationner en A. — Viser le pied du jalon B et en faire placer un second C, dans le plan visuel. — Planter un troisième jalon en D, dans le plan Q, puis un quatrième en E, dans le plan R, etc. — Se transporter en B et, par les mêmes procédés, prolonger l'alignement sur l'autre versant.

Remarque. Il n'est pas toujours possible, notamment lorsque l'alignement traverse une vallée, une hauteur, un terrain mouvementé, de viser tangentiellement au pied des jalons; il arrive souvent alors qu'on doive diriger le rayon visuel par la tête d'un jalon et le pied d'un autre; dans ce cas, il est bon de s'assurer de leur verticalité au moyen du fil à plomb.

70. — Rien de plus simple que de déterminer le point d'intersection de deux alignements AB, CD (fig. 25) : l'opérateur se place en E, sur la direction BKA et arrête, au point O, le jalonneur qui chemine de D vers RC.

§ 3. RÈGLES MÉTRIQUES.

71. — On divise souvent les instruments propres à mesurer les distances en deux catégories : les ***diastimètres directs***, dont l'emploi nécessite le parcours de la distance à mesurer, et les ***diastimètres indirects***, qui permettent de mesurer une longueur sans la parcourir.

Parmi les instruments de la première catégorie, on distingue : les règles, les cordeaux et les chaînes; parmi ceux de la seconde, on trouve la stadia, le chorismomètre et la stadia-chorismomètre.

Lorsqu'on veut déterminer une distance avec une grande exactitude, on emploie les ***règles métriques***. Les règles mé-

triques doivent être droites, rigides, à section carrée ou hexagonale. Elles sont généralement en bois de sapin et portent, à leurs extrémités, des frettes en fer (1). Leur longueur varie entre un et quatre mètres. Avant de les employer, on les ***étalonne***, c'est-à-dire qu'on les compare à une autre règle dont la longueur est exactement déterminée.

La ***règle quadruple-mètre*** est celle dont on se sert le plus fréquemment. Elle est divisée en mètres et décimètres.

72. — *Usage*. Il faut, dans le mesurage à l'aide de ces appareils, en employer deux à la fois. Sur un terrain horizontal ou à peu près, on détermine la distance entre deux points, en disposant les deux diastimètres bout à bout et successivement dans la direction jalonnée. Un des deux reste toujours appuyé sur le sol pendant que l'autre est transporté en avant. Les aides doivent faire attention de produire le contact des deux règles sans choc et sans déplacer celle qui est déjà établie.

On peut, par un cordeau tendu sur le sol, tracer l'alignement des deux points A et B, dont on veut déterminer la distance; cela assure la bonne direction des règles pendant le mesurage. Si l'on est privé de cette ressource, l'opérateur vérifie la direction en se tenant, pendant l'opération, dans le plan vertical de AB.

Comme vérification, il est bon de mesurer une seconde fois la distance ; si l'écart entre les deux résultats est peu sensible, on en prend la moyenne.

73. — ***Mesure des distances sur des terrains en pente***. Lorsque le terrain est en pente, on obtient *la projection* (2) d'une longueur en la mesurant *horizontalement*.

La première règle CD (fig. 26), placée dans une position *horizontale* au moyen du niveau de maçon, par exemple, repose sur le sol, en A, par une de ses extrémités. De l'autre, D, on laisse tomber un fil à plomb qui détermine le repère E où devra

(1) Dans les recherches qui exigent une très grande précision, on emploie des règles de sapin, vernies après avoir été trempées dans de l'huile bouillante; elles sont ainsi rendues moins sensibles aux influences thermométriques et hygrométriques de l'air, c'est-à-dire moins sujettes à se déjeter.

(2) On a vu (nº 13) que l'on rapporte sur une carte, non la longueur *absolue* des lignes, mais la longueur de ces lignes préalablement *réduites à l'horizon*.

s'appliquer le bout de la deuxième règle EF. Ce repère se marque par une *fiche*, c'est-à-dire par une tige en gros fil de fer que l'on enfonce verticalement. On répète successivement cette opération jusqu'en B, en notant le nombre de règles contenues dans la ligne. Les petites fractions du quadruple-mètre s'estiment au moyen du double décimètre. La figure montre suffisamment que les résultats obtenus par cette succession d'opérations font connaître BM, c'est-à-dire la projection horizontale de AB.

74. — Si le mesurage s'exécute en montant la pente (fig. 27), un bout de la première règle, tenue horizontalement, se place dans la verticale du point de départ A, et un aide plante une fiche à l'extrémité *m*. Des opérations semblables se répètent en *mp*, *p*B.... Ce mesurage, de bas en haut, est plus long et plus difficile que le précédent ; on lui préfère toujours celui-ci.

§ 4. CORDEAU MÉTRIQUE ET RUBAN D'ACIER.

75. — Le *cordeau métrique* est un ruban d'une longueur de 10^m, divisé en centimètres et en millimètres, s'enroulant sur une bobine renfermée dans une boîte de forme à peu près cylindrique, dont le diamètre varie entre $0^m,07$ à $0^m,10$.

Ce diastimètre n'est plus guère employé que dans les *levers de bâtiment*. S'il est d'un transport commode et s'il peut être mis facilement dans une position horizontale, il présente peu de durée et s'allonge par l'usage, ce qui entraîne des inexactitudes dans les mesures fournies par l'instrument. Il est, au surplus, très difficile de s'en servir lorsque le vent souffle avec quelque force.

Le *décamètre à ruban d'acier* (1) se compose (fig. 28) d'un ruban flexible, en acier recuit, ayant de 12 à 15^{mm} de largeur et s'enroulant sur lui-même. Les mètres et les décimètres sont marqués respectivement par des trous et par des clous en cuivre rivés de chaque côté de la bande d'acier. Une poignée est adaptée à chacune des extrémités du ruban et porte une échancrure permettant d'embrasser la demi-section transversale des fiches.

(1) Attribué à M. Jourdan, géomètre en chef du cadastre français.

Ce diastimètre s'emploie à l'instar de la *chaîne d'arpenteur* (n° 76). Il a sur celle-ci l'avantage d'être plus léger, de mieux se tendre et de donner des mesures plus exactes

§ 5. LA CHAINE D'ARPENTEUR.

76. — La *chaîne métrique* ou *chaîne d'arpenteur* se compose de tiges rigides en fil de fer (fig. 29), d'un diamètre de $0^m,004$ à $0^m,005$, dont les extrémités recourbées en boucles allongées sont réunies deux à deux par un anneau. Les anneaux sont espacés de $0^m,20$ d'axe en axe ; cinq tiges font un mètre et chaque mètre se termine par un anneau en cuivre; celui du milieu porte un appendice en métal qui le fait reconnaître. A chaque extrémité, se trouve une poignée avec rainure, comprise ordinairement dans la longueur de la chaîne. On donne généralement à celle-ci une longueur de 10^m ou plutôt de $10^m,005$; ce petit supplément de $0^m,005$ a pour but de corriger l'erreur provenant de ce que la chaîne ne peut jamais rigoureusement se tendre. Avec cet instrument on emploie un paquet de dix *fiches* ou tiges en gros fil de fer, d'une longueur de $0^m,25$ environ et terminées, d'un côté, par une pointe et, de l'autre, par une boucle que l'on peut passer au doigt.

77. — *Emploi de la chaîne.— Soit à mesurer une distance horizontale* AB (fig. 30).

L'emploi de la chaîne exige deux aides : le *porte-chaîne* et le *chaîneur*. Le chaîneur pose sa poignée au point de départ A pendant que le porte-chaîne, tenant d'une main la seconde poignée et de l'autre le paquet de fiches, marche dans la direction AB en tendant la chaîne.— L'aide d'arrière place exactement dans l'alignement AB le porte-chaîne qui plante en *a* une première fiche au cran et à l'aplomb de la poignée.—Les deux opérateurs relèvent la chaîne et se mettent en marche jusqu'à ce que celui d'arrière atteigne le point *a*.—Arrivé à la fiche, le chaîneur place sa poignée en contact avec la fiche *a* et assure le porte-chaîne sur la direction AB. — Une deuxième fiche est plantée en *b*. — Le chaîneur enlève la fiche *a* qu'il conserve et donne le signal du mouvement vers *c*. — L'opération se continue ainsi jusqu'à ce que le porte-chaîne ait placé sa dixième et dernière fiche, ce qu'il a soin d'annoncer au premier aide. — Celui-ci,

déposant alors sa poignée, va remettre à son second les neuf fiches qu'il a devers lui, plus la dixième dont il marque la place sur le sol par deux traits croisés ou qu'il remplace par un piquet. Cet *échange des fiches* se note chaque fois dans un carnet. La longueur de cent mètres ainsi mesurée se nomme *portée*. Les *compléments* de chaine aux extrémités des lignes s'évaluent sur les chainons de l'instrument. Les fractions de chaînon s'estiment généralement à vue.

78. — Le *chaînage* demande beaucoup de soins de la part des opérateurs, car la moindre erreur faite sur chaque *chaînée* (10^m) devient sensible si les distances qu'il s'agit de mesurer sont longues. L'attention doit se porter principalement sur les points suivants : 1° le porte-chaîne appliquera parfaitement les fiches au cran de la poignée et les enfoncera bien verticalement; toute fiche qui ne pourra être plantée par suite de la dureté du sol, sera couchée le long de la base de la poignée ; 2° le chaîneur aura soin de ne pas déranger la fiche contre laquelle il place la poignée. S'il arrivait qu'une fiche fût inclinée en avant ou en arrière, elle serait laissée dans cette position ; 3° les fiches seront plantées exactement sur la direction de la droite que l'on mesure ; 4° la chaîne devra être également tendue à chaque chaînée ; cette tension ne sera pas trop forte, car elle déformerait les boucles et allongerait l'appareil; 5° les aides, en déployant la chaîne, détruiront les coudes qui s'opposent au prolongement successif des chaînons; 6° chaque fois que le chaineur rendra les fiches au porte-chaîne, il en vérifiera le nombre; 7° l'aide qui marche en arrière ne relèvera pas la fiche avant que celui de devant n'ait planté la sienne; 8° l'usage de la chaîne tend constamment à l'allonger. Il est donc nécessaire d'en vérifier fréquemment les dimensions. On établit à cet effet un *étalon* sur un terrain bien plat ou sur un mur horizontal et l'on s'assure, chaque jour, de l'exactitude de la chaîne. Si la longueur a varié, on tient compte de l'allongement dans les mesurages ou, ce qui est préférable, on rétablit cette longueur, soit en courbant un ou deux chainons, soit en enlevant un des anneaux.

79.—*Mesure des lignes situées sur des pentes.*— Ce mesurage peut se faire d'une manière analogue à celle qui a été décrite au n° 73, pour les règles métriques. On tâche de développer la chaine horizontalement, *à vue*, de manière qu'elle prenne un minimum de courbure; à cet effet, on la soutient vers le

milieu, si c'est nécessaire. L'aide place sa poignée près du sol, le chaîneur tient la sienne à une hauteur suffisante pour que la chaîne soit horizontale ; il accole à cette poignée une *fiche plombée*, à laquelle il laisse assez de liberté pour qu'elle prenne une direction verticale; il l'abandonne ensuite et elle vient s'implanter dans le sol, à l'aplomb de la poignée. On la remplace alors par une fiche ordinaire.

Il est évident que la masse plombée doit se trouver vers la pointe de la fiche, pour que celle-ci descende tout droit, sans basculer.

Lorsque la pente est rapide, on opère avec la moitié de la chaîne. Le chaînage fait en descendant les pentes est toujours plus exact que celui fait en montant, parce que, dans ce dernier cas, l'aide d'arrière cède facilement à la tension exercée sur la chaîne par son second.

80. — Le mesurage horizontal des lignes inclinées, soit avec la règle, soit avec la chaîne, est lent, pénible et ne donne pas des résultats bien exacts. Lorsque le terrain présente une inclinaison à peu près régulière, on mesure *suivant la pente*, sauf à *réduire ensuite ces distances à l'horizon*, puisque ce sont les projections des lignes et non les lignes elles-mêmes qu'il importe de connaître.

Nous allons examiner les *trois* moyens d'arriver à cette réduction à l'horizon des lignes inclinées.

§ 6. RÉDUCTION A L'HORIZON D'UNE DISTANCE MESURÉE DIRECTEMENT SUR LA PENTE DU TERRAIN.

81. — 1er *moyen*. — Soit à réduire à l'horizon la longueur régulièrement inclinée XZ (fig. 30bis). La règle ou la chaîne étant placée horizontalement en RZ, on mesure PZ qui a pour réduction QM = RZ = 4 ou 10m. Il est évident que la distance XM, projection de XZ, sera égale à autant de fois 4 ou 10m que PZ sera contenu de fois dans XZ.

On remarquera que ce procédé n'est applicable qu'aux longueurs assez régulièrement inclinées et qu'en outre une légère erreur commise dans la détermination de PZ affecte sensiblement le résultat de l'opération. Ainsi pour XZ = 410m, et PZ = 4m,10, on a XM = 400m, tandis que pour PZ = 4m,12, XZ restant égal à 410m, on obtient XM = 398m,04. De sorte que,

dans notre exemple, une erreur de $0^{m},02$ dans le mesurage de PZ altère de près de 2 mètres la valeur de XM.

82. — 2° *moyen : Réduction par le calcul.* — Ce deuxième procédé exige la connaissance de l'angle d'inclinaison GDF (fig. 31) ; nous indiquerons plus loin la manière de le déterminer. L'angle de pente connu DF se calcule par logarithmes ou, plus simplement, à l'aide d'une des trois *tables* ci-dessous.

Les deux premières fournissent respectivement, de degré en degré et de grade en grade, la projection de *un* mètre sur des inclinaisons allant d'une part jusqu'à 45° et, d'autre part, jusqu'à 40^{g}. La troisième table donne la différence entre des longueurs de 100, 200, 300^{m}... sous diverses inclinaisons et leurs projections horizontales.

83. — *Tables n^{os}* 1 *et* 2 servant à réduire à l'horizon des distances mesurées suivant la pente du terrain.

Table n° 1.

Degré de pente.	Projection de 1 mètre	Degré de pente.	Projection de 1 mètre.	Degré de pente.	Projection de 1 mètre.	Degré de pente.	Projection de 1 mètre.	Degré de pente.	Projection de 1 mètre.
1°	$0^{m}99985$	10°	$0^{m}98481$	19°	$0^{m}94552$	28°	$0^{m}88295$	37°	$0^{m}79864$
2°	0,99939	11°	0,98163	20°	0,93969	29°	0,87462	38°	0,78801
3°	0,99863	12°	0,97814	21°	0,93358	30°	0,86603	39°	0,77715
4°	0,99756	13°	0,97437	22°	0,92718	31°	0,85715	40°	0,76604
5°	0,99619	14°	0,97030	23°	0,92050	32°	0,84805	41°	0,75471
6°	0,99452	15°	0,96593	24°	0,91355	33°	0,83867	42°	0,74314
7°	0,99237	16°	0,96126	25°	0,90631	34°	0,82904	43°	0,73135
8°	0,99027	17°	0,95630	26°	0,89879	35°	0,81915	44°	0,71934
9°	0,98769	18°	0,95106	27°	0,89101	36°	0,80902	45°	0,70711

Table n° 2.

Pente en grades.	Projection de 1 mètre	Pente en grades.	Projection de 1 mètre.	Pente en grades.	Projection de 1 mètre.	Pente en grades.	Projection de 1 mètre.	Pente en grades.	Projection de 1 mètre.
1g.	0,9999	9g.	0,9900	17g.	0,9646	25g.	0,9239	33g	0,8686
2	0,9995	10	0,9877	18	0,9603	26	0,9177	34	0,8607
3	0,9989	11	0,9851	19	0,9558	27	0,9114	35	0,8526
4	0,9980	12	0,9823	20	0,9511	28	0,9048	36	0,8443
5	0,9969	13	0,9792	21	0,9461	29	0,8980	37	0,8358
6	0,9956	14	0,9759	22	0,9409	30	0,8910	38	0,8271
7	0,9940	15	0,9725	23	0,9356	31	0,8838	39	0,8182
8	0,9924	16	0,9686	24	0,9298	32	0,8763	40	0,8090

Table n° 3.

84. — *Corrections* pour réduire à l'horizon une distance D, mesurée suivant la pente du terrain.

Pente en grades.	CORRECTIONS DE 100m.	200m.	300m.	400m.	500m.	600m.	700m.	800m.	900m.	Pente en grades.
1 g.	0m01	0m03	0m04	0m05	0m06	0m07	0m08	0m09	0m10	1g.
2	0,05	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4	2
3	0,10	0,2	0,3	0,4	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	3
4	0,20	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	4
5	0,31	0,6	0,9	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8	5
6	0,44	0,9	1,3	1,8	2,2	2,7	3,1	3,6	4,0	6
7	0,60	1,2	1,8	2,3	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	7
8	0,79	1,6	2,4	3,2	3,9	4,7	5,5	6.3	7,1	8
9	1,00	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	9
10	1,23	2,5	3,7	4,9	6,1	7,3	8,5	9,6	10,8	10
11	1,49	3,0	4,5	6,0	7,4	8,9	10,4	11,9	13,4	11
12	1,77	3,5	5,3	7,1	8,8	10,6	12,4	14,1	15,9	12
13	2,08	4,2	6,2	8,3	10,3	12,4	14,5	16,6	18,7	13
14	2,41	4,8	7,2	9,6	12,1	14,5	16,9	19,3	21,7	14
15	2,75	5,5	8,3	11,0	13,8	16,6	19,3	22,1	24,9	15
16	3,14	6,3	9,4	12,6	15,8	19,0	22,1	25.3	28,4	16
17	3,54	7,1	10,6	14,2	17,8	21,4	24.9	28,4	31,9	17
18	3,97	7,9	11,9	15,9	19,9	23,9	27,9	31,9	35,8	18
19	4,42	8,8	13,2	17,6	22,0	26,4	30,8	35,2	39,7	19
20	4,89	9,8	14,6	19,5	24,4	29,3	34,2	39,1	44,0	20

85. — L'usage de ces tables est très simple. Pour trouver, par exemple, la projection horizontale d'une distance de $237^m,23$, mesurée suivant une pente de 11°, on raisonne comme suit :

Pour 200^m on a 200 fois 0,98163 ou 196,33,
» 30 » 30 » » » 29,45,
» 7 » 7 » » » 6,87,
» 0,23 » 0.23 » » » 0,23
Donc 237,23, réduits à l'horizon, = . . 232,88.

On parviendrait évidemment au même résultat par la proportion suivante :

$$1^m : 0,98163 :: 237^m,23 : x;$$

d'où
$$x = 237^m,23 \times 0,98163.$$

86. — Si l'angle de pente ne se trouve pas dans la table, comme par exemple $30^g80'$, on prend la différence $0^m,0072$ entre les réductions de 1^m sous l'inclinaison de 30 et de 31^g et l'on dit : Si pour une différence de pente de $100'$, la différence entre les projections de 1^m est de $0^m,0072$, pour $1'$ elle sera $\frac{0,0072}{100}$, et pour 80, on aura $0^m,0072 \times 80 : 100 = 0^m,0058$.

Cette quantité est à *soustraire* de celle que donnerait la méthode du n° 85 pour 1^m sous l'angle de 30^g.

Ainsi pour 100^m, l'angle de pente étant de 30^g.80', on obtient

Pour 100^m 100 fois 0,8910 = 89,10,
A déduire pour les 80', 100 fois 0,0058 = 0,58,
Donc 100^m, réduits à l'horizon = . . 88,52.

Voyons maintenant la manière de se servir de la troisième table.

Supposons qu'il s'agisse de trouver la projection d'une distance de 235^m, mesurée suivant une pente de 6^g. On établit :

Pour 200^m, la correction est de 0^m,9,
» 30^m, » » 0^m,13, (4e colonne)
» 5^m, » » 0^m,02, (6e »)
Total . . . . . 1^m,05.

En retranchant 1^m,05 de 235^m, on obtient la réduction à l'horizon de cette longueur.

Si la pente de la ligne à mesurer est variable, on la subdivise en parties ayant une inclinaison uniforme. Après avoir déterminé l'inclinaison et la longueur de chacune de ces parties, on en calcule la projection comme il vient d'être dit; leur somme donne la projection de la ligne totale.

Les deux tables suivantes (A) et (B) peuvent servir, au moyen des règles de proportion, à transformer les pentes métriques en inclinaisons angulaires et réciproquement. Elles peuvent utilement figurer dans le *memento* de l'officier en campagne.

Table de transformation des pentes par mètres en degrés du cercle = 360° (A)

Pente par mètre.	Inclinaison correspondante en degrés.	Pente par mètre.	Inclinaison correspondante en degrés.	Pente par mètre.	Inclinaison correspondante en degrés.	Pente par mètre.	Inclinaison correspondante en degrés.
0^m005	0°17' 10"	0^m045	2°34' 40"	0^m080	4°34' 30"	0^m115	6°33' 40"
0,010	0 35 0	0,050	2 51 40	0,085	4 51 30	0,120	6 50 30
0,015	0 51 30	0,055	3 8 50	0,090	5 8 30	0,130	7 7 30
0,020	1 8 40	0,060	3 26 0	0,095	5 25 30	0,135	7 24 20
0,025	1 26 0	0,065	3 43 10	0,100	5 42 30	0,140	7 41 20
0,030	1 43 01	0,070	4 0 20	0,105	5 59 30	0,145	7 58 10
0,035	2 0 20	0,075	4 17 20	0,110	6 16 30	0,150	8 15 5
0,040	2 17 30						8 31 50

Transformation des inclinaisons angulaires en pentes métriques. (B)

Inclinaison en degrés.	Pente correspondante par mètre.	Inclinaison en degrés.	Pente correspondante par mètre.	Inclinaison en degrés.	Pente correspondante par mètre.	Inclinaison en degrés.	Pente correspondante par mètre.
0°15	0^m00436	3°30′	0^m06116	10°	0^m17633	26°	0^m48773
0 30	0,00873	4 00	0,06993	12	0,21256	28	0,53171
0 45	0,01309	4 30	0,07870	14	0,24933	30	0,57735
0 60	0,01746	5 00	0,08749	16	0,28675	32	0,62487
1 30	0,02618	6 00	0,10510	18	0,32492	34	0,67451
2 00	0,03492	7 00	0,12278	20	0,36397	36	0,72654
2 30	0,04366	8 00	0,14054	22	0,40403	38	0,78129
3 00	0,05241	9 00	0,15838	24	0,44523	40	0,83910

87. — On a admis (n° 41) que l'on pouvait, dans la pratique *des levers d'école,* considérer un quart de millimètre comme une quantité inappréciable sur le papier. Nous allons déterminer jusqu'à quel point, *si l'on n'a en vue que l'exactitude graphique*, il faut tenir compte de l'inclinaison d'une ligne sur l'horizon.

Admettons, pour fixer les idées, que l'on opère à l'échelle du $\frac{1}{5000}$. A cette échelle, $1/4^{mm}$ représente $1^m,25$. On peut voir dans la table n° 2 qu'une distance de 100^m, inclinée de 10^g sur l'horizon, a pour réduction $98^m,77$. La différence entre ces deux longueurs étant inférieure à $1^m,25$, leurs homologues graphiques diffèrent entre elles de moins d'un quart de millimètre; dans notre exemple donc, l'inclinaison de la ligne considérée est négligeable. A l'échelle de $\frac{1}{10000}$, on peut ne pas devoir se préoccuper des pentes inférieures à 10^g pour des distances moindres que 200^m.

88. — Un simple coup d'œil sur la table n° 3 permet de vérifier ces deux exemples. Cette même table fait voir immédiatement qu'*au seul point de vue de l'exactitude du dessin,* il suffit, la plupart du temps, *de calculer la réduction d'une distance avec le chiffre rond des degrés ou des grades de sa pente;* ainsi, par exemple, prendre pour $10^g\ 40'$, un angle de 10^g, et pour $10^g\ 60'$, celui de 11^g.

89. — 3e *moyen* : *Échelle de réduction.* — La construction de cette échelle est basée sur ce théorème trigonométrique :

Dans un triangle rectangle, un côté de l'angle droit est égal au produit de l'hypothénuse par le cosinus de l'angle compris, divisé par le rayon des tables, ou AB = AC × cosinus *a* (fig. 32) (1). Soit AB (fig. 33) l'échelle d'un lever au millième.— En son point milieu C, élever une perpendiculaire, puis d'un certain point O comme centre, décrire un arc CD tangent à AB. — Diviser cet arc en degrés, que l'on numérote à partir du point C et, par chacune de ces subdivisions, mener des parallèles à AB. — Joindre les différentes graduations de l'échelle de base au centre O. — Reporter les chiffres des divisions de l'arc le long des rayons extrêmes OA, OB. — Chacune des parallèles à AB est ainsi divisée en parties proportionnelles aux subdivisions de l'échelle inférieure et constitue une *échelle réduite*. — Pour que les intersections des lignes soient bien nettes sur la figure, on doit prendre OC plus grand que 3/2 AB.

Application. La réduction d'une ligne MN, de 78^m de longueur et inclinée de 20° sur l'horizon, se trouve en KG. En effet,

$$MN : KG = OC : OI \ (a).$$

Mais dans le triangle rectangle OIP on a, d'après la construction ci-dessus :

$$OI = OP \ cos. \ COP = R \ cos. \ 20°.$$

En substituant cette valeur de OI dans la proportion (*a*), celle-ci devient :

$$MN : KG = OC \text{ ou } R : R \ cos. \ 20°;$$

ce qui donne $KG = MN \ cos. \ 20° = 78^m \times cos. \ 20°$.

KG est donc bien la projection d'une droite de 78^m, inclinée de 20° sur l'horizon.

90. — ***Exactitude des mesurages à la chaîne***. Il résulte de l'expérience que l'écart moyen des mesurages à la chaîne est

(1) La démonstration de ce théorème est simple. Soit donné le triangle rectangle BCA (fig. 34). Si de A comme centre, avec un rayon R, égal à celui qu'on a pris dans les tables trigonométriques, on décrit un arc de cercle DF, et si du point D on abaisse sur AC une perpendiculaire DE, on a, par suite de la similitude des triangles AED, ACB :

AB : AD = AC : AE, d'où AC = AB × AE : AD = AB × AE : R. (AE est le cosinus de l'angle BAC).

de $\frac{1}{1200}$ de la longueur, quand on opère sur un terrain horizontal peu ondulé; de $\frac{1}{400}$, si la pente est de 17° environ, et de $\frac{1}{523}$, si elle est de 35°.

7. LES STADIAS (1).

91. — L'emploi des instruments métriques donne lieu à des opérations longues et pénibles : il oblige à parcourir toutes les lignes, souvent à travers des terres labourées, des marécages ou des obstacles qui sont une cause de gêne et de fatigue. De plus, le chaînage absorbe un temps considérable et, appliqué aux grandes entreprises topographiques, il est très dispendieux.

Aussi, la création de bons instruments, qui permettent de déterminer les distances à la simple vue, sans mesure courante, a beaucoup exercé l'esprit d'invention des topographes modernes.

De leurs recherches, il est résulté divers appareils, dont les plus perfectionnés peuvent lutter avec la chaîne, comme exactitude, et donnent même une approximation supérieure lorsqu'on opère sur des terrains quelque peu accidentés. Les plus connus de ces appareils sont les *stadias*, qui, comme nous l'avons dit précédemment, font partie des diastimètres indirects.

92. — THÉORIE DE LA STADIA. Considérons un simple tube CDBA (fig. 35), percé à sa paroi postérieure d'un trou oculaire et muni, à l'intérieur, d'un *micromètre* (2), c'est-à-dire d'un *réticule* portant deux fils parallèles *ab*, *cv*, coupés à angles droits par un troisième *kr*, et dont le plan est perpendiculaire à l'axe *jf* du tube. Les deux fils horizontaux sont consacrés à la mesure des distances; le troisième sert à fixer avec précision le rayon visuel de l'observateur sur la *mire*.

93. — Soit maintenant une mire, c'est-à-dire une règle graduée FI, dressée *verticalement* à l'extrémité de la ligne

(1) C'est à la suite des mémoires du capitaine du génie Liagre, sur la mesure des distances à la stadia (tomes XX et XXI des *Bulletins de l'Académie*, année 1853), que ces diastimètres ont été mis en usage au dépôt de la guerre, pour les travaux de la carte de Belgique.

(2) On appelle *micromètre*, en général, tout instrument destiné à mesurer les objets de petite dimension, comme l'image des astres dans les lunettes. (Étymologie grecque : *micron*, petit, et *metrein*, mesurer.)

GRF, dont il s'agit de déterminer la *projection horizontale* GZF. L'instrument étant placé *horizontalement* à l'autre extrémité de la ligne, l'*oculaire* dans la *verticale* du point G, les deux rayons visuels *jo* et *jf* dirigés suivant les points de croisée des fils, interceptent sur la règle une longueur *mn*; de sorte qu'en posant $jm = GZF = D$, $mn = H$, $jf = d$ et $of = h$, les deux triangles semblables *jmn*, *jfo*, fournissent

$$D : H = d : h,$$

ou

$$D = H \times \frac{d}{h} (a)$$

Telle est la formule fondamentale de la théorie de la stadia (1).

L'examen de cette formule montre que les quantités d et h, par exemple, étant connues, une distance quelconque D du terrain se conclut par la détermination de la hauteur H, lue sur la mire.

De même, si l'on suppose H et d connus, la valeur de h permet d'obtenir D par une simple opération d'arithmétique.

94. — La relation $D = H \times \frac{d}{h}$ a donné naissance aux trois instruments : *stadia*, *chorismomètre* et *stadia-chorismomètre*. Tous trois sont basés sur la constance de la quantité d, les deux autres facteurs se présentant sous les formes :

1° h constant, H variable ; 2° h variable, H constant ; 3° h et H variables.

Stadia proprement dite.

95. — Dans la stadia, l'intervalle h des deux fils *ab*, *cv*, ainsi que la distance d, sont invariables : $\frac{d}{h}$ est donc une *constante*.

Au point de vue théorique, la formule $D = H \times \frac{d}{h}$ détermine rigoureusement D. Mais, dans la pratique, l'expression $\frac{d}{h}$ ne peut pas être calculée avec une précision suffisante ; c'est

(1) Le principe de la stadia a été imaginé, en 1776, par Green, opticien anglais.

pourquoi on lui substitue un rapport équivalent et susceptible d'être évalué avec beaucoup plus d'exactitude. Ce rapport s'obtient au moyen d'une expérience dite *d'étalonnage*, qui s'exécute comme suit :

Le fil *kr* et la règle MN (fig. 35) étant disposés verticalement aux extrémités G et M d'une ligne D', *très exactement connue* (1), on *mesure* la hauteur *ds* interceptée par les prolongements des rayons visuels *jo* et *jf*; ce qui donne :

$$D' : H' = d : h.$$

Le premier membre de cette équation est parfaitement connu ; il peut se substituer à $\frac{d}{h}$ dans la formule (*a*), qui devient dans ce cas

$$D = H \times \frac{D'}{H'} (b).$$

96. — *Application.* Soit $D' = 100$, $H' = 2$ et $H = 1^m,50$; on a

$$D = 1^m,50 \times (100 : 2) = 75^m.$$

97. — L'expression $\frac{D'}{H'}$ s'appelle le *coefficient constant de la stadia* (2).

Les fils micrométriques *ab*, *cv* (fig. 35), qui déterminent les rayons visuels, pouvant se déranger dans leur cadre, il sera bon de vérifier souvent le coefficient constant, en répétant l'expérience régulatrice pour une hauteur H″ observée à une distance D″.

Du reste, l'écartement primitif de ces fils sera facilement rétabli si l'un d'eux, *ab* par exemple, peut se mouvoir parallèlement à lui-même au moyen d'une vis *k* : il suffira, en effet, de faire intercepter par les deux fils une hauteur H', à une distance D' (n° 95).

(1) Cette base régulatrice $GM = D'$ se choisit sur un terrain *uni*, afin que le mètre ou la chaîne puisse toujours s'y appliquer et donner ainsi la dimension de D' le plus exactement possible. Pour éviter certaine correction dont il sera question au n° 106, on choisira cette base sur un terrain sensiblement horizontal.

(2) Le coefficient ainsi obtenu ne convient qu'à l'appareil viseur avec lequel l'expérience d'étalonnage a été faite. Nous verrons plus loin s'il y a lieu d'y apporter des modifications, lorsqu'on substitue la lunette astronomique au tube viseur.

Chorismomètre.

98. — *h variable* et H *constant*. Si, aux deux distances inégales *op*, *qm* (fig. 36 et 37), on intercepte deux hauteurs *égales rs*, *gk*, les rayons visuels déterminent sur le micromètre des intervalles *différents bc*, *ef*, et l'on a :

$$op = as = D = rs \times \frac{ac}{bc} = H \times \frac{d}{h};$$

$$qm = dk = D' = gk \times \frac{df}{ef} = H \times \frac{d}{h'};$$

d'où

$$\frac{D}{D'} = \frac{\frac{H \times d}{h}}{\frac{H \times d}{h'}} = \frac{h'}{h}$$

et

$$D = D' \times \frac{h'}{h} \quad (d).$$

99. — Imaginons un *micromètre*, tel que *abc* (fig. 38), c'est-à-dire un diaphragme partagé en petites zones *égales*, soit par des fils très déliés (1), soit au moyen d'une plaque de verre délicatement rayée, et appelons *v* la hauteur de chacune de ces zones ou segments micrométriques ; *h'* étant égal à un certain nombre *n'* fois *v*, et *h* en valant *n*, l'équation (*d*) devient

$$D = D' \times \frac{n'}{n} = D'n' \times \frac{1}{n} \quad (r).$$

La quantité D'*n'* se détermine, une fois pour toutes, par des expériences d'étalonnage : on *mesure exactement* une longueur $qm = D'$ (fig. 37), et l'on note le nombre *n'* de zones micrométriques comprises entre les rayons visuels *de*, *df*.

100. — Pour avoir une distance quelconque *op* (fig. 36), *il suffit donc de diviser le coefficient constant* D'*n'* *exprimé en mètres, par le nombre abstrait n de zones embrassées par l'angle bac qui s'appuie sur une hauteur verticale rs* = *gk* = H.

101. — *Application*. Soient $rs = gk$, $D' = 100^m$, $n' = 5$, $n = 4$, on obtient, pour le coefficient constant, $D'n' = 500^m$, et pour D, $500^m : 4 = 125^m$.

(1) Des fils d'araignée, de ver à soie ou des fils de platine obtenus par le procédé Wollaston

On remarquera que la hauteur *constante* H peut être inaccessible. Comme nous l'avons dit, elle constitue, avec le tube visuel à micromètre *variable*, une stadia connue sous le nom de *chorismomètre*. Certains auteurs l'appellent aussi : *stadia inaccessible à repère constant*.

102. — La variable n de la formule (r) doit pouvoir s'estimer avec une *grande précision*, car la moindre erreur commise sur la mesure de cette petite quantité aurait une influence très sensible sur la valeur de D. En vue d'obtenir cette précision, on remplace ordinairement le diaphragme de la figure 38 par un micromètre à *fil curseur* (1), dont voici le mécanisme :

Une vis v (fig. 39) se mouvant à la main, entraîne le fil micrométrique ab parallèlement à cd. Extérieurement à l'appareil, une aiguille mn faisant corps avec la vis, indique les révolutions de celle-ci sur un limbe ou cadran lf, divisé en 100 parties égales.

A chaque révolution du pivot, l'aiguille parcourt les cent divisions du cadran et le fil ab s'élève ou s'abaisse d'une quantité p égale au *pas de la vis*. Si l'on remarque sur le limbe la place occupée par l'aiguille au moment de la coïncidence des fils ab, cd, on trouvera, pour tout nombre n de divisions parcourues par l'index mn, un écartement h des deux fils, qui contiendra autant de fois p que 100 sera contenu dans n. On a donc

$$h : p = n : 100.$$

On aurait de même, pour une autre observation visuelle, $h' : p = n' : 100$, d'où $h' : h = n' : n$, ce qui nous replace dans la formule du n° 99 : $D = D' n' \times \frac{1}{n}$.

Afin d'épargner la sujétion de devoir retenir le nombre de tours faits par la vis, on a adapté, contre le disque lf, une roue dentée ou *pignon*, engrenant avec l'aiguille. Les dents de cette roue sont numérotées de façon que celle qui a été chassée la dernière exprime le nombre de révolutions exécutées par la pointe n de l'index. (Il faut donc que le pignon et le cadran soient au *zéro* lorsque les fils ab, cd sont en coïncidence.) La graduation du limbe sur laquelle s'est arrêtée l'aiguille permet d'apprécier les *centièmes* parties de p.

(1) Généralement attribué au capitaine français Lostande, bien que, d'après Laur (*Géodésie pratique*), M. Gelinski, ingénieur en chef du cadastre, ait fait usage du chorismomètre longtemps avant le capitaine Lostande.

En théorie, la stadia proprement dite et le chorismomètre sont des instruments également parfaits; dans la pratique, on préfère le premier, qui fournit généralement des résultats plus exacts que le second.

Stadia-chorismomètre.

103. — h et H *variables*. On obtient, par une expérience d'étalonnage quelconque,

$$D' = d \times \frac{H'}{h'} \ (x);$$

d'autre part, pour une distance inconnue D, on a

$$D = d \times \frac{H}{h} \ (z),$$

double relation qui donne

$$\frac{D}{D'} = \frac{\frac{dH}{h}}{\frac{dH'}{h'}} = \frac{h'dH}{hdH'} = \frac{h'H}{hH'} = \frac{H \times n'p}{H' \times np} = \frac{H \times n'}{H' \times n}.$$

De cette équation $D : D' = H \times n' : H' \times n$, on déduit

$$D = \frac{D'n'}{H'} \times \frac{H}{n},$$

formule dans laquelle $\frac{D'n'}{H'}$ est une *constante* fournie par l'expérience d'étalonnage; H, la hauteur variable interceptée sur la règle à une distance D; n le nombre de divisions parcourues sur le limbe par l'aiguille mn (fig. 39).

La stadia employée dans ces conditions prend le nom de *stadia-chorismomètre*.

104. — *Application*. Le coefficient constant d'une stadia-chorismomètre a été déterminé en visant une hauteur verticale de 6^m, à une distance connue de 100^m; l'aiguille mn (fig. 39) ayant marqué 300 divisions du limbe, à quelle distance D se trouve-t-on d'une règle verticale sur laquelle on intercepte une longueur de 3^m, par un écartement micrométrique marqué par 80 divisions sur le cadran?

Réponse. Le facteur constant $\frac{D'n'}{H'} = \frac{100 \times 300}{6}$.

La distance cherchée $D = 5000 \times \frac{3^m}{80} = 187^m,50$.

De la détermination des distances en terrains inclinés à l'aide de la stadia.

105. — La théorie précédente repose sur la similitude des triangles *jof* et *jmn* (fig. 35), que l'on obtient par suite du parallélisme de FI et de *kr*, mais il peut arriver, notamment lorsqu'on doit stationner au bas d'une pente, que l'on ne puisse pas viser horizontalement. Dans ce cas, la similitude des triangles *oac, omn* (fig. 40) n'est possible qu'à la condition d'incliner la règle dans la position *nm'* parallèle à *ca* ou perpendiculaire à *on*. Mais cela n'est pas pratique, et l'on préfère placer la règle *verticalement*, sauf à corriger en conséquence la formule générale

$$D = \frac{D'}{H'} \times H.$$

106. — Calculons cette correction. Soient *q* (fig. 40) l'inclinaison de l'axe optique *on* sur l'horizon; *nm* la hauteur *verticale* interceptée et *nm'* une perpendiculaire à *on*.

La formule du n° 95 nous donnerait:

$$no = D = \frac{D'}{H'} \times nm'.$$

$\frac{D'}{H'}$, on se le rappelle, est le coefficient constant de la stadia proprement dite (n° 97). Ce qu'il s'agit de déterminer, c'est la *projection horizontale* oK = GM de la ligne *on*. Pour l'obtenir, nous allons : 1° chercher la valeur *nm'* (de la formule ci-dessus) en fonction de la quantité connue *nm*; 2° réduire la longueur *on* ainsi calculée, à sa projection horizontale *o*K, soit à l'aide des tables (nos 83 et 84), soit au moyen de l'échelle Goulier.

On a (n° 89).

$$nm' = nm \cos mnm' = nm \cos q;$$

$$\text{d'où} \quad on \text{ (fig. 40)} = \frac{D'}{H'} \times nm' = \frac{D'}{H'} \times nm \times \cos. q;$$

ce qui donne pour la projection horizontale oK (n° 89),

$$oK = on \times cos.\, q = \frac{D'}{H'} \times nm \times cos.\, q \times cos.\, q = \frac{D'}{H'}\, nm \times cos^2.\, q = \frac{D'}{H'} \times H \times cos^2.\, q.$$

107. — Ainsi, ***pour avoir la distance horizontale de deux points, l'axe optique de l'appareil étant incliné sur l'horizon, on opère absolument comme dans le cas général*** (n° 95), ***sauf à multiplier le résultat par le carré du cosinus de l'angle d'inclinaison*** (1).

108. — Tables de réduction. — Un simple calcul logarithmique ferait connaître la valeur de $cos^2\, q$, mais il est plus commode d'employer certaines tables analogues à celles des n°s 83 et 84.

En voici trois :

La première donne, de grade en grade, la réduction à l'horizon des distances *lues* (2) on = 10,20...90m.

Dans la deuxième, on trouve la projection horizontale d'une longueur de 100m, sous différentes inclinaisons en degrés.

Enfin, la troisième est un tableau des corrections qu'il faut appliquer aux distances estimées à la stadia, pour avoir celles-ci réduites à l'horizon.

(1) Le *Moniteur industriel belge*, du 10 décembre 1875, donne la description d'un instrument extrêmement curieux, inventé en Allemagne par M. Jahns. — Une fois en station et la visée faite sur une mire à voyants *fixes*, on lit directement sur le *polymètre* la *projection horizontale* de la distance qui sépare la mire du point de station. De plus, il suffit de presser sur deux crayons à ressort adaptés à l'une des faces de l'appareil pour marquer, sur le papier, les *extrémités* d'une ligne représentant la dite projection horizontale *rapportée à l'échelle du dessin*. Enfin, une autre pièce fournit immédiatement la différence de niveau entre le point visé et l'instrument.

(2) C'est-à dire fournies par $D = \frac{H'}{D'} \times H$.

TABLE pour faciliter la réduction à l'horizon des distances mesurées à la STADIA.

Inclinaison de l'axe optique.	PROJECTION HORIZONTALE POUR UNE DISTANCE LUE DE								
	10m	20m	30m	40m	50m	60m	70m	80m	90m
1g	9m 997	19m995	29m993	39m991	49m988	9m 98	69m984	79m981	89m979
2	9,99	19,98	29,97	39,96	49,95	59,94	69,94	79,92	89,91
3	9,98	19,96	29,93	39,91	49,88	59,86	69,84	79,82	89,80
4	9,97	19,92	29,88	39,84	49,80	59,76	69,72	79,68	89.65
5	9,94	19,88	29,81	39,75	49,69	59,63	69,57	79,50	89,44
6	9,91	19,82	29,73	39,64	49,56	59.46	69,37	79,27	89,20
7	9,88	19,76	29,64	39.52	49,40	59,28	69,16	79,04	88,91
8	9,84	19,68	29,53	39.37	49,21	59,06	68,90	78,74	88,58
9	9,80	19,60	29,40	39,21	49,01	58,80	68,61	78,41	88,21
10	9,75	19,51	29,27	39,02	48,78	58,54	68,29	78,05	87,79
11	9,70	19,41	29,11	38,82	48,52	58,22	67,93	77,64	87.34
12	9,65	19,30	28,95	38,60	48,24	57,90	67,55	77,20	86,84
13	9,59	19,18	28,77	38,35	47,94	57,54	67,13	76,71	86,30
14	9,52	19,05	28,57	38,10	47,62	57,14	66,66	76,19	85,70
15	9,45	18,91	28,37	37,82	47.27	56,74	66,19	75,64	85,09
16	9,38	18,76	28,14	37,53	46,91	56,28	65,66	75,05	84,43
17	9,30	18,60	27,91	37,21	46,52	55,82	65,12	74.82	83,72
18	9,21	18,44	27,66	36,89	46,11	55,32	64,55	73,77	82,99
19	9,13	18,27	27,46	36,54	45,67	54,92	64,00	73,08	82,22
20	9,04	18,09	27,13	36,18	45,22	54,26	63,31	72,36	81,40
21	8,95	17,90	26,85	35.80	44,75	53,60	62,65	71,60	80,56
22	8,85	17,70	26,56	35,41	44,26	53,12	61,97	70,82	79,67
23	8.75	17,50	26,25	35,00	43,75	52,50	61,25	70,00	78.75
24	8,64	17,29	25,93	34,58	43.22	51.86	60,51	69,16	77.80
25	8,53	17,07	25,66	34,14	42,68	51,32	59,82	68,28	76,82
26	8,42	16,84	25,27	33,69	42,11	50,54	58,96	67,38	75,80
27	8,31	16,61	24,92	33,23	41,53	49,84	58,14	66,49	74,76
28	8,19	16,37	24,56	32,75	40,93	49,12	57,31	65,50	73,68
29	8,06	16,12	24,19	32,26	40,32	48,38	56.44	64,52	72,58
30	7,94	15,87	23,82	31,75	39,69	47,64	55,58	63,51	71,45
31	7,81	15,62	23,43	31.24	39,05	46,86	54,67	62,48	70,29
32	7,68	15,36	23,04	30,72	38,40	46,08	53,76	61,43	69,11
33	7,54	15,09	22,63	30,18	37,73	45.26	52 81	60,37	67,91
34	7,41	14,81	22,22	29,63	37,04	44,44	51,85	59,26	66,67

TABLE donnant la réduction à l'horizon d'une longueur de 100m, *mesurée à la* STADIA.

Incli-naison.	Projection de 100m.	Incli-naison.	Projection de 100m.	Incli-naison.	Projection de 100m.	Incli-naison.	Projection de 100m.	Incli-naison.	Projection de 100m.
1°	99m979	10°	96m985	19°	89m441	28°	77m960	37°	63m783
2°	99,878	11°	96,359	20°	88,302	29°	76,496	38°	62,096
3°	99,726	12°	95,677	21°	87,157	30°	75,000	39°	60,397
4°	99,513	13°	94,940	22°	85.967	31°	73,474	40°	58,682
5°	99,240	14°	94,147	23°	84,733	32°	71,919	41°	56,959
6°	98,907	15°	93,301	24°	83.456	33°	70,337	42°	55,218
7°	98,515	16°	92,402	25°	82.139	34°	68,731	43°	53,487
8°	98.063	17°	91,460	26°	80,783	35°	67,101	44°	51,745
9°	97,553	18°	90,451	27°	79,389	36°	65,452	45°	50,000

***TABLE** des corrections pour réduire à l'horizon une distance estimée à la* STADIA.

Inclinaison.	100^m	200^m	300^m	400^m	500^m	600^m	700^m	800^m	900^m	Inclinaison.
1g	0^m03	0^m05	0^m07	0^m09	0^m12	0^m14	0^m16	0^m18	0^m20	1g
2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,4	0,6	0,6	0,8	0,8	2
3	0,2	0,4	0,7	0,9	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	3
4	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,6	4
5	0,6	1,2	1,9	2,5	3,1	3,7	4,3	5,0	5,6	5
6	0,8	1,8	2,7	3,6	4,4	5,4	6,3	7,3	8,0	6
7	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4	9,6	10,9	7
8	1,6	3,2	4,7	6,3	7,9	9,4	11,0	12,6	14,2	8
9	2,0	4,0	6,0	7,9	9,9	12,0	13,9	15,9	17,9	9
10	2,5	4,9	7,3	9,8	12,2	14,6	17,1	19,5	22,1	10
11	3,0	5,9	8,9	11,8	14,8	17,8	20,7	23,6	26,6	11
12	3,5	7,0	10,5	14,0	17,6	21,0	24,5	28,0	31,6	12
13	4,1	8,2	12,3	16,5	20,6	24,6	28,7	32,9	37,0	13
14	4,8	9,5	14,3	19,0	23,8	28,6	33,4	38,1	43,0	14
15	5,5	10,9	16,3	21,8	27,3	32,6	38,1	43,6	49,1	15
16	6,2	12,4	18,6	24,7	30,9	37,2	43,4	49,5	55,7	16
17	7,0	14,0	20,9	27,9	34,8	41,8	48,8	55,8	62,8	17
18	7,9	15,6	23,4	31,1	38,9	46,8	54,5	62,3	70,1	18
19	8,7	17,3	25,4	34,6	43,3	50,8	60,0	69,2	77,8	19
20	9,6	19,1	28,7	38,2	47,8	57,4	66,9	76,4	86,0	20

109. — Cette dernière table met en évidence que les corrections à faire subir aux distances mesurées à la stadia, sont à peu près ***doubles*** de celles qui sont accusées à la table du nº 84, pour les longueurs mesurées couramment sur la pente.

Lorsque cette correction est inférieure à la quantité insaisissable sur le papier, et si l'on n'a en vue que l'exactitude graphique, on peut se dispenser de corriger.

110. — ÉCHELLE DE RÉDUCTION APPLICABLE AUX OPÉRATIONS FAITES A LA STADIA. — A défaut de table de logarithmes ou de table de réduction, on peut construire une échelle de projection qui permet d'obtenir immédiatement la ***distance réduite*** au moyen du compas.

Soit AB (fig. 41), l'échelle du dessin ; au point C élevons une perpendiculaire CD et prenons-la comme diamètre pour décrire la demi-circonférence DVC. Ceci fait, supposons qu'il s'agisse de calculer la réduction d'une distance de 95^m, mesurée à la stadia, sous une inclinaison $q = 15^o$.

Faisons COK $= 2q = 30^o$, par K menons KG parallèle à

AB et joignons les points 90 et 5 au sommet D. La droite HG est la projection cherchée. En effet, on a

$$\frac{GH}{RS}=\frac{DM}{DC}=\frac{R+OM}{2\,R}=\frac{R+R\,cos.\,2q}{2\,R}=\frac{1+cos.\,2q}{2},$$

d'où $$GH = RS \times cos^2.\,q.$$

C'est ce que nous cherchions.

On prouverait, de la même manière, que la réduction à l'horizon d'une distance de 90^m, l'inclinaison de l'axe optique étant de 20°, est égale à IF.

Remarque I. — Lorsqu'on veut obtenir la distance ***non réduite*** entre deux points A et B (fig. 42), ***on vise parallèlement au sol***, c'est-à-dire que l'on prend CB=OA; CF ***et non*** CD, est la partie de la règle qui, placée perpendiculairement à OC, nous donnerait la distance réelle,

$$D = CF \times \frac{D'}{H'}.$$

Mais nous n'avons pas CF; déterminons cette quantité en fonction de CD, que nous connaissons :

$$CF = CD\,cos.\,a;$$

par conséquent $$D = \frac{D'}{H'} \times CD \times cos.\,a.$$

La manière d'opérer consiste donc ici ***à employer la formule générale, sauf à y appliquer la correction cos. a***, qui est, d'ailleurs, toute calculée dans les tables des n°s 83 et 84.

Remarque II. — En rapprochant les figures 33 et 41, on voit que dans la première les subdivisions de l'échelle se joignent au centre du cercle, tandis que dans la seconde c'est à l'extrémité D, du diamètre CD. De plus, la parallèle à AB, qui doit donner la distance réduite (fig. 33), part d'un point de division de la circonférence marqué par q ; dans la figure 41, cette dernière division est égale à $2q$.

Description de la stadia.

112. — La stadia comprend, ainsi qu'on vient de le voir, une règle ou mire et un appareil viseur. Celui-ci consiste ordinaire-

ment en une lunette adaptée à un dispositif qui permet de lire l'angle d'inclinaison de l'axe optique ; nous l'étudierons bientôt.

113. — On distingue deux sortes de mires : la *mire ordinaire* et la *mire parlante.*

La mire ordinaire se compose d'un montant ou *règle* de 2 à 3m de hauteur, munie de 2 *voyants* dont l'un est généralement établi à demeure, à l'extrémité supérieure de la règle (fig. 43). On appelle *voyant* une plaque de bois ou de tôle, partagée en quatre parties égales dont deux, situées sur une même diagonale, sont rouges et les autres blanches. Ces couleurs tranchent fortement l'une sur l'autre et leur opposition fait distinguer très nettement la *ligne de mire* ou *de foi ab*, même à une grande distance.

Le voyant mobile porte une embrasse ou collier *x z* et une vis de pression V, à l'aide desquelles le porte-mire peut, à volonté, faire glisser la plaque ou la rendre fixe. Il est dirigé dans cette opération par les *signes* de l'observateur. Aussitôt que celui-ci aperçoit la coïncidence des fils parallèles du micromètre et des *lignes de foi ab*, *cf*, il donne, par un mouvement horizontal de la main, le signal d'arrêter la course du voyant *mn*.

La *hauteur de mire* se lit sur la face postérieure du montant, qui est subdivisée, à cet effet, en centimètres. La graduation procède du centre du voyant *fixe* vers le talon de la règle. Elle est complétée par une petite échelle auxiliaire adaptée à l'embrasse du voyant inférieur, échelle dont le zéro correspond à la ligne de foi *cf* et sur laquelle on voit le nombre de millimètres à ajouter aux centimètres que l'on a lus directement. La lecture est donc facile, et elle sera exacte si l'on tient la mire sensiblement verticale, opération que facilite un *talon* allongé ou *patin* qui termine le pied de l'appareil.

Le porte-mire transmet le résultat de sa lecture de vive voix ou au moyen de chiffres de forte dimension qu'il porte en poche.

Il arrive que la ligne de foi n'est pas toujours bien horizontale, parce que l'on est forcé de laisser à l'embrasse un certain jeu, afin de parer au gonflement du bois que cause l'humidité. Mais comme c'est le centre du voyant que l'on vise, l'horizontalité de la ligne de foi n'est pas une condition indispensable.

Il existe une disposition de voyant préférable à la précédente : elle consiste à remplacer le point central par un petit cercle blanc. Les fils de réticule, lorsque la mire est éloignée, cachent

toujours une certaine surface du voyant, de sorte que l'on n'est pas certain que l'axe du fil tombe exactement sur la ligne de foi. Au moyen du cercle blanc, il se détache un segment de chaque côté du fil horizontal, et l'œil apprécie facilement les distances de manière à obtenir deux segments égaux.

114. — *Mire parlante.* Dans les levers qui comportent des visées à grandes distances, lorsqu'on est pressé par le temps ou que le porte-mire est peu exercé à la lecture de la règle, etc., on se sert avantageusement d'une *mire parlante* (fig. 44), permettant à l'observateur de lire directement la hauteur de mire. Elle consiste en une règle, à section horizontale, rectangulaire, longue de 3 à 5^m (suivant les portées que l'on se propose d'employer et d'après la nature plus ou moins accidentée du terrain) et large de $0^m,10$ à $0^m,12$; elle porte, à sa partie supérieure, un voyant fixe ; sa partie inférieure est munie de deux poignées et d'un fil à plomb latéral, dont les oscillations sont limitées par un anneau que traverse le fil.

La face antérieure de cette règle est divisée de $0^m,10$ en $0^m,10$, chaque division formant un groupe de cinq subdivisions de $0^m,02$, alternativement blanches et rouge vif. Les groupes de rang pair occupent la moitié de droite de la mire; ceux de rang impair, la moitié de gauche. Les chiffres sont noirs et ne marquent que les décimètres. Ceux qui correspondent au second mètre portent au-dessous d'eux un point; ceux du troisième mètre en portent deux, et ainsi de suite.

Les lunettes dont on se sert donnent des images renversées; aussi a-t-on soin de renverser les chiffres de la mire afin qu'ils se trouvent droits sur l'image et soient faciles à reconnaître.

La mire parlante abrège notablement le travail. En effet, le temps d'adresser au porte-mire les signaux nécessaires pour faire arriver le voyant à hauteur du rayon visuel peut être évalué à *une* minute, pour les courtes distances, par coup de niveau, et à *trois* minutes pour les grandes distances. De plus, si l'on a un aide sur lequel on ne peut pas compter pour faire la lecture exacte des hauteurs de mire, l'emploi de la mire parlante affranchit de beaucoup d'erreurs. Il résulte de l'aveu de presque tous les observateurs que, sous tous les rapports, la mire parlante est plus avantageuse que la mire ordinaire.

115. — La LUNETTE-STADIA est une lunette astronomique servant à faciliter les visées. Avant de la décrire, nous allons rap-

peler très sommairement les *principes d'optique*, sur lesquels sont fondés quelques instruments de topographie.

116. — 1° Dans tout milieu *homogène*, l'air, l'eau, le verre, etc., la lumière se propage en ligne droite

117. — 2° Un rayon lumineux EC (fig. 45), tombant sur une surface polie *non transparente* BD, se réfléchit d'après les deux lois suivantes : *a*) L'angle de réflexion GCA est égal à l'angle d'incidence ECG; *b*) le rayon incident EC et le rayon réfléchi CA sont dans un même plan perpendiculaire à la surface réfléchissante BD.

118. — 3° Lorsqu'un rayon lumineux SO (fig. 46) se présente pour passer d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense ABCD, le rayon se rapproche de la normale OG, c'est-à-dire que l'angle d'incidence SOF est *plus grand* que l'angle de *réfraction* GOH (1). Le contraire a lieu si le deuxième milieu est moins dense que le premier.

119. — 4° Lorsqu'un rayon *incident* AB (fig. 47) traverse un milieu homogène à bases parallèles, le rayon *émergent* KL est parallèle à AB.

120. — 5° Les *lentilles* sont des disques en cristal, terminés par des portions de surfaces sphériques, et dont la propriété est de faire converger ou diverger les rayons lumineux qui les traversent. Il y en a de six espèces, mais nous ne considérerons ici que les lentilles biconvexes (fig. 48).

121.—6° L'*axe principal* d'une lentille AB est la droite CC', menée par les deux centres de courbure C et C' (fig. 48).

122. — 7° Le *centre optique* d'une lentille est un point O situé sur l'axe, jouissant de la propriété de ne pas faire dévier le rayon lumineux qui y passe. On le détermine théoriquement en menant deux rayons parallèles C'Z, CX, et en joignant leurs extrémités par la droite ZX. Lorsque les deux rayons de courbure sont égaux, le point O se trouve à égale distance des points K et K' (fig. 48).

123. — 8° Si des rayons lumineux *parallèles à l'axe principal* (2) tombent sur une lentille biconvexe, ils vont sensiblement concourir en un point F (fig. 49) qui coïncide très appro-

(1) La *réfraction* est une déviation subie par les rayons lumineux lorsqu'ils passent obliquement d'un milieu dans un autre.

(2) Ce parallélisme suppose l'objet rayonnant très éloigné.

ximativement avec le centre de courbure. Ce point de concours des rayons S, S, S, réfractés, est le foyer *principal* de la lentille, et OF est la *distance focale principale*. Toute droite KK' (fig. 48), passant par le centre optique O, est un *axe secondaire*.

124. — 9° Un objet lumineux se trouvant en Z (fig. 50), au delà du foyer principal F, envoie des rayons incidents divergents ZM, ZN, ZP, qui vont, après s'être réfractés, converger en un point *z*, nommé le *foyer conjugué* de Z. Plus l'objet Z se rapproche de F, plus son foyer conjugué *z* s'éloigne de F'; lorsque Z est en F, les rayons émergents sont parallèles à l'axe optique; dans ce cas, son foyer conjugué est à l'infini.

125. — 10° Un point lumineux M étant placé entre F' et la lentille (fig. 51), son foyer *m* est dit *virtuel*. Pour l'obtenir, on mène les deux rayons incidents MK, MO qui se rencontrent, non pas en arrière de la lentille, mais en avant.

126. — 11° La construction de l'image d'un objet AB se réduit à celle des foyers conjugués de ses divers points (fig. 52).

Si nous menons les axes secondaires des points A et B, situés au delà de F, les foyers conjugués de ces points se trouveront respectivemeut sur ces axes AA', BB'. Traçons les rayons AM, BM, parallèles à l'axe principal RS; ces rayons convergent au foyer principal F et, continuant leur route, vont couper en A', B', les rayons AO, BO prolongés; A'B' est donc l'*image réelle* et *renversée* de AB.

127. — 12° Plaçons maintenant l'objet CD (fig. 53), *entre la lentille et son foyer principal* F. — Étant tracés les axes secondaires DS, CL, et les rayons incidents CI, DM, parallèles à l'axe principal VR, on a le foyer virtuel de C en *c* et celui de D en *d*. L'image de CD est donc en *cd : elle est virtuelle, droite et plus grande que l'objet.*

Ces principes rappelés, abordons la description de la lunette-stadia.

128. — Elle se compose essentiellement de deux lentilles biconvexes, placées sur un même axe. La plus grande, L, L (fig. 54), se tourne vers l'objet à viser et prend le nom d'*objectif*; l'autre *ll*, à convexité plus forte, s'appelle *oculaire*. F et F' étant les foyers respectifs de ces deux lentilles, si l'on

dispose convenablement celles-ci, un objet éloigné AB vient former en A'B' son image réelle, très petite, renversée et placée très près de F. Le foyer F' étant situé au delà de F, il en résulte que l'image réelle A'B' sera considérablement *agrandie* par l'oculaire ; elle donnera lieu à une autre image A''B'' virtuelle et toujours renversée (1) par rapport à BA (n° 127). L'image réelle A'B' (fig. 55) est reçue sur un *réticule* ou *porte-fils* RR, disque portant le micromètre que nous connaissons. Les deux lentilles sont montées aux extrémités d'un tube en laiton de $0^m,30$ à $0,^m40$, noirci à l'intérieur (2). Comme la distance O'C de l'objectif à l'image réelle A'B' varie avec l'éloignement de la mire O'K (n° 124), le réticule RR doit être susceptible de mouvements longitudinaux qui permettent de l'amener dans le plan de l'image. Il est, à cet effet, maintenu dans un cylindre MM, pouvant glisser à frottement doux dans le corps de la lunette. Il faut, de plus, que les fils du réticule s'aperçoivent nettement et sans fatigue, à la distance de la vue distincte de l'observateur, distance variable avec chaque personne (3). L'oculaire doit donc pouvoir se déplacer par rapport au porte-fils, c'est pourquoi on le fixe dans un troisième cylindre qui peut glisser dans le second. En H, se trouve un œilleton où s'applique l'œil de l'observateur.

En résumé, toute visée à la stadia doit être précédée de trois opérations :

1° *Mettre la lunette à sa vue*, c'est-à-dire placer l'oculaire de manière à apercevoir très nettement les fils micrométriques;

2° *Viser l'objet désigné ;*

3° *Mettre la lunette au point*, c'est-à-dire mouvoir le porte-réticule (qui entraîne avec lui le porte-oculaire) jusqu'à ce qu'on aperçoive très distinctement l'image.

(1) Ce renversement est un léger inconvénient auquel on s'habitue bien vite dans la pratique. On pourrait le faire disparaître par l'interposition de nouvelles lentilles, mais on aurait alors des images moins nettes.

(2) Le tube doit être noirci, pour éviter que des rayons tombant sur l'objectif sous une forte incidence ne viennent se réfléchir à l'intérieur du tube et troubler l'image des objets éloignés.

(3) Dans cette opération, les *myopes* rentrent l'oculaire, tandis que les *presbytes* le font sortir un peu plus que les personnes dont la vue est normale.

Observation. — L'image de la mire doit coïncider avec les fils du réticule, sinon le pointé serait défectueux.

Cette condition est remplie, lorsqu'en déplaçant l'œil autant que le permettent les dimensions très restreintes de l'oculaire, l'image paraît toujours coïncider avec les fils. Si elle s'en sépare, la coïncidence nécessaire n'existe pas. Après quelques tâtonnements, on parvient à placer le réticule ***au point***.

Si la croisée des fils ne se trouve pas au foyer, l'image et le plan du réticule ne se confondent pas : la position de l'œil venant à changer, l'image semble participer à ce mouvement. Soient, en effet, R le réticule (fig. 56); O, O', O'' la position de l'œil ; C le point de croisement des fils ; A''B'' l'image. Lorsque l'œil est en O, le point C paraît au milieu de A''B''; s'il est en O' ou en O'', l'image semble s'abaisser ou s'élever. Cet effet n'a plus lieu quand R coïncide avec A''B''.

129. — REMARQUES SUR LA THÉORIE DE LA STADIA. — 1re *Remarque*. Dans la théorie que nous venons de développer, nous avons fait usage d'un simple tuyau muni de deux fils micrométriques, et nos déductions étaient basées sur la similitude des triangles M*o*N et *mon* (fig. 57). En employant la lunette, les rayons visuels ne sont plus disposés de la même manière (fig. 58) : ils se croisent au centre optique de l'objectif et vont, en continuant leur marche, former l'image ***nm*** de la mire. Cependant, cela ne change rien aux conditions fondamentales de la théorie : ici encore on a (fig. 58) les triangles M*o*N et *mon* semblables et donnant *o* M : MN = ***o m*** : ***n m*** ou D : H = ***d*** : ***h***, proportion identique à celle du n° 93.

Pour estimer une distance PQ (fig. 58), on opère avec la lunette comme avec le tube viseur ; seulement la même raison qui faisait placer l'*oculaire o* (fig. 57) dans la verticale du point P, pour obtenir la longueur *o* N, commande ici de placer l'*objectif* AB de la lunette (fig. 58) dans cette même verticale. En effet, c'est la longueur *o* M et non R M qui nous est donnée par la formule $D = \frac{D'}{H'} \times H$.

130. — 2e *Remarque*. Nous avons toujours supposé ***constante***, dans les formules de la stadia, la quantité $mo = d$ (fig. 57). Pour le simple tuyau visuel que nous employions, cette supposition était fondée; mais sur une lunette, il n'en est plus

ainsi. En effet (n° 124), *plus* MN (fig. 58) *est éloigné,* plus le réticule doit être rapproché de l'objectif et *plus d* ou *om diminue.* Par conséquent, en substituant, comme nous l'avons fait (n° 95), le coefficient *constant* $\frac{D'}{H'}$ à la quantité $\frac{d}{h}$, dans laquelle le numérateur est *variable,* on affecte d'une certaine erreur (1) les résultats obtenus par la formule $D = \frac{D'}{H'} \times H$.

Dans la pratique, cette erreur est négligeable. En effet, si l'on désigne *o*M (fig. 58) par D, *om* par *d*, et par *f* la distance focale principale de l'objectif (n° 123), la physique établit la relation suivante entre ces trois quantités :

$$(2) \quad \frac{1}{D} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \text{ d'où } d = \frac{Df}{D-f}.$$

(1) Cette erreur est nulle lorsque la distance D, à déterminer, est *égale* à la distance D' dont on s'est servi dans l'expérience d'étalonnage faite pour avoir $\frac{D'}{H'} = \frac{d}{h}$: En effet, dans ce cas, la quantité $\frac{d}{h}$ de l'équation (*c*) est *identique* à $\frac{d}{h}$ de la formule $\frac{D}{H} = \frac{d}{h}$; partant, on peut *rigoureusement* remplacer le second membre de celle-ci par $\frac{D'}{H'}$.

(2) Cette formule est facile à trouver : soit AE (fig. 59), le rayon lumineux. En vertu de notions connues, EC étant la normale au miroir DE, AE se réfléchit suivant EB ; appelons I les angles égaux AEC, CEB, et A, C, B, les angles aux points désignés par les mêmes lettres, tous trois sous-tendus par l'arc DE. Celui-ci étant toujours très petit, nous pouvons lui substituer sa tangente ; les angles A, C, B, pourront donc être respectivement remplacés par $\frac{DE}{DA}$, $\frac{DE}{DC}$, $\frac{DE}{DB}$. Or, l'angle C étant extérieur au triangle ACE, on a $C = A + I$. De même $B = C + I$ ou $C = B - I$, d'où, en ajoutant, $2C = A + B$, ou bien encore $2 \times \frac{DE}{DC} = \frac{DE}{DA} + \frac{DE}{DB}$.

Enfin, en représentant DC par 2 *f*, DA par D et DB par *d*, la formule devient :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} + \frac{1}{d}.$$

Si le miroir était concave, une construction et des calculs analogues aux précédents conduiraient à une relation de cette forme :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D} - \frac{1}{d}$$

Or, en faisant $f = 0^m,35$ et en donnant à D les différentes valeurs ci-dessous, cette formule fournit :

Pour	$D = 20^m$,	$d = 0^m,3562340$
»	$D = 100^m$,	$d = 0^m,3512293$
»	$D = 200^m$,	$d = 0^m,3506135$
»	$D = 300^m$,	$d = 0^m,3504088$
»	$D = 400^m$,	$d = 0^m,3503065$
»	$D = 410^m$,	$d = 0^m.3502990$
»	$D = 700^m$,	$d = 0^m,3501750$

Ce petit tableau fait voir : 1° que d ne diminue *pas proportionnellement* à l'augmentation de D; 2° que la différence entre deux valeurs de d est plus sensible aux petites distances qu'aux grandes; 3° que deux longueurs différant de 100^m, donnent pour d des valeurs égales entre elles, à quelques dixièmes de millimètre près.

Conclusion : Les résultats fournis par la théorie précédente sont suffisamment exacts, puisque, dans le rayon ordinaire des observations topographiques, la valeur de d peut être considérée comme à peu près invariable (1).

131. — D'ailleurs, on peut atténuer cette très petite erreur provenant de la variation de d, et la rendre en quelque sorte régulière, en prenant, dans l'expérience d'étalonnage, une base un peu inférieure à la moyenne des longueurs que l'on prévoit devoir estimer. L'examen du tableau précédent et les observations auxquelles il a donné lieu montrent l'évidence de cette remarque.

132. — 3e *Remarque*. Les visées à la stadia sont généralement comprises entre 50 et 350^m. L'emploi de cet instrument à la détermination des distances inférieures à 50^m, prend plus de temps que si l'on en faisait le mesurage à la chaîne ; d'autre part, il n'y a pas d'avantage à effectuer un lever par des visées *dépassant* 350^m, parce que : 1° les pointés, dans ce cas, ne se font pas toujours nettement, surtout en temps couvert ; 2° les signaux des opérateurs sont difficilement compris ; 3° les allées et les venues font perdre beaucoup de temps.

En opérant dans le rayon de 50 à 350^m, la brigade topogra-

(1) Les topographes de l'Institut cartographique militaire ne tiennent pas compte de la variation de d.

phique du génie français, expérimentant une lunette ordinaire qui grossissait douze fois environ, a obtenu les écarts moyens suivants :

$\frac{1}{1300}$, en terrain horizontal et peu ondulé;

$\frac{1}{400}$, id. incliné de 17°,30′ environ;

$\frac{1}{235}$, id. id. 35° id. (1).

Ces chiffres viennent corroborer ce qui a été dit n°s 90 et 91, savoir que la stadia peut lutter avec la chaîne, en ce qui concerne l'exactitude des résultats (2).

133. — 4° *Remarque*. On peut se demander si, en mesurant rigoureusement d sur la lunette et en déterminant f avec une grande précision, on ne pourrait pas calculer D au moyen de la formule $\frac{1}{D}+\frac{1}{d}=\frac{1}{f}$.

Il est certain que ce serait là une solution très avantageuse du problème consistant à déterminer les distances sans devoir les parcourir : la mire et le porte-mire deviennent par le fait même inutiles, partant, économie sérieuse de temps et d'argent. Mais cette solution *paraît* impossible. En effet, il est à remarquer qu'on ne peut jamais être certain d'avoir les fils du réticule tout à fait exactement au foyer : la coïncidence de l'image avec ces derniers n'est ordinairement qu'apparente, car on peut, par exemple, déplacer le réticule d'une fraction de millimètre, sans cesser de voir nettement l'image dans le plan des fils du micromètre. S'il était possible de *fixer* cette distance d avec la précision que comporte le problème, il serait facile de la *mesurer*. Un mécanisme semblable à celui du micromètre à fil curseur décrit plus haut (fig. 39), pourrait permettre ce mesurage à $\frac{1}{400}$ et même à $\frac{1}{600}$ de millimètre près; or, en jetant les yeux sur les différentes valeurs de d données ci-dessus, on voit que cette approximation serait suffisante.

134. — Résumé de la théorie. — *Stadia*. — h constant (réticule à fils invariables) : H variable (mire graduée).

(1) Données empruntées au *Traité de topographie* du capitaine Bertrand.

(2) C'est la stadia qui a fonctionné pour le lever du pays, et les résultat sont des plus satisfaisants.

Formules : $D = H \times \frac{D'}{H'}$ (n° 95), lorsque l'axe de la lunette est horizontal : $\left(\frac{D'}{H'}\right.$ est le coefficient constant fourni par l'expérience d'étalonnage$\left.\right)$. $D = H \times \frac{D'}{H'} \times cos.\ a$, lorsqu'il s'agit de déterminer la distance ***non réduite*** à l'horizon, entre deux points (n° 111). $D = H \times \frac{D'}{H'} \times cos^2.\ a$, lorsqu'il faut réduire à l'horizon une longueur déterminée avec la lunette inclinée d'un angle a (n° 106).

135. — ***Chorismomètre.*** — h variable (réticule à fil mobile); H constant (mire non graduée).

Formules : $D = D'\ n' \times \frac{1}{n}$; visée horizontale (n° 99). ($D'n'$ est le coefficient constant obtenu par l'expérience régulatrice.) $D = D'\ n' \times \frac{1}{n} \times cos.\ a$; visée parallèle au terrain (n° 111). $D = D'\ n' \times \frac{1}{n} \times cos^2.\ a$; réduction à l'horizon d'une longueur inclinée (n° 106).

136. — ***Stadia-chorismomètre.*** — h variable (réticule à fil mobile); H variable (mire graduée).

Formules : $D = \frac{D'n'}{H'} \times \frac{H}{n}$; visée horizontale (n° 103). $\left(\frac{D'\ n'}{H'}\right.$ est le facteur constant$\left.\right)$ $D = \frac{D'\ n'}{H'} \times \frac{H}{n} \times cos.\ a$; lorsqu'on vise parallèlement au sol. $D = \frac{D'\ n'}{H'} \times \frac{H}{n} \times cos^2.\ a$, pour réduire à l'horizon la longueur observée.

137. — ***Expérience d'étalonnage.*** Elle se fait sur un terrain uni et autant que possible horizontal. On prend ordinairement pour base régulatrice une distance d'environ 100 à 150^{m}.

138. — ***Mise en station de la lunette et de la mire.*** L'objectif doit se placer dans la verticale du point de station ; le fil micrométrique qui se trouve sur l'axe optique est dirigé sur le voyant supérieur ; la mire est tenue autant que possible verticale.

La *longueur des visées* varie ordinairement entre 50 et 350^{m} (1).

—

CHAPITRE III.

Instruments et moyens propres à déterminer les angles et à les rapporter sur le papier.

§ I. LECTURE DES ANGLES. — LE VERNIER.

139. — La géométrie démontre qu'un angle a pour mesure l'arc de cercle compris entre ses côtés et décrit de son sommet comme centre, cette mesure étant d'ailleurs complètement indépendante de la grandeur du rayon de la circonférence dans laquelle on la considère. Cet angle et cet arc ont donc une graduation identique, ce qui permet de construire le premier dès que le nombre de divisions contenu dans le second est connu, et réciproquement.

On les évalue en faisant usage de l'un ou de l'autre des deux systèmes de division suivants : 1° le système *sexagésimal*, 2° le système *centésimal*.

Le premier suppose la circonférence partagée en 360 parties égales que l'on nomme *degrés*; le degré y est subdivisé en 60 *minutes* et la minute en 60 *secondes*. Dans ce système, un agent

(1) *Problème.*—Le *chorismomètre* et la *stadia-chorismomètre* permettent de mesurer une distance AC (fig. 60) dont une extrémité C est inaccessible, mais il faut pour cela qu'à cette extrémité C se trouve une verticale sur laquelle on puisse distinguer deux repères M et D, et que les cinq points A B C M D soient dans un même plan. Dans ce cas, on obtient par une station faite en chacun des points A et B :

$$AC = MD \times \frac{ac}{ab} \times \cos.^2 20^\circ. \qquad BC = MD \times \frac{fg}{df} \times \cos.^2 25^\circ.$$

Nous savons qu'on peut poser $ac = fg$, dès lors on a

$$\frac{AC \times ab}{\cos.^2 20^\circ} = \frac{BC \times df}{\cos.^2 25^\circ} \qquad \text{d'où} \quad \frac{AC}{BC} = \frac{df \times \cos.^2 20^\circ}{ab \times \cos.^2 25^\circ}$$

ce qui donne AC — BC : BC = ($df \times \cos.^2 20$) — ($ab \times \cos.^2 25^\circ$) : ab cos. 25° — df et ab se déterminent au moyen du micromètre à fil curseur ; il suffira donc de mesurer AB = AC — BC pour avoir la valeur de BC, et résoudre ainsi le problème.

de 34 degrés 17 minutes, 25 secondes, par exemple, s'écrit : 34° 17', 25".

A l'époque où le système décimal fut appliqué à la nomenclature des poids et des mesures, on l'étendit également à la division de la circonférence, et cette graduation prit le nom de *centésimale*. Le cercle fut partagé en *quadrants* de 100 *grades*, divisés eux-mêmes en 100 *minutes* comprenant chacun 100 *secondes*.

Pour éviter de confondre le degré avec le grade, on distingue celui-ci par la lettre ^{g}. Quant aux minutes et aux secondes *centésimales*, on les fait suivre de ce dernier qualificatif ou bien on les écrit sous forme de fraction décimale (29^g, 1735) ou, plus rationnellement encore, on dénomme les sous-multiples du grade : *décigrade, centigrade, milligrade*, etc. (1).

L'avantage le plus sérieux du système centésimal consiste à faciliter et à rendre plus exactes les diverses opérations arithmétiques qu'on peut avoir à effectuer sur la valeur numérique des angles. « Des expériences nombreuses ont démontré que la division centésimale fait gagner sur les opérations et les calculs d'une triangulation, les 2/7 du temps nécessaire pour exécuter le même travail avec la division sexagésimale (2). » Nonobstant cet avantage, la division sexagésimale est encore fréquemment employée, les principales tables de logarithmes étant calculées d'après l'ancienne méthode. Du reste, l'habitude des constructeurs et des opérateurs sera bien longue à modifier.

140. — Nous avons dans ce chapitre à montrer par quels procédés et à l'aide de quels instruments on peut relever sur le terrain l'angle sous lequel deux objets sont vus d'un point ou d'un sommet déterminé.

Les instruments qui servent à cet usage sont généralement de deux espèces : les uns, comme la boussole, le graphomètre, le théodolite, etc. (que nous décrirons bientôt), fournissent l'amplitude numérique de l'angle ; les autres, comme la planchette et le sectant graphique, donnent le moyen de tracer cet angle

(1) Il existe une troisième espèce de graduation, dite *mixte*, mais qui est généralement abandonnée. Elle consiste, tout en conservant au *degré* la valeur indiquée ci-dessus, à le subdiviser en parties décimales, au lieu de procéder par minutes et secondes. Ces nouvelles subdivisions s'appellent *dixièmes*, *centièmes*, *millièmes*, etc., de degré.

(2) Capitaine Bertrand.

immédiatement sur le papier sans en connaître la graduation. Les premiers sont des *goniomètres*, les seconds, des *goniographes*.

Nous allons examiner les uns et les autres, en commençant par un petit appareil qui fait partie généralement des goniomètres et sert à faciliter la lecture des angles.

Le Vernier.

141. — La pièce principale des instruments destinés à mesurer les angles est un cercle ou une portion de cercle graduée d'après un des deux systèmes précédents, et que l'on appelle *limbe*.

Afin d'éviter toute confusion, on ne trace sur les limbes qu'un nombre restreint de divisions, dont la plus petite est généralement le quart du degré ou du grade. Il se présente donc fréquemment que l'index, à la pointe duquel doit se lire l'amplitude de l'angle considéré, ne coïncide pas exactement avec un des traits du limbe ; dans ce cas, il reste une fraction de subdivision à estimer. On parvient à cette estimation, non pas d'une manière tout à fait précise, mais avec une approximation suffisante, au moyen d'un vernier.

Le *vernier* (1) est une sorte d'échelle mobile servant à estimer des parties plus petites que celles qui sont directement établies sur les limbes ou les règles ; cet appareil est curviligne dans le premier cas et rectiligne dans le second. Quelle que soit sa forme, les considérations sur lesquelles reposent sa graduation et son usage sont les suivantes :

142. — VERNIER ADDITIF. Deux règles AB, CD (fig. 61), ayant même longueur, soit $0^m,10$ pour fixer les idées, si l'on partage la première en un certain nombre de parties égales, 10 par exemple, tandis que sur la seconde on en marque 10 + 1 ou 11, une division de BA est supérieure à une division de CD et leur *différence* est exprimée par un onzième de centimètre, de sorte qu'en disposant les deux règles comme dans la figure 61, la graduation 1' de CD est en *retard* d'un onzième de centimètre sur la graduation 1 de BA,

(1) Du nom de son inventeur, *Pierre Vernier*, géomètre, né à Ornans (Doubs) en 1580, mort en 1637.

2′ est en retard sur 2, de 2 onzièmes de centimètre,
3′ » » 3, de 3 » »
. . . .
10′ » » 10, de 10 » »

Si maintenant on fait mouvoir la règle CD (fig. 62) jusqu'à ce que la division 7′, par exemple, corresponde à la division 7, on trouve

6′ en retard sur 6, de 1 onzième de centimètre.
5′ » » 5, de 2 » »
. . . .
o′ » » o, de 7 » »

143. — 1re *Application*. Soit à évaluer la longueur d'un objet P (fig. 63), à l'aide d'une règle AB divisée en centimètres, à laquelle est adaptée une réglette CD dont la graduation a été obtenue comme il a été dit ci-dessus. Cette réglette ainsi divisée constitue ce qu'on nomme le *vernier*. L'extrémité gauche de l'objet P étant mise en coïncidence avec l'origine *zéro* des subdivisions de la règle AB, sa longueur est égale à $0^m, 23$ plus une fraction de centimètre *m n*. C'est à évaluer cette fraction que doit servir le vernier. Celui-ci ayant glissé jusqu'en CD, on constate sur la figure que les traits 29 et 6′ se correspondent; donc

5′ est en retard sur la division 28, de 1 onzième de centimètre,
4′ » » » 27, de 2 onzièmes »
3′ » » » 26, de 3 » »
2′ » » » 25, de 4 » »
1′ » » » 24, de 5 » »
o′ » » » 23, de 6 » »

or, ce dernier *retard* est représenté par *mn*; par conséquent, la longueur totale de l'objet P $= 0^m,23 + mn = 0^m,23 + 6$ onzièmes de centimètre.

144. — 2e *Application*. Soient une règle divisée en millimètres et une réglette d'une longueur de $0^m,029$ que nous supposons être partagée en $29 + 1$ ou 30 parties égales. Chacune de celles-ci vaut $0^m, 029 : 30$, et en la retranchant, d'une division de la règle, c'est-à-dire d'un millimètre, on obtient comme différence $\frac{0^m,001}{30}$.

Cela étant, supposons que la division 5 du vernier soit en coïncidence avec la division 27 de la règle; on a

le 4ᵉ trait du vernier en retard de $\frac{0^m,001}{30}$ sur le 26ᵉ de la règle,
» 3ᵉ » » » $\frac{0^m,002}{30}$ » 25ᵉ »
. . . .
et le trait zéro » » $\frac{0^m,005}{30}$ » 22ᵉ »
dans notre hypothèse, l'objet mesuré aurait par conséquent $0^m,22$ de longueur, plus la fraction évaluée par le vernier, soit 5 trentièmes de millimètre.

145. — Les considérations précédentes se rapportent au vernier *additif*, c'est-à-dire au vernier dont la longueur, divisée en ..... 7 + 1, 8 + 1, 9 + 1, 10 + 1, 11 + 1 ..... $n + 1$ parties égales, correspond à ..... 7, 8, 9, 10, 11 ..... n parties de la règle. Si la graduation de la réglette et celle de la règle progressent dans le même sens, comme nous l'avons supposé jusqu'ici, on fait usage de ce vernier comme suit :

146. — *Lire au zéro du vernier : s'il tombe entre deux graduations de la règle, chercher le trait de celle-ci qui coïncide avec un trait du vernier ; multiplier le chiffre indiquant la graduation de ce dernier trait, par* LA DIFFÉRENCE *existant* ENTRE UNE DIVISION DE LA RÈGLE ET UNE DIVISION DU VERNIER ; AJOUTER *le produit de cette multiplication à la quantité exprimée par la division de la règle qui précède immédiatement le zéro du vernier.*

147. — La fraction obtenue en retranchant une subdivision du vernier d'une subdivision de la règle, indique le *degré d'approximation du vernier*. Ainsi, dans les cas examinés plus haut, cette approximation est respectivement d'un onzième de centimètre et d'un trentième de millimètre : cette expression signifie qu'un appareil construit d'après les conditions qui viennent d'être spécifiées, donne les mesures à moins de $\frac{0^m,01}{11}$ ou $\frac{0^m,001}{30}$ près.

148. — *Premier cas particulier du vernier additif.* Soient la règle AB (fig. 64), dont la plus petite division est le centimètre, et le vernier CD, d'une longueur de $0^m,12$, que l'on a partagée en 13 parties égales. L'approximation de cet instrument est donc $\frac{0^m,01}{13}$ (nᵒ 147).

La particularité du cas consiste ici en ce que les divisions de

la règle et celles du vernier courent en sens contraire : les unes progressent de gauche à droite ; les autres, de droite à gauche.

D'après la figure, l'objet P, dont on veut connaître la longueur, a pour mesure $0^m,11$, plus une fraction de centimètre, *mn*, qu'il s'agit d'évaluer dans les nouvelles conditions où nous nous plaçons. La division 9 du vernier étant en coïncidence avec le trait 15 de la règle, il en résulte que

la division	10	du vernier	est en retard de	1	treizième de centim.	sur la div. 14	de la règle
»	11	»	»	2	id.	» 13	»
»	12	»	»	3	id.	» 12	»
»	13	»	»	4	id.	» 11	»

partant, la quantité $mn = 13 - 9 =$ quatre treizièmes de centimètre.

149. — Considérons un deuxième exemple. La règle AB (fig. 65) est divisée en demi-centimètres ; le vernier CD a été formé en partageant 9 subdivisions de AB en 10 parties égales ; l'approximation de l'appareil se représente donc par

$$0^m,005 - \frac{0^m,005 \times 9}{10} = \frac{0^m,001}{2} \text{ (n° 147).}$$

Un objet P ayant une de ses extrémités au zéro de la règle et l'autre en *n*, a pour mesure $12 \times 0^m,005$, plus une fraction de demi-centimètre *mn*. La figure montre le trait 7 du vernier dans le prolongement de la division 15 de la règle, de sorte que

le trait	8	du vernier est en retard	d'un demi-millimètre	sur la division	14,
»	9	»	d'un millimètre	»	13,
»	10	»	d'un millim. et demi	»	12,

on obtient par conséquent $mn = 10 - 7$ ou 3 demi-millimètres.

150. — Il en résulte que, dans le cas particulier du vernier *additif* où les graduations courent en sens contraire de celles de la règle, la manière générale de se servir du vernier, énoncée au n° 146, devient la suivante :

Lire non plus au zéro du vernier, mais ***à sa dernière graduation ;*** si elle tombe entre deux divisions de la règle, chercher le trait de celle-ci qui se trouve en coïncidence avec un trait du vernier ; ***rétrancher la graduation de ce dernier trait de la graduation extrême de la réglette ;*** multiplier

cette *différence* par la fraction donnant l'approximation de l'instrument ; ajouter la quantité ainsi obtenue à la longueur indiquée par la précédente division de la règle (1).

151. — *Deuxième cas particulier du vernier additif.* Prenons un limbe LL' (fig. 66), auquel se trouve adapté un vernier VV' pouvant se mouvoir autour du centre C du limbe, et venant araser les divisions de LL'. Supposons que l'on ait gradué le vernier en divisant, sur une courbe concentrique au limbe, 4 degrés en 5 parties égales : il donne donc le cinquième de degré (n° 147). La figure 66 le montre placé de façon à présenter ses graduations progressant contrairement à celles du limbe. La division 4 de ce dernier venant prolonger le trait 2 de l'arc VV', l'angle KCX = 6° moins la quantité XY ; mais XY représente l'approximation du vernier multipliée par 2, c'est-à-dire deux cinquièmes de degré ; on a donc l'angle $KCX = 6° - \frac{2°}{5} = 6° - 24' = 5°36'$.

152. — La règle *générale* de lecture énoncée au n° 146 reste entière dans le cas particulier qui nous occupe ; seulement, au lieu de « *ajouter* le produit de cette multiplication à la quantité exprimée par la précédente division de la règle, » on devra lire, « *soustraire* le produit de cette multiplication de la somme de degrés marquée sur le limbe par la division *qui suit immédiatement le zéro du vernier.* »

153. — VERNIER SOUSTRACTIF. Le vernier soustractif a ses divisions *plus grandes* que celles de la règle ou du limbe ; il se construit en prenant un nombre *n* des plus petites divisions de la règle ou du limbe et en partageant cette quantité en *n* — 1 parties égales.

Soit une portion de limbe (fig. 67) divisée en grades. Le vernier VV' a été gradué en prenant l'arc de 11 grades, et en le divisant en *dix* parties égales. Une division du vernier *excède* donc une division du limbe de $\frac{1}{10}$ de grade ou de

(1) On peut aussi lire au zéro du vernier d'après la méthode générale (n° 146), mais alors il faut *soustraire* de la graduation de la règle qui *suit* immédiatement le zéro du vernier : 1° l'évaluation donnée par cet instrument ; 2° la longueur totale de la réglette. La figure 65 explique suffisamment ce mode de lecture ; nous lui préférons celui du n° 150.

10 minutes centésimales. Supposons qu'il s'agisse de déterminer numériquement l'amplitude de l'angle *acb* (fig. 68); cet angle est égal à *ba* ou 5ᵍ moins *bd*. Le trait 6 du vernier coïncidant avec la division 11 du limbe, on a

le trait 5 du vernier	en avance d'un dixième de grade	sur la div.	10 du limbe,
» 4	de 2 dixièmes	»	9
» 3	de 3 »	»	8
» 2	de 4 »	»	7
» 1	de 5 »	»	6
» 0	de 6 »	»	5

bd vaut donc six dixièmes de grade et l'angle $acb = 4^g\ 40'$.

154. — La règle générale de lecture, dans le cas où les divisions du vernier *soustractif* marchent dans le *même sens* que celles du limbe, est par conséquent *identique* à celle donnée au nº 152, relativement au vernier additif dont les graduations vont en *sens inverse* des divisions du limbe :

On *soustrait de la plus élevée* des deux graduations du limbe, entre lesquelles tombe le zéro du vernier, la quantité évaluée par l'appareil.

155. — *Cas particulier du vernier soustractif.* Si les divisions du limbe et du vernier vont en sens opposé, on voit sur la figure 69 que la lecture de l'angle se fait absolument comme dans le cas du vernier *additif* (nº 146) : On *ajoute*, à la *plus faible* des deux graduations du limbe entre lesquelles tombe le zéro du vernier, la quantité calculée à l'aide de cet instrument.

156. — On trouverait aisément, d'après les considérations précédentes, le mode d'emploi du *vernier soustractif* adapté à une *règle* dont les graduations iraient en sens inverse de celles du vernier.

157. — *Résumé :* Avant de faire usage d'un instrument complété par un vernier, il faut avoir soin de constater : 1º si le vernier est additif ou soustractif ; 2º l'approximation qu'il fournit; 3º si la graduation du limbe (ou de la règle) et celle du vernier courent dans le même sens ou en sens opposé.

Observation. — Une question se pose naturellement ici : *Jusqu'à quel point peut-on pousser l'approximation d'un vernier ?* Nous savons que cette limite dépend de la différence qui existe entre une division du vernier et une division de la règle

ou du limbe. Si cette différence devenait trop petite, elle se perdrait dans l'épaisseur des traits; la coïncidence de ceux-ci deviendrait très difficile à reconnaître et il en résulterait de l'incertitude dans la lecture.

Problèmes.

Les problèmes suivants ont pour objet de familiariser le lecteur avec le vernier, dont l'emploi est si fréquent dans les opérations topographiques.

158. — *Problème I.* Une règle donne le millimètre, et son vernier le dixième de millimètre ; prendre une ouverture de compas égale à $0^m,523$: le vernier est additif et ses graduations vont dans le même sens que celles de la règle.

Placer le zéro du vernier entre les divisions 52 et 53 ; faire coïncider la division de cet appareil, numérotée 3, avec un trait de la règle (c'est ici le trait 55) ; poser une pointe du compas au zéro de la règle, et l'autre au zéro de la réglette : l'intervalle des pointes sera de $0^m,0523$.

159. — *Problème II.* Construire un vernier *soustractif*, permettant d'estimer le quart de millimètre sur une règle divisée en demi-centimètres.

La différence entre la plus petite division du vernier et la plus petite de la règle est donc égale à $0^m,00025$. En supposant le problème résolu et en faisant correspondre les deux zéros de l'instrument, on aurait (fig. 70) :

La division	1	du vernier	*en avance*	d'un	quart	de mm.	sur	1	de la	règle,
Id.	2	id.	id.	de 2	quarts	id.	sur	2		id.
Id.	3	id.	id.	de 3	id.	id.	sur	3		id.
Id.	4	id.	id.	de 4	id.	id.	sur	4		id.
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .		. . .
Id.	19	id.	id.	de 19	id.	id.	sur	19		id.
Id.	20	id.	id.	de 20	id.	id	sur	20		id.

La division 20 de la réglette étant en avance de $\frac{20^{mm}}{4}$ ou $0^m,005$ sur le trait 20 de la règle, cette division 20 coïncide avec le trait 21 de AB, puisque l'énoncé du problème nous donne AB divisé en demi-centimètres. En prenant 21 divisions de la règle pour partager ensuite cette longueur en 20 parties égales, on résout la question.

160. — *Problème III.* Trouver la plus petite graduation d'un limbe et l'amplitude d'un vernier additif contenant 15 divisions, pour que l'incertitude de lecture ne dépasse pas une minute.

Les données du problème sont donc les suivantes : 1° une division du limbe dépasse une division du vernier de 1′; 2° les 2 zéros du système étant mis en coïncidence, le trait 15 du vernier devra prolonger exactement le trait 14 du limbe (fig. 71).

Nous avons d'après cela :

La division	1	du vernier,	en retard	de	1′ sur	1	du limbe.
Id.	2	id.	id.	de	2′ sur	2	id.
Id.	3	id.	id.	de	3′ sur	3	id.
. . .	.	. . .	. . .	. .	. . .	.	. . .
Id.	14	id.	id.	de	14′ sur	14	id.
et la division	15	id.	en coïncidence		avec	14	id.

ce qui nous conduit à une valeur de 14′ pour une subdivision de CD. On en conclut qu'une division du limbe = 15′ et que l'amplitude du vernier CD est de 14′ × 15 = 3° 30′.

161. — *Problème IV.* Un limbe étant divisé en grades, et son vernier (soustractif) contenant 10 subdivisions, trouver les numéros du vernier et du limbe qui doivent se correspondre, pour que la lecture du système donne $12^g 80'$ (fig. 72).

Le vernier est soustractif; ses 10 parties en valent donc 11 du limbe, soit ensemble 11^g; par conséquent, une de ses 10 parties $= \frac{11^g}{10} = 1^g\,10'$.

Pour résoudre pratiquement le problème, on place le zéro de l'appareil entre les divisions 12 et 13 du limbe, de manière à faire coïncider la graduation 2 du vernier avec le trait 15 du limbe. En lisant d'après les indications du n° 154, on obtient 13^g moins 2 × 10′ ou $12^g\,80'$ et le problème est vérifié (1).

(1) Anciennement on faisait usage, pour apprécier les fractions des divisions de certains limbes, d'un système de *transversales circulaires* ayant quelque analogie avec l'échelle à transversales, décrite précédemment.

D'après Benoît, l'invention des *transversales circulaires* remonte à 1634, et elle serait due à l'Espagnol Jean Ferrier.

§ 2. CONSTRUCTION DES ANGLES.

Le Rapporteur.

162. — On donne le nom de *rapporteur angulaire* ou simplement de *rapporteur* à un limbe demi-circulaire servant à construire graphiquement les angles ou à les évaluer numériquement lorsqu'ils sont tracés. Afin de conserver bien visible le centre O (fig. 73), la surface de ce demi-cercle est augmentée d'une marge rectangulaire ABKD dont la ligne DK, appelée *ligne de foi*, sert à tracer les côtés qui comprennent l'espace angulaire considéré.

Les rapporteurs sont faits d'une plaque en corne (1), assez mince pour être transparente ; on les divise en demi-grades ou en demi-degrés, et leur rayon doit être tel qu'on puisse tracer d'un seul jet (2), le long de DK, toutes les lignes du lever. Le diamètre du rapporteur employé concurremment avec la boussole aura, quelle que soit l'échelle à laquelle on opère, une longueur au moins égale à celle de l'aiguille de la boussole dont on fait usage (n° 249) : voilà pour sa limite *minima*. D'autre part, plus le rayon du demi-cercle est grand, plus l'estimation des petites fractions du degré ou du grade est facile et sûre, ce qui constitue un avantage très sérieux ; cependant, le diamètre ne dépasse ordinairement pas $0^m,20$, sinon le maniement en serait peu commode et l'instrument se déformerait facilement. Il faut, autant que possible, soustraire les rapporteurs à l'action de l'humidité ou du soleil, afin d'éviter que la plaque de corne ne se déjette.

163. — Ces instruments portent plusieurs graduations : une première se développant de 0 à $180°$ (ou de 0 à 200^g), sur la demi-circonférence extérieure (fig. 73) ; une autre, de 180 à $360°$, sur une demi-circonférence intérieure. Le numérotage des divisions de ce limbe procède généralement de gauche à droite. Outre cette graduation complète, il existe, sur les rapporteurs divisés d'après le système sexagésimal, deux arcs con-

(1) Les rapporteurs en cuivre ou en laiton sont généralement abandonnés dans les travaux topographiques ; ils ont surtout l'inconvénient de salir le papier.

(2) C'est-à-dire sans avoir besoin de reprendre le trait, ce qui serait une cause d'inexactitude.

centriques à AMB qui constituent un ***rapporteur complémentaire*** CC (1). Il se gradue en ajoutant 90° aux chiffres correspondants des deux demi-circonférences extérieures. On verra, au paragraphe relatif à la boussole, la manière d'employer ce rapporteur complémentaire, et le motif pour lequel on peut s'en passer lorsqu'on adopte le système centésimal.

Vérification du rapporteur.

Avant de se servir d'un instrument il, faut toujours en faire la vérification. Celui dont nous nous occupons doit nécessairement satisfaire aux conditions suivantes :

164. — 1° *La graduation sera exacte et uniforme.*

On s'en assure à l'aide du compas : une même ouverture des branches doit intercepter partout un même nombre de subdivisions.

165. — 2° *L'instrument sera bien centré.*

Si le centre ne se trouve pas à égale distance de chacun des points de la circonférence (fig. 74) et qu'on répéte la mesure d'un angle tracé sur le papier (un rayon différent étant pris chaque fois comme côté de l'angle), on aura, pour expression numérique de cet espace angulaire, des valeurs différentes. Soit MCN cet espace et supposons-le couvert par l'angle ACB du rapporteur; en déplaçant celui-ci de manière à amener le rayon CB (fig. 75) sur le côté CM, le rayon C — 60° ne coïncidera pas avec CN. Cette non-coïncidence prouve l'existence d'un défaut de centrage, défaut capital qui doit faire rejeter l'instrument.

166. — 3° *La règle ou ligne de foi* AC (fig. 76) *doit être parfaitement droite.*

Pour s'en assurer, on place le rapporteur suivant AMC, puis, après avoir dessiné le long de AC un trait très fin ABC, on retourne l'instrument en CNA, autour de AC comme charnière. Si, dans cette nouvelle position, on mène la ligne ADC, elle devra rigoureusement se confondre avec ABC, sinon la rectitude de la règle est défectueuse.

167. — 4° *La ligne de foi* KL (fig. 77) *doit être parallèle au diamètre initial* 0-180°.

(1) Imaginé par le chef d'escadron d'état-major *Maissiat*.

La vérification de cette condition peut se faire en plaçant, par exemple, le rayon C—40 sur une droite AB et en traçant une ligne KL le long de la règle ; si, après cela, on fait glisser C—40 sur AB jusqu'à ce que C vienne en *g*, on doit voir le diamètre initial couvrir exactement le trait KL.

Le moyen suivant est préférable, car il rend plus sensible le défaut de parallélisme. Ce moyen consiste à placer le diamètre o-180 sur une droite MN (fig. 78), à tracer KL, puis à répéter cette opération, le rapporteur ayant été retourné sur l'autre face en K'P'L'. Par cette méthode, l'angle *b* formé par le diamètre initial et la règle, est doublé en K'SR et se trouve, par conséquent, rendu plus saisissable.

168. — Le tableau du n° 176 fera voir que si les droites o-180 et KL, concourant en M, ont $0^m,10$ de longueur, elles peuvent être regardées comme graphiquement parallèles lorsque l'angle *b* ne dépasse pas 8 minutes. Quand l'*erreur de marge* excède cette limite, on peut en tenir compte à chaque lecture ou se servir du rapporteur, comme il sera dit n° 172 ; toutefois, il est plus rationnel de faire rectifier l'instrument. Lorsque les angles se déterminent par le tracé des *azimuts* de leurs côtés, le défaut de parallélisme des droites o-180 et LK n'altère pas l'amplitude de ces angles (nos 237...242).

Usage du rapporteur.

169. — Soit à mener, par un point A, d'une ligne KB (fig. 79) une droite faisant avec la première un angle de 50°, comptés de gauche à droite :

Appliquer le rapporteur sur le papier, le rayon *c* — 50 sur la droite donnée KB ; faire glisser l'instrument parallèlement à lui-même, c'est-à-dire en maintenant *c* — 50 sur KB, jusqu'à ce que la règle MN passe par le point A ; tracer une ligne le long de MN, *dans le sens c — o* ; on aura MAB = 50°.

Quelle que soit l'amplitude de l'angle à tracer avec le rapporteur ordinaire, la règle de construction est invariable : *Placer le rayon de la graduation sur la droite donnée de manière que la ligne de foi passe par le sommet de l'angle ; faire glisser le crayon le long de cette ligne, en allant vers le* o *de l'instrument.*

170. — Comme application de cette règle, la figure 80 montre

le rapporteur dans la position qu'il doit avoir pour tracer un angle BAM = 135°. Sur la figure 81, l'instrument est placé pour construire l'angle ZVOX = 305°.

171. — Il est facile de résoudre le problème inverse, consistant à *déterminer l'amplitude numérique d'un angle AKM donné sur le papier*. On place (fig. 82) le centre du rapporteur sur le sommet K de l'angle AKM, le rayon *c—o* s'appliquant sur le côté KA, et on lit la graduation du point de rencontre du deuxième côté KM avec la demi-circonférence extérieure.

172. — *Remarque*. Le rapporteur permet de tracer un angle quelconque sans devoir se servir de la ligne de foi. En effet, soit à construire en M et à droite de AK (fig. 83) un angle de 40° : On place le *rayon initial c—o* comme il est indiqué sur la figure et l'on marque, avec le crayon, le point P sur le prolongement du rayon *c*—40; en joignant P et M, on a l'angle AMP=40°.

Ce mode de construction des angles paraît au premier abord très rationnel, mais il est à observer que l'opération de placer le point P *rigoureusement* dans le prolongement d'un rayon et de joindre ensuite *exactement* par un trait les deux points M et P, est une double cause d'erreur. Cette méthode, d'ailleurs plus longue que la précédente, est abandonnée et on lui préfère la première, connue sous le nom de *méthode des praticiens*.

173. — *Influence de l'erreur commise dans la lecture du rapporteur*. La graduation des rapporteurs procède par demi-degrés ou demi-grades ; il en résulte que pour tracer des angles de 12° 38′, 24° 45′, 15g 87, par exemple, n'ayant pas de traits de repère gravés sur l'instrument, on est dans la nécessité d'estimer à vue le nombre des minutes, ce qui entraîne inévitablement quelque incertitude ou erreur de lecture. En déterminant, sur le papier, la projection horizontale de l'angle qu'une ligne AC du terrain fait avec une autre AB (fig. 84), on est donc souvent exposé à mener une droite AD différente de la vraie direction AC.

174.— La quantité *a*, que l'on voit exagérée sur la figure, est généralement très petite (1); de sorte que les deux lignes AC,

(1) Elle sera d'autant plus petite que le rayon du rapporteur sera plus grand. Pour un rayon de 0m,05, on peut admettre l'erreur de lecture égale à 10′ ; cela dépend, d'ailleurs, de la vue et de l'habileté de l'opérateur.

AD se confondent dans le voisinage du sommet A, pour se disjoindre plus loin, d'abord imperceptiblement, puis d'une manière saisissable. D'après ce qui a été dit (n° 41), l'écartement des deux traits AC, AD devient appréciable, dans la pratique, lorsqu'on a $LL' = 0^m,00025$.

Si l'on suppose l'erreur angulaire a constante pendant le lever, on peut, en rapportant sur le dessin des longueurs qui n'excèdent pas AL, déterminer les sommets sans que l'inexactitude commise dans le tracé des angles ait, *graphiquement*, une influence sensible.

Pour une erreur de lecture a, la longueur AL' représente des lignes naturelles d'autant plus grandes que le dénominateur de l'échelle employée est plus considérable. En posant a égal à 10', LL' (fig. 84) vaut $0^m,00025$ lorsque AL' atteint $0^m,086$; dans cette hypothèse, on peut donc lever *très approximativement* des triangles dont les côtés ne dépassent pas

172^m	si l'échelle	employée	est du	2000e,
430^m	id.	id.	id.	5000e,
860^m	id.	id.	id.	10000e,

parce que, à ces différentes échelles, 172^m, 430^m et 860^m sont représentés par $0^m,086$.

175. — Il est intéressant de savoir quelle est la longueur limite des côtés, l'instrument dont on fait usage donnant l'amplitude numérique des angles à 10, 11, 12.... minutes près. Voici, pour connaître cette longueur maxima, un moyen indépendant de la trigonométrie et basé sur ce que les arcs très petits sont sensiblement égaux aux cordes qui les sous-tendent.

Soit une erreur angulaire AEB (fig. 85) = 10'. Du point E comme centre, supposons décrite une circonférence d'un rayon $EL' = d$ tel que l'arc $LL' = 0^m,00025$, et appelons BA l'arc correspondant au même angle de 10', sur une circonférence dont le rayon est égal à 1^m : on a $BA : LL' = 1^m : d$, ce qui donne $d = \frac{0^m,00025}{AB}$ (x).

La quantité AB se détermine facilement en raisonnant comme suit :

La circonférence ABGS ou $2\pi R$ correspond à 360°, un degré

de l'angle au centre a donc pour mesure $\frac{2\pi R}{360}$, et un angle de 10′, dont la mesure est AB, vaut

$$\frac{2\pi R \times 10}{360 \times 60} = \frac{62,83}{21600} = 0,00291.$$

En substituant cette valeur de AB dans l'équation (x), celle-ci devient

$$d = \frac{0,00025}{0,00291} = 0^m086.$$

176.—Si l'on calcule, par ce procédé, la distance EL′ (fig. 85) à laquelle les deux côtés EA, EB d'un angle a très petit s'écartent l'un de l'autre de 0^m00025, on trouve les résultats suivants:

Pour $a =$ 1′	les côtés se confondent	sensiblement	sur une long.	de 0^m,860
Id. $a =$ 2′	id.	id.	id.	1^m,430
Id. $a =$ 3′	id.	id.	id.	0^m,287
Id. $a =$ 4′	id.	id.	id.	0^m,215
Id. $a =$ 5′	id.	id.	id.	0^m,172
Id. $a =$ 6′	id.	id.	id.	0^m,143
Id. $a =$ 7′	id.	id.	id.	0^m,123
Id. $a =$ 8′	id.	id.	id.	0^m,108
Id. $a =$ 9′	id.	id.	id.	0^m,096
Id. $a =$ 10′	id.	id.	id.	0^m,086
Id. $a =$ 11′	id.	id.	id.	0^m,078
Id. $a =$ 12′	id.	id.	id.	0^m,072
Id. $a =$ 13′	id.	id.	id.	0^m,066
Id. $a =$ 14′	id.	id.	id.	0^m,062
Id. $a =$ 15′	id.	id.	id.	0^m,057

(*Voir* des applications de ces données aux nos 168, 174, 192, 204 et 249).

Table des cordes (1).

177. — Afin d'amoindrir, dans les tracés de précision et dans les travaux à grande échelle, l'erreur probable que comportent les lectures faites sur le rapporteur, on avait imaginé d'adapter à cet instrument une alidade pivotant autour du centre et

(1) D'après M. Houzeau (*Étude de la nature, etc.*, 1876), les tables des cordes, des sinus, des tangentes, etc., étaient connues des Arabes longtemps avant notre civilisation.

munie d'un *vernier*. Mais l'expérience a bientôt fait délaisser le *rapporteur à vernier :* son usage était plus compliqué, plus lent et, en fait, cet appareil ne donnait pas toute l'exactitude que la théorie promettait.

178. — Pour les constructions très exactes, on remplace le rapporteur par une *table des cordes,* basée sur la relation qui existe entre la corde et le rayon du cercle dans lequel elle est inscrite.

Francœur (1) a calculé la valeur des cordes de *minute en minute* de 0 à 110°, le rayon étant supposé égal à *dix mille.*

La table de Benoît (2) donne les cordes de *dix en dix* minutes centésimales, de 0 à 135°, pour un rayon de *dix mille* parties.

Cousinery est plus complet : son *rapporteur de précision* (3) contient les cordes successives de la demi-circonférence, calculées dans les trois systèmes de graduation : sexagésimal, centésimal et mixte, les rayons de base étant respectivement 1000, 10000 et 500000.

179. — En voici un extrait :

Graduations des cordes.	0'	2'	4'	6'	8'
49° 0'	829,39	829,92	830,45	830,97	831,50
10	832,03	832,56	833,09	833,62	834,15
20	834,68	835,21	835,73	836.26	836,79
30	837,32	837,85	838.38	838,90	839,43
40	839,96	840,49	841,02	841,54	842,07
50	842,60	843,13	843.65	844,18	844,71
50° 0'	845,24	845,76	846,29	846,82	847,35
10	847,87	848,40	848,93	849,45	849,98
20	850,51	851,03	851,56	852,09	852,61
30	853,14	853,66	854,19	854,72	855,24
40	855.77	856,29	856,82	857,34	857,87
50	858,40	858,92	859,45	859,97	860,50
51° 0'	861.02	861,55	862,07	862,60	863,12
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
60° 0'	1000,00	1000,50	1001,01	1001,51	1002,01

La manière de faire usage de cette table est très simple.

(1) *Goniométrie.* — Paris, 1820.

(2) *Traité des levers à la boussole.* — Paris, 1825.

(3) Paris, 1843.

180.—*Exemple direct.—Soit à construire sur* AB (fig. 86) *un angle de* 50° 10′. Chercher cette graduation dans la colonne d'entrée; lire en regard 847,87, le rayon étant exprimé par 1000,00 (1); de A comme centre, avec un rayon = 1000 longueurs *quelconques*, 1000 centièmes de millimètre, par exemple, décrire l'arc CD; prendre une ouverture de compas = 847 centièmes de millimètre (les 87 se négligent), et la porter en GH; l'arc HKG = 50°10′. Pour passer de l'arc à l'angle, il suffit de joindre les points A et H.

Si le chiffre des minutes était 16, on trouverait la corde 849.45 au croisement des deux entrées 50° 10′ et 6′.

Pour déterminer la position du point H d'une manière bien précise, il faut que l'angle à construire n'excède pas $\frac{4}{3}$ d'un droit; lorsqu'il dépasse cette limite, on en trace le supplément; c'est pourquoi la plupart des tables s'arrêtent à 110, 120, 135°.

181. — *Exemple inverse. — Un angle* BAC *étant tracé* (fig. 87), *trouver sa graduation.*

Du point A comme centre, avec un rayon égal à 1000 centièmes de millimètre, par exemple, décrire l'arc DF; prendre la *corde* FD au compas et l'évaluer en centièmes de millimètre; chercher dans la table le nombre ainsi obtenu. Supposons qu'on ait trouvé FD = 860; on en conclut l'angle FAD = 50° 58′.

Toutes les tables, quelle que soit leur disposition particulière, sont mises en usage d'une manière analogue.

Échelle des cordes.

182.—On peut aussi construire sur le papier des angles dont l'amplitude est connue, en se servant d'une *règle* divisée suivant les valeurs des cordes, règle qui porte le nom d'*échelle des cordes* et qui est, en quelque sorte, la traduction graphique de la table de même nom.

Pour la construire, on marque, sur le bord d'une règle à sec-

(1) On sait que la *corde de deux tiers d'un angle droit* est égale au *rayon* du cercle dans lequel cette corde est inscrite : l'extrait ci-dessus ayant été calculé pour un rayon de 1000 parties, on trouve nécessairement la corde de 60° = 1000.

tion triangulaire et à partir *d'un même point* B (fig. 88), les longueurs des cordes de dixième en dixième de grade, par exemple, le rayon étant représenté par BA, c'est-à-dire par la corde de deux tiers d'un droit ou de 66g 67′ (n° 180, note).

183. — *Application*. Soit à tracer au point B de la ligne BL (fig. 88 et 89), un angle de 46g 10′. De B comme centre, avec BA pour rayon, décrire l'arc SA; puis de S, avec un rayon égal à la corde BD de 46g 10′, tracer l'arc AT. En joignant les points B et A, on obtient l'angle ABS = 46g 10′.

Comme précision, cet instrument tient le milieu entre le rapporteur et la table des cordes; comme rapidité, il est supérieur à celle-ci, mais inférieur au premier.

184. — *Remarque*. Au lieu de la corde d'un angle, on peut employer une quelconque de ses lignes trigonométriques: sinus, tangente, sécante, etc. Il existe à cet effet des tables dont on ferait usage comme nous venons de le voir. On a également construit des échelles traduisant graphiquement les résultats numériques fournis par ces tables. La figure 88 montre une des faces d'une règle trigonométrique triangulaire, donnant en même temps l'échelle des cordes de 0 à 180g et celle des sinus de 0 à 100g.

§ 3. MOYENS DE VISER UNE DIRECTION.

185. — Pour mesurer un angle, il faut obtenir d'abord la direction de ses côtés. Après avoir étudié, dans les deux paragraphes précédents, tout ce qui est relatif à la lecture des angles et à leur construction sur le papier, nous passons à l'examen des instruments qui servent à repérer, sur le dessin, la *trace* des plans de visée dirigés suivant les côtés de l'angle observé.

186. — **Alidade à pinnules.** L'*alidade à pinnules* se compose essentiellement d'une *règle* ou *base* AMB, en cuivre (fig. 90), munie à ses extrémités de deux *visières* AE, BD, perpendiculaires au plan de la règle et portant le nom de *pinnules*. Dans la visière BD, une fente très étroite surmonte un vide rectangulaire ou fenêtre, divisée par un crin fixé sur le prolongement de la fente supérieure; AE présente les mêmes ouvertures, mais placées inversement; ici, la fenêtre est au-dessus de la fente. Ce double dispositif permet de viser indifféremment par l'une ou l'autre pinnule. La visée se fait en plaçant l'œil près de l'une des fentes, qui sert ainsi d'oculaire, et en dirigeant

l'alidade sur l'objet que l'on observe à travers la fenêtre opposée. La direction des fils de repère doit déterminer ***un plan vertical passant par la ligne de foi cd***; ce plan vertical se nomme ***plan de visée*** ou de ***collimation.***

187. — *Vérification.* Pour s'assurer si le plan de collimation *f*K passe par la ligne de foi *cd*, on fixe à chacune des extrémités *r* et *s* d'une ligne tracée le long de *cd* une aiguille très fine; puis on retire l'alidade et l'on vise le signal tangentiellement aux pieds de ces aiguilles; ces repères doivent couvrir parfaitement le signal visé.

Quand le plan de collimation est ***parallèle*** à la ligne de foi, celle-ci et la trace du plan sont toujours très peu écartées, et comme les points observés sont relativement très éloignés, cette excentricité n'entraîne avec elle aucune erreur appréciable.

188. — Lorsque le plan de collimation fait avec la ligne de foi un angle ***constant***, cette erreur ***n'affecte aucunement l'amplitude des angles levés à la planchette***; on en verra la raison au n° 205. Toutefois, on cherchera à débarrasser l'instrument de cette erreur de collimation en agissant convenablement sur les vis V et V'.

L'alidade à pinnules, pour les causes suivantes, ne donne qu'une ligne de visée imparfaite: 1° elle n'amplifie pas les objets; 2° l'œil doit, avec elle, s'ajuster pour deux longueurs très différentes : la distance des deux pinnules et la distance de l'observateur à l'objet; 3° les fils des pinnules doivent être résistants; partant, il faut leur donner une certaine épaisseur qui, souvent, arrive à cacher à l'observateur un angle de plusieurs minutes. De plus, cette alidade ne permet pas la visée de points très élevés au-dessus de l'horizon : pour tous ces motifs, on lui préfère l'*alidade à lunette.*

189. — **Alidade à lunette.** Cet instrument se compose essentiellement d'une lunette astronomique LL (fig. 91), mobile autour d'un axe ***ab*** fixé à une colonne C en cuivre qui fait corps avec la règle R de l'alidade (1). Le réticule de cette lunette est un disque ABC (fig. 92), percé d'un trou circulaire, au centre duquel se coupent, à angles droits, deux fils très fins ***de, fg***. Une vis ***v*** permet le déplacement du point de croisée des fils, par rapport à l'axe optique de l'instrument. Cet axe, la char-

(1) *Voir* la description détaillée de cette lunette au n° 128.

nière et la ligne de foi doivent satisfaire à certaines conditions qu'il est utile d'établir ou de vérifier avant d'employer cet instrument.

190. — *Vérification.* — 1° *L'axe visuel doit être perpendiculaire à la charnière.*

La non-perpendicularité de l'axe optique *op* (fig. 93) sur la charnière *mn* donne naissance à une erreur variable avec l'angle de plongée de la lunette. On constate ce défaut de la manière suivante : Déterminer un alignement AB; observer un signal A en pointant la lunette horizontalement; la retourner *bout pour bout* (1); *o* viendra en *o'*, *p* en *p'*, et l'on apercevra, dans le nouveau plan de collimation, un point B' différent de B. La rectification se fait en déplaçant latéralement la croisée des fils du réticule, jusqu'à ce que B'', milieu de BB', soit sur l'axe optique.

191. — 2° *La charnière doit être parallèle à la base.* Si l'instrument ne satisfait pas à cette condition, on aura, comme dans le cas précédent, un angle variable entre la trace horizontale du plan de collimation et la ligne de foi. Pour constater le non-parallélisme du plan AB et de *no* (fig. 94), on dirige l'axe visuel sur une verticale, l'arête d'un bâtiment par exemple, en donnant à cet axe toutes les plongées possibles. Il faut que le plan de visée couvre constamment la verticale de mire; si cela n'a pas lieu, on ramène l'axe de rotation *no* parallèle à la règle, en agissant, d'une manière convenable, sur les vis qui assemblent la charnière à la colonne.

192.— 3° *La projection a b de l'axe de rotation sur le plan de la base c d* (fig. 95). *doit être perpendiculaire à la ligne de foi m n.*

Les vérifications et les rectifications précédentes étant faites, l'obliquité de *ab* par rapport à *mn* donnera naissance à un angle *constant mzr*, entre la ligne de foi et la trace du plan de collimation. Pour vérifier si la troisième condition a été remplie, on vise un jalon J en faisant coïncider la ligne de foi *mn* avec un des bords AB de la planchette, puis, sans déranger la position de celle-ci, on applique de nouveau l'arête *mn* le

(1) Si la hauteur de la colonne ne permet pas à la lunette de décrire cette demi-révolution autour de la charnière, on dévisse le porte-oculaire pour le revisser ensuite, afin de pouvoir continuer la vérification.

long du même bord AB, mais en *dirigeant la colonne de l'alidade vers le sol.* Si l'axe optique, dans cette nouvelle position de l'instrument, ne couvre plus J, c'est qu'il est oblique par rapport à *mn*.

En supposant même l'angle *mzr* trop grand pour qu'on puisse considérer les droites *ro*, *mn*, comme graphiquement parallèles (n° 176), il ne sera pas indispensable pour cela de faire corriger l'instrument. (*Voir* n° 205.)

193. — *Conclusion.* Il ne faut pas attacher trop d'importance aux vérifications et aux rectifications examinées ci-dessus, parce que :

(*a*) — La construction des instruments atteint aujourd'hui une très grande perfection;

(*b*) — L'inclinaison à donner à la lunette, même sur un terrain varié, est généralement peu considérable; il en résulte que les erreurs de visée, quoique variables à chaque inclinaison nouvelle de l'axe optique, auront en somme peu d'influence sur l'exactitude des visées;

(*c*) — Le calcul montre qu'à moins d'avoir un instrument grossièrement construit, la non-perpendicularité de l'axe visuel sur l'axe de rotation occasionne des erreurs inappréciables sur le dessin;

(*d*) Le défaut de parallélisme entre la charnière et le plan de la règle est celui qui donne naissance aux inexactitudes les plus sensibles; il sera utile d'y porter plus particulièrement son attention. Une charnière inclinée de 1° à 2° sur le plan de la base peut altérer les résultats graphiques si l'on travaille à une grande échelle et si les angles de plongée sont très variables (1).

§ 4. LA PLANCHETTE.

194. —L'emploi simultané d'une alidade et d'une planchette permet de *tracer* immédiatement, sans en mesurer numérique-

(1) Pour une distance de 50^m, l'axe de rotation étant incliné de 2 1/2° et l'angle de plongée étant 11 1/2°, on a une erreur 10 fois plus grande que lorsque l'angle de collimation est de 2 1/2° et la plongée de 11 1/2°.

Une planchette avec alidade constitue donc un *goniographe*, c'est-à-dire un appareil donnant les angles, abstraction faite du nombre de degrés ou de grades qui en est la mesure (n° 140).

ment l'amplitude, la *projection horizontale* des angles observés sur le terrain; nous verrons au n° 201 la manière d'obtenir ce résultat.

La *planchette* (1), comme son nom l'indique, consiste essentiellement en une petite planche ou tablette carrée de $0^m,50$ à $0^m,60$ de côté, de $0^m,015$ d'épaisseur, formée d'un encadrement en bois de chêne qui maintient un remplissage en peuplier; le bois doit être d'excellente qualité et la bordure bien soignée, afin que la planchette, exposée aux intempéries, ne se voile ni se déjette. Afin d'arriver plus sûrement à ce résultat, une planchette de renfort, moins large que la précédente, est fixée à demeure dans celle-ci.

La feuille du lever se tend sur la tablette supérieure, soit en collant les bords du papier, soit en les fixant au moyen de clous à tête plate ou *punaises*, ou mieux encore à l'aide de rouleaux de pression RR' (fig. 96), disposés sous la planchette le long de deux bords opposés.

Cette double tablette est montée sur un *trépied* auquel elle est reliée par un *genou* (fig. 97), c'est-à-dire par un système de liaison permettant de la faire mouvoir dans tous les sens et de l'établir dans une position déterminée.

Les différentes espèces de planchettes se distinguent entre elles par leur mode d'articulation avec le trépied. Les plus connues sont: la planchette à douille, celles de l'école de Metz et de l'école militaire de Belgique, enfin, la planchette Cugnot ou planchette perfectionnée.

195. — **Planchette à douille.** Le genou de cette planchette se compose d'une tige (fig. 97), fixée au centre de figure de la planchette de renfort et terminée par une boule *b* ou *noix*, en cuivre. La pièce *p*, dans la partie inférieure de laquelle vient s'engager la *douille* du trépied, est terminée à sa partie supérieure par deux *coquilles cc* évidées en cuillère et qui peuvent, sous l'action de la vis de pression *v*, saisir la noix comme entre deux mâchoires. En desserrant l'écrou on rend le système libre, ce qui permet de faire prendre à la planchette toutes les positions. Lorsqu'on la juge horizontale, on serre suffisamment la vis pour que la tablette ne puisse bouger d'elle-même, mais pas

(1) L'invention de la planchette est attribuée à J. Prætorius de Nuremberg, qui vivait au XVIe siècle.

assez pour empêcher la main de lui imprimer de petits mouvements, qui ont pour objet soit de diriger convenablement l'alidade, soit d'amener la planchette à l'horizontalité parfaite. On rend tout le système solidaire en serrant fortement la vis de pression. L'appareil repose sur un trépied du système représenté figure 102.

196. — Ce mode d'articulation ne convient pas pour un instrument lourd et encombrant comme la planchette.

A moins d'avoir une extrême habitude de son maniement, il oblige à des tâtonnements très longs; de plus, il n'assure pas d'une façon suffisamment stable l'horizontabilité de l'instrument.

197. — **Planchette de l'école de Metz.** Le genou se compose d'une tige *e* fixée à la planchette de renfort RR (fig. 98), et traversant un plateau P qui réunit les trois branches du support. L'extrémité *e* de cette tige, terminée en pas de vis, est reçue dans un écrou de serrage, B, qui permet ou empêche à volonté le mouvement de rotation de la planchette sur la tête du trépied.

On amène la planchette à la position horizontale, en écartant et en enfonçant, d'une manière convenable, les pieds du support. Cet instrument est beaucoup plus défectueux encore que le premier.

198. — **Planchette de l'école militaire de Belgique.** Dans cet instrument, comme dans le précédent, la tablette de renfort est reliée au support par une tige dont l'extrémité filetée est reçue dans un écrou E (fig. 99); mais ici l'horizontalité s'obtient, non plus en agissant sur les branches du trépied, mais sur trois vis calantes V, V′, V″, prenant écrou dans la tête du support et sur lesquelles repose la tablette de renfort RR. Afin d'adoucir le frottement qui se produit lorsqu'on fait pivoter la planchette autour de son axe, on a pratiqué, dans la tablette RR, une rainure circulaire *cc*, doublée en cuivre, et pouvant recevoir la tête de chacune des vis calantes. Celles-ci sont équidistantes, c'est-à-dire disposées aux sommets d'un triangle équilatéral.

A l'aide de l'écrou, on arrête ou on laisse libre, à volonté, les mouvements de rotation de la planchette.

199. — On le voit, après avoir installé le trépied de manière à placer préalablement la tige dans une position sensiblement verticale, il suffit d'un nombre *très restreint* de tâtonnements

sur une ou deux des vis calantes, pour obtenir l'horizontalité d'une manière stable.

200. — **Planchette perfectionnée.** Le meilleur support pour la planchette est le genou à la *Cugniot* (fig. 100). Les trois branches du trépied s'assemblent sur une pièce de bois F, terminée par un cylindre en bois dont l'axe est en *f*. Perpendiculairement à ce cylindre, s'en trouve un second, E, traversé par un axe métallique et portant des supports D qui soutiennent une planche circulaire C ; cette planche est réunie par un écrou central à une autre planche B sur laquelle se pose la planchette A ; l'écrou central permet à B de tourner à frottement doux sur C. Lorsqu'on veut immobiliser B, on serre la vis *v* qui la réunit à C. L'appareil peut ainsi basculer autour de l'axe E et autour de l'axe *f*. On peut donc arriver à rendre horizontales deux directions rectangulaires de la face supérieure de la planchette et rendre ainsi cette face tout entière horizontale.

Les ailes d'écrou *h h* permettent de serrer les cylindres E, *f*, et de les rendre ainsi immobiles lorsque la planchette est installée.

Emploi de la planchette et de l'alidade.

✗ 201. — Soit à déterminer graphiquement la *projection* d'un angle ABC du terrain (fig. 101), par l'emploi combiné de la planchette et de l'alidade.

On transporte l'instrument au sommet B et l'on exécute, *à vue*, les trois opérations suivantes :

1° *Mettre le point b dans la verticale de* B;

2° *Placer la planchette horizontalement* ;

3° *Décliner la planchette*, c'est-à-dire amener la droite donnée *bc* du dessin dans le plan vertical de sa correspondante BC.

202. — Ceci fait, on reprend successivement, *dans l'ordre où elles sont énoncées*, ces trois opérations préparatoires, à l'effet de mettre *rigoureusement* l'instrument *en station*. Dans ce but, on opère comme suit :

(*a*) Le point *b* se place dans la verticale de B, au moyen d'une *fourchette*, espèce de compas à branches courbes (fig. 103), qui embrassent entre elles la planchette ; la branche inférieure porte un fil à plomb que l'on dirige sur le piquet, et, avec la pointe

supérieure *b*, on marque sur la planchette le point qui se trouve sur la verticale du piquet;

(*b*) L'horizontalité s'établit au moyen d'une bille ou bien d'un niveau à bulle d'air, dont on verra plus loin la description et l'emploi ;

(*c*) La déclinaison de la droite *bc* (fig. 101) s'obtient en plaçant la ligne de foi de l'alidade contre *bc*, et en faisant pivoter la planchette jusqu'à ce que le plan de visée rencontre le signal C.

La mise en station ainsi parachevée, on tourne la ligne de foi autour du point *b* et l'on amène le plan de collimation sur A. Il suffit alors de passer le crayon le long de la règle pour avoir, sur le papier, la trace du plan vertical contenant BA. On donnerait de la même manière les *coups d'alidade* *b*G, *b*D..., pour avoir les *projections abc*, *abg*,*gbd* des angles naturels correspondants.

203. — 1re *Remarque*. Après avoir placé, avcc le secours de la *fourchette*, le point *b* (fig. 104) dans la verticale de B, le mouvement de rotation que l'on imprime ensuite à la planchette pour *décliner bc* déplace le point *b* et peut l'amener dans une position *b'* se projetant en un point B', différent de B. La droite donnée *bc*, après ce mouvement de rotation, est venue en *b'c'*, et le coup d'alidade sur D se fait le long de *b'd'* ; de sorte qu'en définitive c'est l'angle *d'b'c'*, projection de DB'C, qui se trouve être tracé sur le papier, au lieu de l'angle *dbc*, projection de DBC. Quelle est l'erreur provenant de ce fait ? Elle sera très peu sensible si la mise en station provisoire (n° 201) a été soignée. En effet, dans ce cas, *bb'* ne dépassera jamais $0^m,02$; par conséquent les angles *b'*D'*b*, *b'*C'*b* seront absolument négligeables ; or, les deux angles *ob'd'*, *obc*, ont précisément pour différence la différence même des deux angles inappréciables *b'*D'*b*, *b'*C'*b*. On est donc fondé d'admettre *d'b'c'* = *dbc*.

204. — 2e *Remarque*. Toute visée faite avec l'alidade comporte une erreur variant entre 0 et 5', c'est-à-dire qu'une droite tracée le long de la ligne de foi, l'instrument étant d'ailleurs rectifié, forme, avec la véritable direction, un angle dont l'amplitude peut aller jusqu'à 5'; or, le tableau du n° 176 indique que deux droites renfermant un espace angulaire de 5' se confondent sensiblement sur une étendue de $0^m,172$; donc, si les côtés visés ne dépassent pas, rapportés à l'échelle du dessin, une longueur de $0^m,172$, l'erreur provenant de

l'approximation de viséene sera pas graphiquement appréciable.

205. — 3° *Remarque*. Nous connaissons maintenant la mise en station de la planchette ; il nous sera facile de démontrer, la proposition énoncée aux n°° 188 et 192, à savoir qu'une alidade affectée d'une erreur constante n'altère aucunement l'amplitude des angles observés. Soit, en effet, à lever une portion de polygone ABCDE... (fig. 105) ; plaçons la planchette en MN ; cherchons le point *a* où la verticale de A perce le plan, et visons B. Puisque nous supposons que la ligne de foi ne se trouve pas dans le plan de visée AB, au lieu de tracer *ab*, on mènera une droite *ab'*, faisant avec *ab* un angle *bab'* égal à l'erreur constante de collimation. Mesurons AB et rapportons cette distance en *ab'*. Transportons-nous en B ; mettons *b'* dans la verticale de B et déclinons *b'a* sur BA. Il faut pour cela placer la ligne de foi le long de *b'a* et tourner la planchette jusqu'à ce que l'axe optique se trouve sur A. Dans cette position, la droite *b'a* du dessin prendra la direction *b'a* indiquée en M'N'. Observons le sommet C et traçons le long de la ligne de foi, en *b'c'*, la ligne visée. Au lieu de l'angle réel ABC = *a'b'c*, nous avons sur le papier l'angle *ab'c'* ; mais *a'b'c* = *ab'c'*. Il en est de même en M'' N'' ; l'angle BCD y est déterminé en *b'c'd'*, angle égal à la projection horizontale de BCD. Ainsi une erreur constante *bab'* affectera également toutes les directions observées, sans altérer aucunement l'exactitude des angles. Si la méridienne, tracée sur le terrain par l'un des moyens indiqués plus loin, n'a pas été relevée avec le secours de l'alilade elle-même, il y aura lieu de corriger l'orientation du dessin d'un angle égal à *bab'*.

206. — Emploi rapide de la planchette. La mise en station dont nous venons de voir les détails est assez compliquée et prend beaucoup de temps ; d'autre part, comme la planchette fournit simplement des résultats *graphiques* et que ceux-ci, nous l'avons vu à différentes reprises, permettent toujours d'utiles approximations, on se demande si, dans la pratique, la mise en place de l'instrument ne peut pas être simplifiée, sans *altérer sensiblement* l'exactitude des résultats cherchés ?

En ce qui concerne le placement de *b* dans la verticale de B (fig. 104), la remarque du n° 203 a déjà montré que cette opé-

ration ne doit pas nécessairement être rigoureuse ; le **point** *b* peut se projeter en B', à $0^m,04$ ou $0^m,05$ de B, sans qu'il en résulte, dans le tracé de l'angle observé, une erreur appréciable sur le dessin ; or, avec quelque peu d'habitude, on peut mettre *à vue* le point *b* à $0^m,01$ ou $0^m,02$ de la verticale de B : par conséquent l'emploi de la *fourchette* devient inutile.

Si l'on ne considérait que la planchette elle-même, il n'y aurait pas lieu d'avoir égard à une inclinaison de quelques degrés, car elle n'altérerait pas d'une manière sensible l'amplitude de l'angle tracé. Ainsi, un angle de 43°30' dont les côtés seraient respectivement inclinés de 3°40' et de 9°50' sur l'horizon, donnerait un excès de 3' 54" seulement sur sa projection horizontale ; or, 3' 54" est une quantité graphiquement inappréciable. Mais toute inclinaison de la planchette peut se reporter sur l'axe de rotation de la lunette, et l'on a vu (n° 192) que cet axe doit toujours être sensiblement horizontal. Quoi qu'il en soit, on peut admettre la deuxième opération de la mise en station comme suffisamment exacte, lorsqu'une bille d'ivoire ou d'agate tombant sur le dessin, ne tarde pas à y rester immobile.

§ 5. LA BOUSSOLE.

207. — L'emploi de la boussole, dans les levers topographiques, est fondé sur la propriété dont jouit l'*aiguille aimantée*, librement suspendue par son centre de gravité, de prendre une direction *constante dans l'étendue et pendant la durée du lever*.

208. —Pour l'intelligence complète de l'instrument qui nous occupe, nous allons, avant d'en aborder la description et le mode d'emploi, donner un résumé des propriétés magnétiques de l'aiguille aimantée.

209. — **Généralités sur les aimants.** Il circule, dans le globe terrestre ou à sa surface, des courants de deux *fluides magnétiques* qui communiquent à certains corps des propriétés très remarquables. C'est particulièrement dans les mines de *deutoxyde de fer* (1) des terrains anciens, et surtout dans celles de la Norwège, de la Sibérie, de l'île d'Elbe, des Indes, etc.,

(1) Connu aussi sous le nom d'*oxyde magnétique* ou de *pierre d'aimant*. Ce minerai, très abondant dans la nature, donne une qualité de fer supérieure.

que les courants magnétiques terrestres exercent leur influence. Ils y transforment des blocs de ce minerai en *aimants*, c'est-à-dire qu'ils leur communiquent la propriété d'attirer le ***fer pur***, l'*acier*, la *fonte*, le ***nickel***, le ***cobalt*** et le *chrome*.

210. — Les ***aimants naturels***, à leur tour, communiquent leur propriété aux corps qu'ils attirent et les transforment, par un simple contact prolongé ou par des frictions, en ***aimants artificiels*** plus puissants que les ***aimants naturels***. Les premiers prennent plus ou moins vite et maintiennent plus ou moins longtemps leur ***force magnétique***, suivant les circonstances. Ainsi, le fer ***doux***, c'est-à-dire sensiblement exempt de matières étrangères, perd ses facultés magnétiques aussi rapidement qu'il les reçoit. Au contraire, en combinant ce métal avec certaines matières sur lesquelles l'aimant est sans action, on obtient des composés comme l'acier, la fonte, qui acquièrent difficilement les propriétés attractives, mais qui les conservent plus longtemps.

211. — Le pouvoir des aimants diminue à mesure que leur température augmente ; chauffés au rouge, ils perdent complètement leur état magnétique. Leur action attractive décroît très rapidement quand les distances augmentent ; elle s'exerce d'ailleurs à travers tous les corps.

Les courants magnétiques étendent aussi leur influence au loin dans l'atmosphère. On a souvent trouvé des barreaux de croisées, des croix de clochers, des tiges de paratonnerres surtout, possédant les propriétés de l'aimant. En 1804, Gay-Lussac, dans sa mémorable ascension à plus de 7000^{m} au-dessus du niveau des mers, ne constata aucune irrégularité dans les propriétés de l'aiguille aimantée, mais seulement une diminution de son intensité magnétique.

212. — DES PÔLES MAGNÉTIQUES. En un point quelconque du globe, une aiguille aimantée, librement suspendue par son centre de gravité (fig. 106), affecte d'une manière ***spontanée et invariable*** la direction d'une ligne qui joindrait diamétralement deux points voisins des pôles de la terre. Dès qu'on écarte, avec la main, l'aiguille de cette direction, elle y revient par une série plus ou moins longue d'oscillations, et toujours la ***même pointe*** se tourne vers le ***même point cardinal, nord*** ou ***sud*** (1).

(1) Le même phénomène se produit lorsque l'aiguille est posée sur un léger flotteur en liège ; celui-ci oscillera d'abord sur le liquide, pour s'arrêter lorsque l'axe de l'aiguille aura pris une direction à peu près N.-S. Dans cette expé-

213. — Si l'on approche l'une de l'autre les deux extrémités N′ et N (fig. 106) qui pointent le même lieu de l'horizon, le ***nord*** par exemple, on les voit ***se repousser***. Au contraire, si l'on met en présence les deux extrémités N′ et S qui se dirigent vers des points diamétralement opposés, lorsque les aiguilles B et A sont en liberté, on voit ces deux pointes ***s'attirer*** et rester en contact.

Ces phénomènes ont conduit les physiciens à admettre l'existence de deux fluides magnétiques, agissant chacun ***par répulsion sur lui-même*** et ***par attraction sur l'autre fluide***.

214. — En plongeant un aimant dans la limaille de fer, celle-ci s'attache particulièrement aux extrémités de l'aimant et s'y dispose comme une chevelure, chaque grain de limaille soutenant les suivants, tandis que, dans la région moyenne, cet effet ne se produit pas. Les deux points où l'action magnétique se manifeste avec le plus d'énergie ont reçu le nom de ***pôles;*** la surface où cette action est insensible s'appelle la ***région neutre***; la droite qui joint les pôles est l'***axe magnétique*** de l'aimant.

215. — Eu égard à ses propriétés magnétiques, la terre peut être considérée comme un immense aimant dont les pôles, l'un ***boréal***, l'autre ***austral***, sont voisins des pôles terrestres du même nom. Le diamètre qui joint ces pôles est l'***axe magnétique*** de la terre. Le fluide prédominant au pôle austral du globe a été appelé ***fluide austral;*** celui dont l'activité est prépondérante au pôle boréal a été nommé ***fluide boréal.***

216. — On vient de voir (n° 213) que ***les pôles de même nom se repoussent et que ceux de nom contraire s'attirent***. C'est, par conséquent, le pôle ***sud*** ou austral de l'aiguille aimantée qui recherche le pôle ***nord*** ou boréal de la terre ; inversement, le pôle ***nord*** de l'aiguille se tourne vers le pôle ***sud*** du globe terrestre. Il faudra, dans la suite, se garder de confondre le ***pôle nord*** (S) de l'aiguille, lequel est dirigé vers le sud, avec la ***branche nord*** (AN), qui se tourne vers le nord (fig. 106).

X 217. — MÉRIDIEN MAGNÉTIQUE. — DÉCLINAISON. Le ***méridien magnétique*** d'un lieu est le ***plan vertical*** passant par l'axe

rience, le flotteur et l'aiguille n'avancent ni vers le N., ni vers le S.; l'action des courants magnétiques terrestres n'est donc pas attractive, mais *directrice*.

magnétique d'une aiguille aimantée placée en ce lieu, et librement suspendue par son centre de gravité. L'intersection du sphéroïde terrestre et de ce plan fournit la *méridienne magnétique* du lieu. L'*angle horizontal* que celle-ci fait avec la *méridienne astronomique* (1) en un point quelconque de la terre constitue la *déclinaison* de l'aiguille aimantée en ce point.

218. — Dans nos climats, lorsqu'on transporte l'aiguille aimantée d'un lieu à un autre, suivant un *parallèle* terrestre, la variation de la déclinaison est approximativement de 30 minutes par *degré de longitude* de sorte que pour un déplacement de 20 kilomètres dans le sens d'un *parallèle*, on relève seulement, dans la déclinaison de l'aiguille, un écart d'à peu près *cinq minutes* : par conséquent, dans l'*étendue d'un lever topographique*, les directions de l'aiguille sont *parallèles* entre elles. A la vérité, d'autres causes altèrent le parallélisme de ces directions, mais elles ont trait à la *durée* du lever et non à son étendue. D'ailleurs, nous allons le démontrer, ces causes sont elles-mêmes sans influence *sensible* sur la *constance* de la direction de l'aiguille aimantée, pendant le laps de temps que l'on consacre ordinairement aux levers topographiques.

219. — VARIATION DE LA DÉCLINAISON MAGNÉTIQUE. Nous venons de dire que la déclinaison varie *d'un lieu à un autre* ; dans *un même lieu*, elle présente aussi, avec le temps, des variations que nous allons examiner.

220.— 1° *Variations séculaires.* Il résulte d'observations faites à Londres et à Paris qu'en 1657, dans la première de ces capitales, et en 1663, dans la seconde, la déclinaison était *nulle*. A ces dates, la pointe *sud* de l'aiguille, qui se trouvait auparavant à l'*est* des méridiens astronomiques de ces deux villes (2), stationnait dans les plans de ces deux cercles. A partir de ce moment, la pointe sud s'est déviée vers l'ouest, du moins en Europe et en Afrique, jusqu'en 1815. Depuis, elle rétrograde vers l'orient; au 1er janvier 1879, on déclinait à l'observatoire de Bruxelles 16° 44'.

221. — Les variations séculaires ne sont pas constantes. A Bruxelles, la déclinaison atteignait 20° 6' 0" en 1856, après

(1) Intersection de la surface terrestre et du plan vertical passant par les pôles de la terre.

(2) A Paris, en 1580, la déclinaison *orientale* était de 11° 30'.

avoir diminué, en 26 ans, de 2° 22′ 8″. Cette diminution, lente d'abord, s'est accélérée ensuite ; dans sa valeur moyenne, elle a été de 5′ 5″ par année.

222. — 2° *Variations annuelles.* — Vers 1784, Cassini signala, le premier, l'influence des saisons sur l'aiguille aimantée : la déclinaison diminue, c'est-à-dire que l'aiguille marche vers l'est du printemps au solstice d'été (21 juin) ; mais elle reprend sa marche vers l'ouest, de cette dernière époque à la précédente. Ces variations n'ont pas de loi ; leur *maximum* d'amplitude est de 15′ environ.

223. — 3° *Variations diurnes.* — L'aiguille aimantée subit journellement des oscillations que l'on distingue sous le nom de variations diurnes. Dans nos climats, la pointe *sud* de l'aiguille marche vers l'ouest de 8 heures du matin à 2 heures ; puis elle rétrograde vers l'est, jusqu'à 10 heures du soir. La nuit, elle reste à peu près stationnaire. Ces variations, d'ailleurs très inégales, sont plus sensibles au printemps et en été que pendant les deux autres saisons. Leur amplitude moyenne est d'environ 14′, en été, pour tomber à 10′ en hiver, elle décroît en allant des pôles vers l'équateur, où elle est presque nulle.

225. — 4° Les *variations accidentelles* et les *perturbations locales* se manifestent d'une manière brusque. Le voisinage d'une masse de fer, d'un gisement ferrugineux, fait dévier l'aiguille aimantée ; la chute de la foudre, les orages, les tremblements de terre, etc., altèrent plus ou moins profondément ses propriétés magnétiques. L'influence de la foudre peut renverser les pôles de l'aiguille (1). L'expérience a constaté que l'action des masses de fer placées au rez des pieds de la boussole est, à égale distance, beaucoup moindre que si ces masses se trouvent à hauteur de l'instrument. Ainsi à 8 ou 10 mètres, les rails d'un chemin de fer ne modifient pas sensiblement la direction normale de l'aiguille, tandis qu'une grille de fer verticale exerce encore son influence à 25 mètres.

226. — *Conclusion.* Comme on l'a vu au n° 207, l'emploi de la boussole, en topographie, est fondé sur la direction *con-*

(1) On peut obtenir artificiellement le renversement : il suffit pour cela de contraindre l'aiguille à toucher *simultanément* les deux pôles d'un aimant plus fort, de façon que les pôles qui étaient primitivement de même nom soient en contact deux à deux. L'aiguille sera instantanément polarisée en sens contraire.

stante de l'aiguille aimantée pendant la durée d'un lever. Cette condition capitale semble au premier abord être irréalisable; cependant, en y regardant de plus près, on remarque que :

227. — 1° Les variations séculaires n'influencent pas la constance de la direction de l'aiguille, du moins pendant le temps que dure un lever topographique ;

228. — 2° Les variations annuelles ne se produisent pas d'une manière brusque ; elles sont graduelles et inférieures aux erreurs d'observation inhérentes à l'instrument (*voir* n° 249) ;

229. — 3° Les variations diurnes sont également inférieures aux erreurs de lecture et de construction des angles ; de plus, elles peuvent disparaitre par l'effet des compensations;

230. — 4° Les variations accidentelles et locales se manifestent d'une manière brusque ; mais il est facile, comme on le verra plus loin, de les constater et de les rectifier.

Description de la boussole (1).

231. — La boussole topographique se compose essentiellement d'une aiguille aimantée *sn* (fig. 107), faite d'une lame d'acier extrêmement légère, affectant la forme d'un losange très allongé. La pointe *sud*, c'est-à-dire celle qui regarde le *nord* (n° 215), est ordinairement teintée en bleu. Au centre de gravité se trouve une *chape c* d'agate, creusée en cône. Le sommet de ce cône reçoit la pointe effilée d'un *pivot* d'acier trempé (2), sur lequel l'aiguille peut se mouvoir pour ainsi dire sans frottement.

Le pivot occupe le centre d'un *limbe*, divisé en demi-degrés ou en demi-grades. La longueur de l'aiguille doit être telle que ses pointes viennent araser le limbe sans le toucher ;cette disposition a pour but de faciliter la lecture des graduations qui correspondent aux extrémités de l'aiguille. Le limbe fait corps avec le *fond* de la boussole, et ces deux pièces solidaires sont

(1) Certains auteurs font remonter l'invention de la boussole, en Chine, à l'an 2000 avant l'ère chrétienne.

(2) A cause de son petit volume et de sa position centrale, le pivot, bien qu'il soit en acier, ne contrarie pas les propriétés de l'aiguille. Inutile d'ajouter que toutes les autres pièces de la boussole sont en cuivre ou en bois, que les chaines et les jalons ferrés doivent être tenus éloignés de l'instrument et que l'observateur ne doit porter sur lui ni clefs, ni autres objets en fer.

susceptibles de mouvements doux, dans l'enveloppe cylindrique CC disposée comme l'indique la figure. Pour conduire ces mouvements, on se sert d'un ***bouton à crémaillère*** ou d'un bouton à tête de vis que l'on manœuvre par-dessous le fond, au moyen d'une clef. Ce système est renfermé dans une ***boîte*** de $0^m,25$ à $0^m,30$ de côté et de $0^m,03$ à $0^m,04$ d'épaisseur. Afin de préserver l'aiguille des agitations atmosphériques et autres agents extérieurs, un disque de verre est encastré selon CC ; ce verre doit être assez rapproché de la face supérieure de la chape pour qu'en renversant la boussole, l'aiguille ne puisse abandonner son pivot. Un levier *m*, sur lequel on agit au moyen du papillon *d* enfermé dans un creux et pouvant recevoir un mouvement de va-et-vient, sert à écarter l'aiguille de son support et à l'appliquer contre la glace, lorsqu'on déplace l'instrument. Sans cette précaution, le ballottement de la chape pendant le transport émousserait la pointe du pivot, défaut très grave en ce qu'il enlève de la mobilité à l'aiguille et partant de la sensibilité. Le fond est divisé en quatre parties par deux diamètres perpendiculaires, dont les extrémités indiquent les quatre points cardinaux, par les lettres N, S, E, O. Le diamètre N — S, qui correspond aux graduations 0 — 180° ou 0 — 200^g du limbe, est parallèle à l'axe visuel d'une *lunette* L′ L′, placée sur une des faces latérales de la boîte, et pouvant pivoter autour d'un axe perpendiculaire à cette face. Elle est généralement à réticule-stadia et entraîne, dans ses mouvements de plongée, un vernier qui marque sur un limbe appelé *éclimètre* les inclinaisons de l'axe optique par rapport à l'horizon. Ainsi complété, l'instrument prend le nom de *boussole nivelante* ; la figure 108 en montre une d'un modèle nouveau. L'horizontalité du limbe s'obtient au moyen de deux niveaux à bulle d'air encastrés dans la boîte (1). Enfin, la boussole repose, comme la planchette, sur un trépied auquel elle est liée par un ***genou*** ayant quelque analogie avec celui de Cugnot.

Azimuts.

232. — *L'azimut d'une direction est la projection horizon-*

(1) On se contente quelquefois, pour placer le limbe horizontalement, de faire affleurer les deux pointes de l'aiguille au limbe. En théorie, ce procédé n'est pas exact, car une droite ne détermine pas la position d'un plan ; mais il suffit dans certaines circonstances.

tale de l'angle compris entre cette direction et l'axe magnétique de l'aiguille aimantée.

233. — Par convention, les azimuts se comptent de 0° à 360° ou de 0^g à 400^g et *toujours dans le même sens en partant du nord vers l'ouest-sud-est-nord.* Ainsi, la flèche SN (fig. 109) étant supposée indiquer la méridienne magnétique, l'azimut de la direction A B est l'angle *a* et l'azimut de la direction D C, l'angle *b*.

234. — L'ordre dans lequel on énonce les deux lettres désignatives d'une droite indique la *direction* de cettte droite : « azimut RK » (fig. 110) signifie « azimut de la droite qui va de R vers K » et « azimut KR » veut dire « azimut de la droite qui va de K vers R ». Tandis que l'azimut RK est représenté par l'angle *r*, l'azimut KR a pour valeur XZGP $= r + 180°$; de même l'az. CD $=$ *abcde* (fig. 111) et l'az. DC$=$*abg* $=$*abcde* $- 180°$.

235. — Ces azimuts de deux directions diamétralement opposées sont dits *réciproques* ; leur différence doit toujours être égale à deux droits. Cette propriété des azimuts réciproques fournit un moyen précieux de s'assurer que l'aiguille a ou n'a pas dévié pendant le transport de la boussole d'un point R à un point K ; nous en verrons l'application plus loin.

236. — Connaissant l'az. 29° d'une direction R P (fig. 112) donnée sur la carte, pour *retrouver la méridienne* il suffit de tracer, en un point *o* quelconque de la droite et à compter de la partie qui se dirige vers P (deuxième lettre énoncée), un angle PON $=$ 29° évalués de *gauche à droite* : le deuxième côté SN de l'angle construit est la méridienne magnétique.

L'az. réciproque PR (fig. 113) étant donné $=$ 29°, on trace un angle RON de 29° comptés de *gauche à droite* pour un observateur qui chemine de R vers P ; SN donne la méridienne, la lettre N désignant le nord magnétique. S'il s'agit d'un az. PR $=$ 278° (fig. 114), on construit, à partir de R et vers la *droite*, un angle *abcd* $=$ 278° ; SN est la méridienne cherchée.

Construction des azimuts.

237. — Le problème réciproque du précédent : « La méridienne NS étant donnée sur un plan (fig. 115), faire passer par

un point A une droite AB dont l'az. *a* est connu, » se résout par les moyens inverses. On mène par A une parallèle N' S' à NS et l'on fait, en ce point, un angle N'AB = *a*, l'amplitude de cet angle étant mesurée du N vers l'O — S — E, c'est-à-dire de *droite à gauche*.

238. — Dans un lever à la boussole, où il s'agit de construire les angles du terrain par les azimuts de leurs côtés, il serait très incommode de devoir mener, par chacun des sommets déterminés, une parallèle à la méridienne. Pour éviter cette sujétion, on trace d'avance à l'encre rouge, sur toute l'étendue de la feuille du lever, un système de *carreaux* ayant tous les mêmes dimensions. Ce carrelage se fait au moyen d'une série de *parallèles* et de *perpendiculaires* à la méridienne (fig. 116), espacées d'une quantité un peu moindre que le rayon du rapporteur.

Voici comment on fait usage de ce dispositif pour tracer les azimuts.

239. — 1° *Lorsque l'az. à construire est plus petit que deux droits.*

Soit à tracer en A (fig. 116) un az. de 50°. Placer, sur une méridienne voisine de A, le rayon *c*-50 du rapporteur; faire glisser celui-ci parallèlement à lui-même jusqu'à ce que sa ligne de foi BD passe par A ; tracer le long de cette règle BD et *vers le zéro* de l'instrument la droite AB demandée.

La même figure indique en AMDF une position du rapporteur donnant la direction AM, dont l'az. est de 120°.

240. — 2° *Lorsque l'az. donné est plus grand que deux droits.*

Pour construire en un point K, par exemple, un az. de 245°, le rayon *c*-245° se place sur la méridienne voisine de K, les graduations se tournant encore *vers le nord*, comme dans le cas précédent ; seulement, au lieu de tracer la direction cherchée vers le zéro du rapporteur, on la dirige suivant KD, *vers la graduation* 180° ; KD a bien pour az. l'angle $x = 245°$. On peut voir en KGR (fig. 116) la position du rapporteur assurant à la ligne KR un az. de 300°.

241. — 3° *Lorsque l'az. donné est voisin de* 0°, *de* 180° *ou de* 360°.

Quand on veut rapporter sur le papier une direction faisant un très petit angle avec la méridienne, il peut arriver qu'en plaçant le rayon de la graduation sur cette méridienne, la ligne

de foi ne puisse passer par le point donné *v*. (*Voir* sur la figure 116 la position du rapporteur en MNR). Dans ce cas, on fait usage de la perpendiculaire à la méridienne, et l'az. se lit sur le limbe *complémentaire* (n° 163).

Soit à tracer en X (fig. 116) un az. de 15°. On superpose le rayon *c*-15° du *rapporteur complémentaire* sur la perpendiculaire OE, et l'on fait glisser l'instrument jusqu'à ce que la règle VZ passe par X : la droite XZ, menée *vers le zéro du rapporteur*, satisfait évidemment à la question. La règle de construction est la même pour un az. voisin de 360°. (*Voir* en XMRH, figure 116, la position du rapporteur pour tracer une direction XM dont l'az. est de 340°).

Quant aux az. voisins de 180°, ils se construisent en amenant le rayon de la graduation sur une des perpendiculaires, la convexité tournée à *droite*, mais les directions se tracent *vers l'extrémité* 180° du diamètre initial. La direction XG (fig. 116) répond à un az. de 170°, construit d'après ce principe ; XD a pour az. 190°.

242. — Tous les cas du tracé des az. se résument donc dans les règles suivantes :

(*a*) Les az. moindres que 2 droits se prennent sur le limbe extérieur, la convexité du rapporteur tournée *vers le N.*, et l'on trace *vers le zéro* du diamètre initial ;

(*b*) Les az. plus grands que 2 droits se lisent sur la 2ᵉ circonférence ; la convexité se tourne *vers le N.*, et l'on trace *vers la graduation* 180° ;

(*c*) Pour construire les az. voisins de 0 ou de 4 droits, on se sert des perpendiculaires *ouest-est* et du limbe *complémentaire* ; la convexité de l'instrument se tourne vers l'*est* et l'on trace vers le *zéro* ;

(*d*) Même règle que la précédente lorsqu'il s'agit de la construction d'un az. voisin de 180° ; seulement, on trace vers l'*extrémité* 180° du diamètre initial.

Usage de la boussole.

243. — *Détermination d'un angle à l'aide de la boussole lorsqu'il n'y a pas, aux environs du point de station, de cause déviatrice.*

Supposons que la boussole satisfasse aux différentes conditions

de construction que nous allons étudier bientôt, et examinons le mode d'emploi de cet instrument.

Toutes les observations à la boussole devant se faire ***avec la lunette à droite***, si l'on tourne la boîte de manière à amener le plan de collimation SN (fig. 117) parallèlement au méridien magnétique *sn*, la ***pointe bleue*** de l'aiguille, c'est-à-dire celle qui regarde le nord magnétique, doit marquer 0°, attendu que la direction visée SN fait, par hypothèse, un angle nul avec la méridienne ; par conséquent, le diamètre 0-180 doit être parallèle à l'axe optique de la lunette. Ceci étant, supposons qu'en faisant pivoter la boussole vers l'ouest (sens dans lequel se comptent les azimuts), le diamètre 0-180 vienne prendre une position telle que AB (fig. 118). L'aiguille, pendant le mouvement, reste stationnaire, de sorte que l'az. de la direction *s'n'* ou l'angle *a*, compris entre *s'n'* et la méridienne SN, doit se trouver indiqué par la graduation placée sous la pointe ***bleue*** de l'aiguille. Cette explication fait comprendre pourquoi ***le limbe est gradué de gauche à droite***, c'est-à-dire en sens inverse de la direction N-O-S-E-N, dans laquelle on compte les az. lorsqu'il s'agit de les construire (n° 233).

244. — Il résulte aussi des considérations ci-dessus, que la pointe bleue de l'aiguille n'indique l'az. d'un alignement *s'n'* (fig. 118), que si l'axe visuel *rv* se trouve dans le plan vertical de *s'n'*; sans cette condition on n'aura pas l'az. *réel a* de la direction *s'n'*, égal à l'az. *d*, fourni sur le limbe par la pointe bleue de l'aiguille. D'un autre côté, s'il fallait, à chacune des visées AB, AC, AD, AE (fig. 119), faites d'un *même point* de station A, placer successivement l'axe optique dans le plan vertical de ces différentes directions, il résulterait de cette sujétion une perte notable de temps : en effet, il faudrait à chaque visée déranger les pieds de l'instrument et rétablir l'horizontalité du limbe. Aussi ce mode d'observation est-il abandonné et place-t-on habituellement *le centre du limbe dans la verticale du point de station*. Ce procédé occasionne, il est vrai, certaines erreurs, mais, comme nous allons le faire voir, ces erreurs sont presque toujours négligeables dans la pratique.

245. — *Erreur due à l'excentricité de la lunette*. Soit à observer l'az. d'une direction AB (fig. 120). Plaçons à *vue* l'axe de rotation de la boussole dans la verticale de A ; disposons le limbe horizontalement ; puis tournons la boîte de manière à

amener le plan de visée sur le jalon B. (La lunette, comme on le sait, doit toujours être à droite de l'observateur.)

Dans cette position, l'aiguille marque 45°. D'après ce qu'on vient de voir (n° 244), l'az. 45° est celui de la droite F B *et non* celui de la direction à relever AB. Ce dernier a pour véritable valeur l'angle BAK $= x$, compris entre AB et la méridienne AK. Il s'agit de connaître l'erreur commise en substituant à l'az. vrai de AB l'az. lu N'AK. On a B'AK — BAK = B'AB $= b' = b'$. L'angle $b' = b$ est toujours très petit, car, dans le triangle rectangle BFA, le côté AF ne dépasse guère $0^m,10$, tandis que les deux autres côtés sont relativement très longs. Plus le point visé B sera éloigné, plus l'angle d'erreur b diminuera (1). Dans les levers ordinaires, il n'y a pas lieu de se préoccuper de l'influence de l'excentricité de la lunette sur les az. fournis par la boussole.

246. — *Détermination d'un angle à l'aide de la boussole lorsque l'on a constaté l'existence d'une cause déviatrice.* La propriété caractéristique de l'instrument dont nous nous occupons est d'assurer, pendant la durée d'un lever, une directrice *constante*, directrice qui est donnée par l'axe magnétique d'une aiguille aimantée. Or, nous l'avons vu, cette propriété essentielle perd sa stabilité lorsque, dans le cours du travail topographique, on se trouve à proximité d'un terrain renfermant des substances subissant l'attraction de l'aimant, ou quand il se produit certains phénomènes météorologiques susceptibles de troubler la direction normale de l'aiguille. Nonobstant l'irrégularité des conditions dans lesquelles on se trouve alors, la boussole permet de continuer les opérations, non plus comme boussole, mais comme *goniomètre* (2).

On a dit (n° 235) que si la droite AB (fig. 121) d'un terrain dont l'influence est nulle sur l'aiguille aimantée est observée de deux stations faites à ses extrémités A et B, les az. *réciproques* a et b diffèrent entre eux de deux droits. Lorsqu'on trouve, en visant le point A de la station B, une différence $b - a = 180$

(1) En effet, le triangle ABF donne tang. $b =$ AF : FB ; mais b étant très petit, on peut substituer l'arc à la tang.; donc on a $b =$ AF : FB. Cette relation montre que b diminue à mesure que BF augmente.

(2) On a vu que les goniomètres sont des instruments qui donnent l'amplitude *numérique* des angles observés.

$\pm \nu$, on a la preuve qu'il existe une déviation locale ou accidentelle.

Voyons comment on agit dans ce cas.

247. — Soit à lever une ligne polygonale ABCD (fig. 122), aux sommets de laquelle l'aiguille affecte les directions non parallèles qui sont indiquées par les flèches. A étant supposé être le point de départ du lever, on y stationne en visant B et l'on détermine, par exemple, l'az. AB = 40°. Passant ensuite au point B, on commence par faire l'*observation renversée* de A afin de constater si l'az. réciproque *igk* donne *igk* — *m* = 180°. Dans notre hypothèse, il n'en est pas ainsi : la figure donne *igk* = 170°, d'où *igk* — *m* = 170° — 40° = 130°; par conséquent, les positions AN, BN′ de l'aiguille ne sont pas parallèles. Cette certitude acquise, on fait de B l'*observation directe* de C et l'on note l'az. BC = *h* = 60°. L'*angle* polygonal CBA est égal à *igk* — *h* = az. BA — az. BC = 170° — 60° = 110° : donc, pour tracer BC sur le dessin MN, on construit en *b* et avec la droite *ab* un *angle abc* = 110°. La direction BC déterminée, on y porte la longueur *bc* = la distance BC réduite à l'échelle; le point C se trouve ainsi fixé sur le plan. On se transporte ensuite en C et on y fait l'*observation renversée* de B; supposons qu'on lise az. CB = 270°; la différence des az. réciproques de CB et BC se trouve être dès lors 270° — 60° = 210°, et l'on est de nouveau certain que la direction CN″ de l'aiguille n'est pas parallèle à BN′. La droite CD se déterminera donc comme il a été fait pour BC, en construisant en *c* un angle *bcd* = az. CB — az. CD = 270° — 150° = 120°.

Cet exemple montre suffisamment le mode d'emploi de la boussole, lorsque l'on constate une déviation locale dans la direction de l'aiguille aimantée. Il importe que celle-ci reste fixe pendant les opérations faites en B, C, D.... ; on aura donc soin de ne pas déplacer le centre de la boussole à ces différentes stations.

248. — *Lecture des azimuts.* Un petit espace devant exister entre la pointe de l'aiguille et le limbe, il est recommandé de faire la lecture des az. en se plaçant exactement dans la direction de la longueur de l'aiguille. En se tenant de côté, on s'expose à voir la pointe projetée sur une division voisine de celle qui est réellement indiquée.

249. — *Limite de l'emploi de la boussole.* — *Limite maxima.* — Le rayon du limbe des boussoles ordinaires dépasse rarement 0ᵐ,075 ; or, sur une circonférence de ce rayon, *la largeur d'un degré* est de 0ᵐ,0013, de sorte qu'un angle au centre de 10′ y est représenté par un arc de 0ᵐ,00022. Pour assurer une liberté complète à l'aiguille, on ne peut y adapter un vernier : d'autre part, 0ᵐ00022 est à peu près, dans la pratique, la limite des quantités appréciables à vue : on commet donc ordinairement dans la lecture des azimuts une erreur qui peut atteindre 10′.

Quelle influence cette approximation de lecture a-t-elle sur la direction des droites relevées? Cela dépend évidemment de leur longueur. Si, eu égard à l'échelle, elle ne dépasse pas 0ᵐ,075, l'incertitude de lecture n'altérera aucunement leur direction, attendu que deux droites faisant entre elles un angle de 10′, ne se séparent sensiblement qu'à 0ᵐ,075 du point de départ. L'incertitude de lecture sur le limbe ne produira, à l'échelle du 5000ᵉ, une erreur dans la position graphique d'un point visé, que s'il se trouve à plus de 375 mètres de la boussole. A l'échelle du 10000ᵉ, cette portée-limite est de 750 mètres. Nous le répétons, cette limite dépend de la longueur de l'aiguille; en règle générale, *les longueurs des directions relevées doivent, réduites à l'échelle, être inférieures à la demi-distance des pointes de l'aiguille.*

250. — Quant à la *limite minima* des côtés, elle est fixée par l'erreur d'excentricité de la lunette (n° 245). Cette erreur est généralement négligée, avons-nous dit, mais jusqu'à quel point peut-on ne pas s'en préoccuper ? Lorsque la distance entre le centre du limbe et l'axe de la lunette est de 0ᵐ,10, on trouve que pour les distances inférieures à 30 mètres, l'erreur d'excentricité dépasse celle de lecture, cette dernière étant supposée être de 10′; 30 mètres est donc la plus petite dimension à donner aux droites relevées au moyen d'une boussole dont l'aiguille a environ 0ᵐ,10 de longueur.

Il a été énoncé (n° 162) que le rayon du rapporteur doit être *au moins* égale à celui du limbe de la boussole ; on en voit ici la raison : Il faut nécessairement, en construisant les az., pouvoir lire sur le rapporteur avec la même approximation que sur le limbe de la boussole.

251. — *Réglage de la boussole.* Pour faciliter la construc-

tion des az. sur la planchette, on y trace un treillis de parallèles et de perpendiculaires à la méridienne *donnée par la boussole qui doit servir au lever* (n° 238). Si, dans le courant du travail, on veut rapporter les directions à relever, non plus à la méridienne magnétique, mais à une autre directrice, par exemple la *méridienne astronomique*, il faut tracer sur le papier un second carrelage, dont les lignes font, avec celle du premier, un angle égal à la *déclinaison* du jour (fig. 123).

252. — En second lieu, la déclinaison de l'aiguille aimantée varie (n° 222). Si la durée d'un lever était telle que cette déclinaison vînt à changer *sensiblement* pendant les opérations, il faudrait, comme dans le cas précédent, quadriller à nouveau la planchette, de façon que les nouvelles méridiennes fassent avec les anciennes un angle *est* et parfois *ouest, égale à la variation de la déclinaison.*

253. — Enfin, il peut se présenter que, pendant le cours du travail topographique, on doive employer une boussole différente de celle qui a servi à préparer la feuille du lever. En ce cas, cette deuxième boussole pouvant fort bien, pour une *même* direction, accuser un az. différent de celui qui a été fourni par la première, on se trouvera dans la nécessité, afin de répondre aux conditions nouvelles, de carreler une seconde fois le dessin.

254. — C'est là un inconvénient sérieux d'avoir un double et quelquefois même un triple réseau de méridiennes et de perpendiculaires, tracé sur une carte. Pour y obvier, le capitaine Boucher, du corps des ingénieurs-topographes, imagina (en 1804) de rendre mobiles autour d'un axe central perpendiculaire à leur plan les limbes des boussoles dont ce corps faisait usage. Afin de repérer le rayon parallèle à l'axe visuel, un *index* ou *pointe* en cuivre fut fixé *à la boîte.*

Voyons les avantages de ce perfectionnement.

255. — Régler une boussole, c'est placer le limbe de façon qu'en visant une direction, son azimut soit exprimé par la graduation qui vient se placer sous la pointe bleue.

256. — 1er *Exemple.* Soit à régler une boussole de telle sorte que les directions relevées soient rapportées au méridien *astronomique* du lieu. Supposons la déclinaison = 17°. Puisque cette déclinaison est occidentale, l'az. d'une direction AB (fig. 124) sera, dans cette hypothèse, de 17° plus grand que si la directrice était la méridienne magnétique NS. Donc, en plaçant le

rayon *c* — 17 (fig. 125) sous l'index *i* du rayon parallèle à l'axe optique, l'az. *og* d'une direction quelconque *c*B dépassera de 17° l'az. *ig* qu'on eût dû lire, si le diamètre o — 180 était resté parallèle à AB. Avec la boussole ainsi réglée, on peut parfaitement éviter le double treillis et tracer les azimuts « astronomiques », sur une carte préparée au moyen de méridiennes magnétiques.

257. — 2° *Exemple*. Une carte a été préparée d'après une boussole donnant 285° pour l'az. AB (fig. 126), faire le lever en se servant du système de méridiennes déjà tracé au moyen d'une boussole donnant l'az. AB = 275°. Puisque, avec ce deuxième instrument, l'az. AB est diminué de 10°, on se trouve placé dans les mêmes conditions que si la déclinaison avait rétrogradé de 10° *vers l'ouest*, et les nouvelles méridiennes, si on devait les tracer, feraient avec les anciennes un angle *ouest* de 10°.

Dans ce cas, pour régler la boussole, on place la graduation 350 sous l'index *i* (fig. 127); l'az. d'une direction CK est ainsi donné par *o n*, plus petit que *i n* de 10°. Il en sera de même de toutes les droites observées : leurs az. seront tous trop petits de 10° par rapport aux méridiennes directrices du dessin. Mais comme celles-ci font elles-mêmes un angle *est* de 10° avec la direction qu'elles devraient avoir, il s'ensuit qu'au moyen d'une boussole réglée comme il vient d'être dit, la disposition relative des lignes azimutales ne sera aucunement altérée.

Vérification de la boussole.

258. — Pour qu'une boussole soit bonne, ses différentes parties doivent satisfaire à certaines conditions que nous allons examiner successivement :

259. — 1° *Le limbe doit être uniformément gradué.* — Pour s'en assurer, relever, en employant différentes parties du limbe, un même angle tracé sur le terrain. Dans ce but, faire varier la direction de l'aiguille chaque fois qu'on détermine l'angle à nouveau, en plaçant un morceau de fer sur la glace. On doit trouver pour cet angle une amplitude constante.

260. — 2° *L'aiguille doit être horizontale quand elle repose sur son pivot*, sinon les pointes ne viendraient pas araser le

limbe, ce qui rendrait les lectures incertaines. Si l'équilibre n'existe pas, on donne un coup de lime sur le côté le plus lourd ou bien on fixe un peu de cire sur l'autre côté.

261. — 3° *L'aiguille doit être très sensible.* — Lorsqu'on écarte de 100 à 150°, par l'action du doigt, l'aiguille de sa direction normale, elle doit y revenir après avoir exécuté 15 à 20 oscillations de part et d'autre du méridien magnétique. Si elle s'arrêtait au bout d'un nombre moindre d'oscillations, on aurait la preuve que le pivot est émoussé ou que l'énergie magnétique de l'aiguille est affaiblie (1), ce qui pourrait altérer l'exactitude des azimuts. Quand le nombre des oscillations dépasse 20, il y a perte de temps sans profit pour la précision du travail.

262. — 4° *Le pivot doit être au centre du limbe.* — Si cette condition n'est pas remplie, la différence des lectures faites aux deux pointes de l'aiguille ne donnera pas 180°.

Lorsque l'excentricité est faible, on la détruit en ramenant, avec une pince, la pointe du pivot dans la verticale du centre. Autrement, on se débarrasse de l'erreur *variable* provenant du défaut de centrage, en prenant, pour *l'az. vrai*, la demi-somme des lectures faites *aux deux pointes*, diminuée de 90°, si l'az. observé est moindre que 2 droits, et augmentée de 90°, s'il est plus grand que 180° (2). Cette vérification doit se faire souvent,

(1) L'instabilité de l'aimantation est chose à prévoir quand on entreprend un lever. L'opérateur fera donc bien, lorsque le terrain est éloigné des grandes villes, de se munir d'aiguilles de rechange. Deux aiguilles de rechange doivent toujours être accolées en opposant les pointes de même couleur. Le rapprochement des extrémités de nom contraire tend à développer leurs facultés magnétiques, tandis que la disposition inverse les affaiblit.

(2) En effet : soit p le pivot (fig. 128), m le centre, $r\,s$ la lunette parallèle au diamètre ak. Dans la position de l'aiguille indiquée sur la figure, on a,

Pour la 1re lecture $abc = az.\ vrai\ abd -$ l'erreur cd.

Id. 2e id. $akf = abc + ckg + gf$.

Mais $abc = abd - cd$ et $ckg = cd + 180°$;

La somme des deux lectures devient donc :

$$abc + akf = abd - cd + abd - cd + cd + 180° + gf.$$

En supprimant les quantités qui se détruisent, on obtient $abc + akf = 2\,abd + 180°$; et l'$az.\ vrai\ abd = \frac{abc + akf - 180}{2} = \frac{abc + akf}{2} - 90°$.

La figure 125 *bis* prévoit le cas d'un *az.* plus grand que deux droits. Elle donne $orx = orz + xz$; $ov = orz - 180° - xz$ d'où $orx + ov = 2\,orz - 180°$ et $orz = az.\ vrai$ de $ni = \frac{orx + ov}{2} + 90°$.

car la pointe du pivot est très fine et se fausse assez vite par le transport de l'instrument (n° 231).

263. — 5° *Les deux pointes de l'aiguille et le point de suspension doivent être en ligne droite.* — Si l'axe de figure de l'aiguille passe à droite ou à gauche de la pointe du pivot, la différence des lectures faites aux deux extrémités de l'aiguille ne sera pas de 180°. Cette erreur est *constante*, ce qui permet de distinguer le 5° du 4°.

264. — 6° *L'axe de figure de l'aiguille doit coïncider avec son axe magnétique.* — Lire aux deux pointes, puis renverser l'aiguille sens dessus dessous; dans ces deux positions, les pointes doivent affleurer les *mêmes* graduations du limbe. (La chape est travaillée de manière à permettre ce renversement de l'aiguille.)

Supposons que les pôles S, N (fig. 129) ne coïncident pas avec les extrémités A, B'; on lira sous la pointe bleue un az. GB' et, après le renversement, un az. GB : l'angle BCB' sera le double de l'erreur cherchée, qui est d'ailleurs *constante*.

265. — 7° *Le diamètre* 0-180, *dans les boussoles à limbe fixe ou le diamètre passant par l'index dans les boussoles à limbe mobile, doit être parallèle au plan optique.* — Pour vérifier ce parallélisme, placer une lunette d'épreuve exactement au-dessus du diamètre initial BF (fig. 130); viser un signal K *très éloigné;* K doit être couvert par les fils de la lunette MV de l'instrument, sinon on commet à chaque visée une erreur *constante.*

266. — 8° *L'axe optique doit être perpendiculaire à l'axe de rotation de la lunette.* — Voir la vérification et la rectification du n° 190. (On aura soin, en tournant la lunette sur son axe, de ne pas changer l'azimut de la boussole.)

267.— 9° *L'axe de rotation de la lunette doit être parallèle au plan du limbe* (n° 191). — Viser un fil à plomb en faisant varier la plongée de la lunette; le perpendicule doit toujours être couvert par le fil vertical du réticule. La correction se fait en agissant d'une manière convenable sur certaines vis de l'instrument.

268. — 10° *Les graduations du limbe doivent courir de gauche à droite.* — D'après la convention généralement adoptée de construire les az. dans la direction N-O-S-E-N, il faut, pour connaître *immédiatement* les az., que les graduations marchent de gauche à droite. Si cette disposition ne se présentait pas, on lirait, pour une droite telle que KM (fig. 131), un az. de 315° au lieu de l'az. réel N X M = 45°. Ce renversement dans

l'ordre des graduations nécessiterait donc, pour construire les az., la convention nouvelle de compter ceux-ci dans le sens N-E-S-O-N, ou bien de les soustraire chaque fois de 360°.

Remarque. Nous terminerons cet examen des conditions de construction d'une bonne boussole, en faisant remarquer que si l'on se trouve dans l'impossibilité de corriger ou de faire corriger certaines défectuosités ***donnant lieu à des erreurs variables sensibles***, on peut éliminer à la fois toutes ces erreurs non constantes, par la méthode d'observation dite ***des doubles visées***. Elle consiste, comme son nom l'indique, à faire deux visées sur chaque signal : une première avec la ***lunette à droite***, une seconde avec la ***lunette à gauche***. Appelons a l'erreur de lecture due à l'excentricité du pivot r (fig. 132); b, celle qui résulte de l'inclinaison de l'axe optique pn sur l'axe de rotation co; c, celle provenant du non-parallélisme de co avec le plan du limbe, et soit enfin d, la somme des erreurs ***constantes*** auxquelles donnent naissance les défauts de construction énumérés aux nos 263, 264 et 265.

Si, après avoir établi le limbe horizontalement, on vise un signal M, la lecture faite à la pointe bleue de l'aiguille donnera un az. L, différent de l'az. V (qu'on devrait lire si l'instrument était parfait), d'une quantité $\pm a \pm b \pm c \pm d$.

Tournons ensuite la lunette bout pour bout, puis faisons décrire à la boîte un angle de 180°, afin de pouvoir observer une seconde fois M, ***mais avec la lunette à gauche***. Par suite du renversement de l'alidade, l'axe optique est venu en $p'n'$, dans une position symétrique à pn, par rapport à gf, et l'erreur b a changé de signe. D'un autre côté, après avoir fait tourner la boîte, on trouve le pivot en r', position qui entraîne aussi un changement de signe pour l'erreur a ; il en est de même pour c, car l'axe de rotation co a évidemment pris, par rapport à l'horizon, une inclinaison symétrique à la précédente; enfin, la quantité d sera restée ce qu'elle était, de sorte qu'en pointant M dans ces nouvelles conditions, on obtiendra la lecture $L' = 180° + V \mp a \mp b \mp c \pm d$. En faisant la somme des deux lectures, il vient $L + L' = 180° + 2\,V \pm 2\,d$, d'où $V = \frac{L + L' - 180°}{2} \mp d = \frac{L + L'}{2} - 90° \mp d$. On voit donc : 1° que la double observation fait disparaître les erreurs variables de l'instrument ; 2° qu'elle donne l'az. vrai égal à la demi-somme des deux lectures, diminuée de 90°.

Quant aux erreurs constantes représentées ici par $\pm d$, elles affecteront *également* toutes les directions observées ; par suite, l'amplitude des angles levés ne sera aucunement altérée. (*Voir* n° 205).

269. — Les figures 453, 454, 455 et 456 offrent différents types de boussoles avec lunette centrale, qui ont une tendance à se substituer aux boussoles avec lunette excentrique.

Le lecteur, en se rappelant ce qui a été dit précédemment, peut, à la simple inspection des figures, déduire les avantages et les inconvénients que présentent ces divers instruments.

Dans la topographie minière, on emploie souvent, pour déterminer la situation réciproque des galeries, la boussole à double suspension (fig. 457).

Pour opérer dans les mines, cette boussole est appendue à un cordeau, fortement tendu contre les boisages des galeries, et servant à mesurer les longueurs inclinées, dont on calcule la projection horizontale.

L'appareil est d'un transport commode dans les mines Par la disposition de ses articulations, il peut être placé dans une pochette en cuir, que le mineur porte à la ceinture (fig. 458).

On peut d'ailleurs encore simplifier cette boussole, en lui donnant la disposition indiquée dans la figure 459.

§ 6. GRAPHOMÈTRE A PINNULES.

270. — Le graphomètre le plus ordinaire est un demi-cercle en cuivre, plein ou évidé (fig. 133), qui porte deux alidades à pinnules : l'une fixe AB qui correspond aux points 0° — 180° ; l'autre DC mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan du limbe, et entrainant à chacune de ses extrémités un vernier.

L'appareil repose sur un trépied par l'intermédiaire d'un assemblage à coquilles avec douille, permettant de diriger le plan du limbe à volonté dans tous les sens.

271. — *Conditions de construction.* — 1° La division du limbe doit être exacte ;

2° L'instrument doit être bien centré, c'est-à-dire que l'axe de rotation de l'alidade mobile doit passer par le centre du limbe ;

3° Le plan de collimation de chacune des deux alidades doit être perpendiculaire au plan du limbe ;

4° Lorsque les deux plans de collimations se confondent, il faut que le zéro de l'alidade mobile corresponde au zéro de la graduation du limbe.

272. — *Vérifications et rectifications.* La première condition se vérifie comme il a été dit pour le rapporteur; on peut, du reste (en général), pour reconnaître si un goniomètre est bien divisé, viser d'un même point P (fig. 134) trois points quelconques A, B, C, et déterminer ainsi les trois angles APB, BPC et APC : il faut, comme vérification, que APC = APB + BPC. Après la réitération d'un certain nombre d'opérations de ce genre, on aura des garanties suffisantes.

Ce procédé fait en même temps reconnaître le défaut de centrage.

Si les mesures obtenues présentaient des différences sensibles, on rejetterait l'instrument, car il est à remarquer que les erreurs dont nous nous occupons sont variables, et qu'il est par conséquent toujours difficile d'en tenir compte.

Nous disons que ces erreurs sont variables; la chose est évidente pour celles qui résultent de la première condition ; quant aux autres, il est facile d'établir que l'erreur varie avec l'amplitude de l'angle observé, ainsi qu'avec la distance à laquelle se trouve le point visé. En effet, supposons que l'alidade mobile, au lieu de se mouvoir autour du point D (fig. 135), tourne autour de Z ; l'angle lu sera OM, et l'angle qu'il faudrait lire, ON; l'erreur est donc MN. Or, si nous déplaçons le jalon dans le sens ZB en B', par exemple, l'angle lu ne change pas, tandis que l'angle vrai devient CDB'.

En déplaçant le point B vers B'', on démontrerait que l'erreur varie avec la distance du jalon.

Puisque cette erreur varie, elle passe nécessairement par une valeur minima. La figure montre, en effet, que cette erreur devient nulle lorsque l'alidade mobile passe par le centre du limbe. Elle atteint, au contraire, sa valeur maxima, lorsque l'axe de l'alidade mobile a une direction perpendiculaire à la ligne ZD passant par le centre et par le pivot ; la distance de ces deux points est sensiblement égale à l'erreur maxima.

Au surplus, on peut, par un procédé que nous avons indiqué dans l'étude de la boussole, apprécier l'amplitude de l'erreur : il suffit pour cela de diriger deux fois l'alidade fixe sur le point de départ, la seconde fois, après avoir fait tourner le limbe de

180°, de viser chaque fois le second objet et de faire la différence des deux lectures.

Lorsque le limbe du graphomètre est circulaire, on peut, par la méthode des doubles lectures, faire disparaître les erreurs variables. Supposons, en effet, l'alidade mobile placée suivant EM (fig. 136), le point C étant toujours très près du véritable centre D, et le point B, au contraire, en étant toujours très éloigné, nous pouvons admettre que EB et BF sont parallèles, et que MN = EF. Appelons *e* l'erreur MN ; désignons l'angle vrai ADB par V, et les angles lus en M et en E par L et L' ; nous aurons :

$$L = V - MN = V - e.$$

$$L' = OMKE = OK + KF + FE = 180 + V + e.$$

en ajoutant, on trouve $L + L' = 180° + 2V$,

d'où l'on déduit facilement : $V = \frac{L + L'}{2} - 90°$.

Si l'angle observé était plus grand que 90°, on devrait naturellement augmenter de 90° la demi-somme des lectures.

- La troisième condition se vérifie en établissant d'abord l'horizontalité du limbe à l'aide du niveau à bulle d'air, puis en visant le fil à plomb ; la pinnule doit parfaitement couvrir le fil.

Enfin, la quatrième condition sera remplie, si, en dirigeant les deux alidades sur un même jalon, le zéro du vernier de l'une répond au zéro de la graduation de l'autre.

Si cette vérification ne se produit pas, il existe une erreur dite de *collimation*, erreur constante et qu'il est facile d'apprécier en amenant les deux alidades dans un même plan pour viser le même objet ; cette erreur sera additive, si le zéro du vernier est à droite du zéro du limbe ; soustractive dans le cas contraire. C'est pour mettre l'observateur à même de la constater que la graduation du limbe demi-circulaire se prolonge en N (fig. 133). Parfois, on peut corriger l'erreur de collimation à l'aide d'une vis de rappel qui permet de changer la position des fils de l'alidade mobile, de manière à les amener dans le plan de collimation de l'alidade fixe, après avoir fait coïncider les deux zéros.

273. — *Mode d'emploi de l'instrument.* — Pour mesurer l'angle, réduit à l'horizon, de deux directions quelconques, placer l'instrument en station de manière que le centre de son limbe soit dans la verticale du sommet de l'angle ; le zéro étant

du côté de l'observateur, diriger les pinnules de l'alidade fixe dans la première direction et celles de l'alidade mobile dans la seconde ; vérifier si l'alidade fixe n'a pas été dérangée ; lire l'amplitude de l'angle observé au zéro du vernier.

Il est facile de voir que si, au lieu de l'angle CSA, nous avions, par exemple, l'angle MNP à observer (fig. 137), il suffirait d'ajouter 180° à l'angle lu CSA, les angles ASC et MNP étant d'ailleurs comptés dans le même sens.

Dans la mise en station, il faudra établir le *centre du limbe dans la verticale* du sommet de l'angle à observer.

Cette opération se fait généralement à vue, car, avec un peu d'habitude, on arrive facilement à une précision suffisante. Il est, du reste, possible d'évaluer l'écart que l'on peut se permettre; en effet, si C (fig. 138) est le centre du limbe, et C′ le point où la verticale du point de station perce le plan du limbe, l'angle que nous devrions relever est AC′B; celui que nous lisons en réalité est ACB; or, en vertu d'un théorème de géométrie élémentaire, on a les relations :

$$m = a + c$$
$$n = b + d$$

d'où, en ajoutant, $m + n = c + d + a + b$; c'est-à-dire que l'angle vrai AC′B est égal à l'angle lu ACB augmenté de $a + b$. Si le point C′ tombait en C″, il faudrait, au contraire, pour obtenir l'angle vrai, diminuer l'angle lu de la somme des angles correspondants à b et a.

Remarquons d'ailleurs que les erreurs a et b, qui, en général, sont inégales, auront d'autant plus de valeur que les points A et B seront plus éloignés l'un de l'autre et que les distances AC, BC seront petites.

Pour calculer le maximum de l'angle a, il suffit dans la relation trigonométrique suivante :

$$\frac{\sin a}{\sin \mathrm{AC'C}} = \frac{\mathrm{CC'}}{\mathrm{AC}},$$

d'où

$$\sin a = \sin \mathrm{AC'C} \times \frac{\mathrm{CC'}}{\mathrm{AC}},$$

de donner à *sin* AC′C sa plus grande valeur, qui est l'unité, à CA, sa valeur minima, soit 25 mètres, enfin, à CC′, la valeur de

l'erreur commise habituellement dans la pratique, laquelle est déterminée par des expériences.

Enfin, *le limbe doit être horizontal*. Cette condition est facile à remplir lorsqu'on fait usage d'un graphomètre perfectionné porteur de deux niveaux à bulle d'air. Elle est nécessaire, sans cela les plans de collimation ne seraient pas verticaux et leur intersection avec le plan horizontal ne donnerait plus la ***réduction à l'horizon*** de l'angle observé. Nous ferons d'ailleurs remarquer que si le point visé et le point de station sont à peu de chose près dans le même plan horizontal, l'erreur qu'il en résulte est graphiquement inappréciable.

Si la différence de hauteur entre ces deux points est trop considérable, il faut établir le limbe dans le plan des objets, sauf à réduire ensuite, par le calcul, l'angle à l'horizon.

Il existe, pour remédier à cet inconvénient, des graphomètres dont les alidades ont été remplacées par des lunettes; la lunette fixe est au-dessous du cercle, et la lunette mobile au-dessus. Il est évident que ces deux viseurs doivent pouvoir prendre un mouvement de rotation d'une certaine amplitude autour d'un axe horizontal; nous en verrons bientôt un exemple dans le théodolite topographique.

On peut compléter l'instrument en plaçant une boussole dans le demi-cercle formant le limbe, de façon que le diamètre ***nord-sud*** soit parallèle au diamètre principal o—180° du limbe. Cette boussole sert à l'orientation du plan qu'on lève.

Enfin, si le genou de l'instrument est à charnière et qu'il soit possible d'amener le limbe dans la position verticale, position que l'on peut, du reste, vérifier au moyen du fil à plomb, il est facile de comprendre que, dans ces conditions, l'instrument peut servir à mesurer la hauteur angulaire d'un point au-dessus d'un autre, c'est-à-dire qu'il devient propre au nivellement.

Si, en outre, la lunette mobile possédait un réticule, il suffirait de s'armer d'une mire pour obtenir un appareil propre à donner à la fois le plan et le nivellement d'un terrain.

§ 7. LE PANTOMÈTRE.

274. — *Description*. — On mesure encore les angles avec un instrument qui n'est qu'un graphomètre de diamètre réduit,

mais qui ressemble, pour sa structure générale, à l'équerre d'arpenteur, et qu'on appelle *pantomètre* de Fouquier (1) ou *équerre-graphomètre*.

Cet instrument se compose de deux tambours ou cylindres creux, d'inégale hauteur (fig. 139) et superposés, dont l'un inférieur (A) est fixé sur la douille, et dont l'autre supérieur (B) peut tourner autour d'un axe qui lui est commun avec le premier. Pour cela, l'instrument porte à sa base une crémaillère circulaire intérieure que fait mouvoir un pignon denté se manœuvrant à l'extérieur par le bouton fileté H.

Le cylindre inférieur n'a qu'une ligne de visée, qui est donnée par deux fenêtres avec fentes et fils; il se termine en haut par une graduation circulaire de 0° à 360°. Ce cylindre représente l'alidade fixe et le cercle gradué du graphomètre.

Le cylindre supérieur porte, à sa base, un vernier dont le zéro est dans la direction d'une des deux lignes de visée rectangulaire, ménagées suivant *mp, on*.

Au-dessus de cette équerre composée, se trouve souvent une boussole dont le diamètre principal correspond aux pinnules du cylindre supérieur. Cette boussole sert à orienter la carte et à déterminer les angles, lorsque des obstacles interposés empêchent la visée.

Parfois (fig. 139bis), les pinnules supérieures sont remplacées par une lunette plongeante *b*. C'est un luxe inutile, peu en rapport, nous semble-t-il, avec l'exactitude de l'instrument, et qui a le tort de compliquer le pantomètre dont le plus grand mérite est sa simplicité et son petit volume.

275. — *Conditions de construction.* — Elles sont identiques à celles du graphomètre et se vérifient d'une façon analogue ; nous croyons donc inutile d'y revenir.

276. — *Usage du pantomètre.* — Faire coïncider l'axe de l'instrument avec la verticale passant par le sommet de l'angle à observer; tourner tout le système sur sa douille de façon à pouvoir viser, par l'alidade inférieure, un objet situé dans la première direction; mouvoir ensuite le cylindre supérieur, jusqu'à ce qu'on aperçoive, par sa ligne de visée, un objet dans la seconde direction; lire l'angle au vernier de l'appareil. Avoir

(1) Du nom de son inventeur, M. Fouquier, officier du génie français (1813).

soin, après la manœuvre du cylindre mobile, de vérifier si l'alidade inférieure couvre toujours le premier point visé.

La figure 139bis montre que l'instrument est aussi susceptible d'être transformé en un appareil apte à exécuter, à la fois, la planimétrie et le nivellement d'un lever topographique.

§ 8. THÉODOLITE TOPOGRAPHIQUE.

277. — *Description*. — Le théodolite ordinaire est un graphomètre dans lequel les alidades ont été remplacées par des lunettes. Il comprend un limbe circulaire divisé en demi-degrés, et dont l'horizontalité est assurée par deux niveaux disposés à angle droit dans l'épaisseur du métal (fig. 140).

Au-dessus du limbe, une ***lunette-stadia*** remplace l'alidade mobile du graphomètre à pinnules ; au-dessous, une lunette ordinaire fait corps avec le limbe et tourne avec lui autour de l'axe du système.

La lunette inférieure peut se mouvoir dans le plan vertical de son axe ; la lunette supérieure peut, outre ce mouvement, tourner autour de l'axe central, dans le sens horizontal et d'une manière absolument indépendante. Elle entraîne, dans sa rotation, une alidade portant deux verniers dont les divisions arasent celles du limbe ; elle est en outre munie d'une vis de rappel destinée à produire les mouvements doux.

Cette disposition montre clairement que le théodolite, si l'on a soin de rendre son limbe horizontal, donne la projection horizontale des angles observés. Or, c'est toujours de cette projection que l'on a besoin dans la planimétrie.

Tout le système tourne autour de l'axe d'une colonne centrale perpendiculaire au plan du limbe et reposant, par sa partie inférieure, sur trois branches percées d'écrous, formant les sommets d'un triangle équilatéral ; le mouvement doux peut d'ailleurs se produire à l'aide d'une vis de rappel R.

Les écrous sont traversés par trois vis *calantes*, qui reposent sur un trépied destiné à porter l'appareil ; enfin, pour obtenir la rigidité de tout le système, la colonne centrale est prolongée par une tige filetée qui traverse la tête du trépied et qui est reçue dans un écrou A permettant de fixer complètement l'appareil au trépied.

Cet instrument, nous l'avons déjà dit, est un véritable graphomètre à lunette ; c'est en quelque sorte le trait d'union entre les graphomètres et les cercles géodésiques dont nous donnons un spécimen figure 140 *bis*, planche XIII.

278. — *Conditions de construction.* — Elles sont les mêmes que celles du graphomètre.

Lorsque le limbe est horizontal, les lunettes plongeantes doivent décrire des plans verticaux. Pour s'en assurer, on se sert d'un fil à plomb.

279. — Les *vérifications* et *rectifications* se font comme pour le graphomètre à pinnules. Il faudra s'assurer si l'instrument est bien centré, bien gradué, et si le zéro du vernier de la lunette supérieure est en coïncidence parfaite avec le zéro du limbe, lorsque les deux lunettes sont dirigées sur le même objet. Cette dernière condition n'est cependant pas indispensable et le parallélisme des deux axes optiques peut correspondre à une graduation quelconque pourvu qu'elle soit connue; dans ce cas, en effet, il en résulte une erreur constante dont on peut tenir compte dans le cours des opérations. Lorsque l'erreur est très faible, on la corrige en amenant le zéro du vernier en coïncidence avec le zéro du limbe et en agissant sur le réticule de l'une des lunettes, jusqu'à ce qu'il couvre exactement le même objet que celui de l'autre lunette.

280. — *Mode d'emploi de l'instrument.* — Placer le limbe horizontalement, le centre dans la verticale du sommet de l'angle à observer ; mettre l'alidade supérieure à zéro de manière qu'il présente son oculaire du côté de celui de la lunette inférieure ; faire tourner tout l'appareil de façon à viser, avec la lunette du dessous, un jalon placé dans la première direction ; rendre l'instrument solidaire du trépied à l'aide de la pince de la vis de rappel R (fig. 140) ; amener avec précaution la lunette supérieure sur le jalon placé dans la seconde direction ; lire au zéro du vernier l'angle des deux directions, réduit à l'horizon.

Pour rendre l'appareil propre au nivellement, il suffit d'adapter à la lunette-stadia un éclimètre, c'est-à-dire un arc de cercle situé dans un plan vertical, et dont les graduations sont arasées par un vernier faisant corps avec la lunette. On comprend facilement que si la lunette est construite de façon que son axe soit horizontal, le but sera atteint lorsque le zéro du vernier est en coïncidence avec le zéro de l'arc vertical.

§ 9. LE GRAND SEXTANT.

281. — Cet instrument est basé sur le principe suivant : Lorsqu'un rayon lumineux BH (fig. 141) est réfléchi successivement par deux miroirs M et M', dans un plan perpendiculaire à leur intersection, l'angle MHR (formé par le rayon incident et ce même rayon deux fois réfléchi M'R), est double de l'angle PAN des deux miroirs.

La démonstration de cette loi est facile : considérons un rayon lumineux BM se réfléchissant une première fois en M, suivant MM', et une seconde fois en M', suivant M'R. Les angles d'incidence BMD, MM'K sont respectivement égaux aux angles de réflexion DMM', KM'R (n° 117). D'autre part, MHR extérieur au triangle HMM' est égal à $2\ a + 2\ n$, tandis que $MOK = n + a$; on a donc $MHR = 2\ a + 2\ n = 2 MOK$. Mais les angles MOK et M'AM sont égaux comme ayant les côtés perpendiculaires chacun à chacun, par conséquent MHR, formé par le rayon incident BM et le même rayon deux fois réfléchi M'R, est le double de l'angle de deux miroirs MAM' ; ce qu'il fallait démontrer.

On arrive au même résultat lorsque le rayon doublement réfléchi M'R (fig. 142) ne rencontre pas le rayon incident BM ; en effet : $RM'M = 2\ n = MHR + 2\ a$, d'où $MHR = 2\ (n—a)$. D'ailleurs, $ZM'M = n = M'OM + a$, ce qui donne $M'OM = XOK = n—a$; donc $MHR = 2 M'OM = 2\ g$; c. q. f. d.

282. — *Description*. — Le sextant est un appareil destiné, comme les précédents, à la mesure des angles ; on peut l'employer pour les observations terrestres, mais ce sont surtout les marins qui s'en servent pour relever les distances angulaires des astres.

Il se compose d'un limbe, d'une alidade mobile, de deux miroirs et d'une lunette : l'ensemble est soutenu par une charpente métallique montée sur une poignée en bois (fig. 143).

Le secteur circulaire ACB est la sixième partie d'un cercle (ce qui justifie le nom donné à l'instrument) ; ce secteur constitue un limbe divisé en 120 *demi-degrés*, numérotés comme des degrés entiers : cet artifice de graduation permet de lire au vernier un angle double de celui que l'instrument accuse.

Autour du centre C pivote une alidade mobile CD, portant un miroir LCG entièrement étamé, dont la surface est perpen-

diculaire au plan du limbe et contient l'axe de l'alidade; celle-ci entraîne avec elle un vernier armé d'une vis de pression située sous le point D, et d'une autre vis F destinée à produire le mouvement doux. Enfin, un réflecteur facilite la lecture en éclairant les divisions du vernier que grossit une loupe L, mobile autour du point H.

Un miroir fixe, dont la moitié supérieure est diaphane, se trouve placé en N. Son plan est également perpendiculaire à celui du limbe, et sa direction est parallèle au miroir C, lorsque celui-ci se trouve dans sa position initiale, c'est-à-dire lorsque le zéro du vernier est au zéro du limbe.

Une lunette ou un simple tube viseur O se trouve en regard du miroir fixe et permet de voir *directement* par la partie non étamée le point K et, *par réflexion*, le point Z du terrain : cette lunette est supportée par l'instrument au moyen d'un collet S et son axe doit être perpendiculaire à la bissectrice de l'angle C.

Enfin, une poignée E, placée en dessous du centre de gravité de l'appareil, en facilite l'usage.

283. — *Conditions de construction.* — Avant de se servir du sextant, on vérifie : 1° si les miroirs sont bien perpendiculaires au plan du limbe; 2° si la lunette est à bonne hauteur et si son axe est parallèle au plan du limbe; 3° si les miroirs sont bien parallèles lorsque le zéro du vernier est au zéro du limbe; 4° si les divisions du limbe sont uniformes et exactes, et si l'axe de rotation de l'alidade passe par le centre du limbe.

La première condition se vérifie en plaçant l'alidade vers le milieu de l'instrument, et en cherchant à voir dans le miroir la jonction du limbe et de son image; si celle-ci paraît être le prolongement du limbe, le plan du miroir est perpendiculaire au plan du secteur; si, au contraire, on remarque une brisure, il faut agir sur la vis pour la faire disparaître. Quant au miroir fixe, sa position se vérifie en visant à la fois directement et par réflexion un objet bien distinct; si l'image couvre exactement l'objet, les plans des deux miroirs sont parallèles, et comme l'un est perpendiculaire au limbe, l'autre l'est également. Si cette circonstance ne se présente pas, il faut agir sur les vis qui ont pour destination de faire tourner le plan du miroir autour de son intersection avec le plan du limbe.

La deuxième condition sera remplie lorsque le centre de

l'objectif sera un peu *au-dessous* de la ligne qui sépare, dans le miroir, la partie étamée de celle qui ne l'est pas.

Le parallélisme de l'axe et du limbe se vérifie en visant un même objet avec la lunette de l'instrument et avec une lunette d'épreuve, qui peut se contrôler elle-même lorsqu'on la retourne successivement sur les quatre faces de ses collets tout en visant le même point. Les rectifications se font à l'aide de vis adaptées à l'appareil.

Pour s'assurer que le parallélisme des miroirs existe lorsque le zéro du vernier coïncide avec le zéro du limbe, on produit cette coïncidence, puis on vise à la fois directement et par réflexion un objet assez éloigné : il faut que l'image vienne couvrir exactement l'objet. Si la vérification ne se produit pas, on la réalise en faisant tourner le miroir étamé autour d'un axe perpendiculaire au plan du secteur, à l'aide d'une vis *ad hoc* située sous le limbe.

Pour justifier cette manière de faire, il suffit de remarquer que, dans les conditions énoncées, le rayon incident BA (fig. 144) et le rayon réfléchi ou direct LB' sont parallèles ; dès lors l'angle $LCA = CAB$, donc $MCL + NCA = LAC + BAP$, d'où $2\,MCL = 2LAC$ et $MCL = LAC$; ce qui démontre que MN est parallèle à PA.

Remarque. On pourrait ne pas rectifier l'instrument, mais alors il faudrait s'astreindre à ajouter ou à retrancher aux angles observés l'erreur de collimation, ce qui constituerait une sujétion pleine d'inconvénients.

La dernière condition se vérifie comme on l'a vu au paragraphe du graphomètre ; toutefois, les divisions pouvant être uniformes sans être exactes, il faudra s'assurer si, en faisant un tour d'horizon ou en mesurant les trois angles d'un triangle, on obtient pour somme le nombre de degrés voulus.

284. — *Mode d'emploi de l'instrument.* — Tenir l'appareil de manière que son limbe soit horizontal et que son centre soit au-dessus du sommet de l'angle à observer ; lire directement le point de gauche K (fig. 143), par la lunette et à travers la partie non étamée du miroir N ; faire mouvoir l'alidade jusqu'à ce qu'on aperçoive l'objet de droite Z couvrant celui de gauche. En vertu du principe démontré n° 281, l'angle BCD est la moitié de l'angle observé, et si l'on tient compte de l'artifice de graduation dont nous avons parlé, l'angle lu répond à la question.

Remarque. — C'est l'angle ZOK que donne l'instrument et non KCZ; mais il est facile de voir que la différence de ces deux angles est négligeable.

Le grand sextant peut aussi servir au nivellement : il suffit de placer le plan du limbe dans le plan vertical de l'angle à observer, d'opérer d'une façon analogue à celle que nous avons indiquée pour les angles horizontaux et de lire au vernier. Voici un exemple de l'emploi du grand sextant à la détermination des angles verticaux.

Mesurer la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon. — On se sert, à cet effet, d'un niveau artificiel, bain de mercure ou petite glace, dont on assure l'horizontalité, et l'on procède comme suit : placer l'instrument dans le plan de l'angle vertical à observer; viser par la lunette et à travers la partie non étamée du miroir fixe l'image S' (fig. 145) du soleil; faire pivoter l'alidade jusqu'à ce que l'astre soit vu par réflexion.

Dans cette situation, l'angle lu est égal à SOS'; or, comme O A est très petit par rapport à AS, on peut dire que l'angle SOS' est, à peu de chose près, égal à SAS'; par conséquent, en prenant la moitié de l'angle lu, on obtient l'angle SAM demandé.

Si la distance de l'objet observé ne permettait pas de négliger l'erreur $e = SAS' - SOS'$, on la calculerait à l'aide de la relation :

$$\frac{\sin e}{\sin O} = \frac{OA}{SA}$$

d'où $$\sin e = \sin O \times \frac{OA}{SA} \quad (a).$$

Pour réduire en secondes, il suffit de se rappeler que les sinus sont entre eux comme les arcs, ce qui donne :

$$\frac{\sin e}{\sin 1''} = \frac{e''}{1''}$$

d'où $$\sin e = e'' \times \frac{\sin 1''}{1''} \quad (b).$$

En rapprochant les égalités (*a*) et (*b*), on trouve ;

$$e'' \times \frac{\sin 1''}{1''} = \sin O \times \frac{OA}{SA},$$

ou bien $$e'' = \frac{OA}{SA} \times \sin O \times \frac{1''}{\sin 1''} ;$$

Or, oA, SA et o, sont des quantités connues; on peut donc déterminer e''; par suite :

$$SAS' = o + e''$$

d'où enfin
$$SAM = \frac{o + e''}{2}.$$

Le grand sextant sert également en géodésie dans les opérations du 3e ordre, qui doivent se faire très rapidement.

10. COMPARAISON DES INSTRUMENTS GONIOMÉTRIQUES DÉCRITS JUSQU'ICI.

285. — La supériorité d'un instrument sur un autre se distingue par le degré de précision avec lequel cet instrument donne les angles, par le plus ou moins de promptitude de sa mise en station, par la facilité du transport (qui dépend naturellement du poids et du volume), par la généralité de son emploi quels que soient l'état particulier de l'atmosphère, la nature topographique des lieux, etc.

On verra à la fin du chapitre suivant, dans la comparaison que nous y faisons entre les levers exécutés au moyen de la planchette et ceux exécutés à l'aide de la boussole, la marche à suivre pour apprécier la valeur des instruments eu égard à toutes les circonstances d'un lever topographique; nous ne nous attacherons, dans ce paragraphe, qu'aux caractères généraux des instruments à comparer.

286. — Le *théodolite* et le *graphomètre* reposent sur les mêmes principes de construction. Il est facile de faire ressortir la supériorité du premier sur le second ; toutefois, le graphomètre perfectionné et à *lunette plongeante* a le même poids, le même volume et la même précision que le théodolite. Sans lunette plongeante, le graphomètre est moins avantageux, parce que, souvent, il donne l'angle dans le plan des objets et non cet angle réduit à l'horizon.

Le graphomètre perfectionné à lunettes plongeantes et le théodolite servent tous deux à lever des polygones qui doivent être déterminés avec une grande précision : leur mise en station est facile et assez prompte, les vérifications et les rectifications aisées; enfin, ils sont propres tant à la détermination des distances (stadia) qu'à la mesure des angles horizontaux et verticaux.

Ainsi employés, ils sont à la fois diastimètres, goniomètres et éclimètres.

Ces instruments ont le défaut d'être incommodes à transporter et d'offrir trop de prise au vent. Ces inconvénients les rendent toujours peu pratiques dans les pays boisés, accidentés ou dans certains cas particuliers. D'ailleurs, la rapidité de leurs opérations ne peut être comparée ni à celle de la boussole, ni même à celle du pantomètre.

287. — Le ***grand sextant*** sert aussi à lever des polygones de base : c'est dire que ses résultats, au point de vue planimétrique, sont aussi précis que ceux donnés par les instruments dont nous venons de parler. Il a même sur ceux-ci l'avantage de pouvoir servir au lever des détails. Le vent n'a pas d'influence sur les observations faites au sextant, son transport est facile, sa mise en station est si prompte, qu'il ne faut guère plus d'une minute pour relever un angle; de plus, elle est possible partout où l'homme peut stationner : sur des arbres, en nacelle, en haut des tours, etc.

Par contre, cet instrument offre les inconvénients suivants :

1° Il ne peut déterminer les angles supérieurs à 120° ; lorsque ceux-ci se rencontrent, on est obligé de les partager en plusieurs autres, que l'on détermine séparément pour faire ensuite leur somme, ce qui peut occasionner des erreurs ;

2° Les angles se mesurent dans le plan des objets, ce qui nécessite, pour la réduction à l'horizon, des calculs et même la détermination de trois angles au lieu d'un.

Malgré la perte de temps qui résulte de ces deux inconvénients, l'expérience prouve que, si on tient compte que les calculs peuvent se faire dans le cabinet, on peut en un jour relever plus d'angles à l'aide du sextant qu'avec le graphomètre ou le théodolite.

Employé comme instrument de nivellement, le sextant n'a aucune valeur pratique, car il exige la création, comme nous l'avons vu (n° 284), d'un horizon artificiel, ce qui rend les opérations lentes et incommodes.

288. — *Graphomètre à pinnules, boussole et pantomètre.* — Le pantomètre présente, dans la lecture des angles, moins de précision que le graphomètre à pinnules, le limbe de celui-ci étant plus grand ; à part cela, ces instruments se valent à peu près. Ils sont beaucoup plus faciles à transporter et à manier

que le graphomètre à lunette et le théodolite, mais ils ne leur sont aucunement comparables, quant à l'exactitude des observations; aussi servent-ils plus particulièrement au lever des détails.

Quoi qu'il en soit, les résultats qu'ils fournissent sont suffisamment exacts et, même au point de vue de la planimétrie, ils sont supérieurs à ceux que l'on obtient au moyen de la boussole; en outre, ces résultats sont indépendants des circonstances locales.

Au point de vue du nivellement, la boussole a évidemment la supériorité. Du reste, de ces trois instruments, la boussole seule peut ajouter à ses propriétés goniométriques celles des diastimètres. Elle est seule employable dans les bois, dans les mines, les souterrains, etc.; elle permet au besoin de ne stationner que de deux en deux sommets.

289. — *La planchette et les goniomètres.* — Comparés à la planchette, les goniomètres que nous venons d'examiner sont d'un transport plus facile; la mise en station en est plus rapide, l'observation plus simple; ils donnent la valeur numérique des angles observés, tandis que la planchette ne fournit que l'amplitude graphique; les opérations n'exigent pas un état atmosphérique aussi satisfaisant que pour la planchette; les constructions peuvent se faire dans le cabinet, mais elles nécessitent la tenue d'une minute ou bien la tenue de brouillons et de registres; enfin, la planchette ne peut servir au nivellement à moins que l'alidade ne soit une lunette plongeante montée en stadia et possédant un éclimètre.

Au point de vue de l'exactitude, il nous suffira de dire que le graphomètre et le pantomètre servent exclusivement au lever des détails et dans l'exécution des levers expédiés, tandis que la planchette s'emploie avec succès dans la planimétrie des levers réguliers.

290. — *Conclusions.* — Nous conclurons de ce qui précède que, dans certains cas particuliers, on peut avantageusement se servir des instruments étudiés ci-dessus; mais, en général, la boussole-nivelante-stadia leur est supérieure lorsque l'on est pressé par le temps, lorsqu'on opère en pays couvert ou accidenté, lorsque les observations doivent être rapprochées, enfin, pour opérer dans les bois, les jardins, et pour lever des ruisseaux, des sentiers sinueux, des mines, etc.

La boussole-nivelante-stadia a été employée dans les levers topographiques qui ont servi à établir la carte du pays; elle a donné de très bons résultats.

CHAPITRE IV

Exécution des levers.

---

§ 1. DU CANEVAS TOPOGRAPHIQUE.

291.—Nous venons de passer en revue les principaux instruments employés dans la topographie régulière; nous avons examiné leur usage particulier, leur degré de précision, leurs vérifications et les moyens de rectification dont ils sont susceptibles; nous allons maintenant exposer les procédés généralement suivis pour l'exécution de la planimétrie d'un lever régulier.

On a vu (no 13) que la planimétrie d'un terrain s'obtient en faisant passer une verticale par chacun de ses points caractéristiques, en supposant réunies les traces de ces verticales sur un plan horizontal de comparaison, puis en construisant, sur le papier, une figure semblable à celle que dessinent ces traces.

Si, dans l'exécution d'un lever, on déterminait successivement les éléments du terrain en partant d'un point quelconque pour cheminer de proche en proche jusqu'aux limites assignées, on commettrait inévitablement des erreurs qui iraient se propageant, dont on ne s'apercevrait qu'à la fin du travail et auxquelles il serait le plus souvent impossible de remédier. Pour éviter cet inconvénient, on procède d'abord au lever d'un *polygone de base*, ne comportant que les grandes lignes du terrain qu'il s'agit de lever et, en général, enveloppant celui-ci tout entier. On rattache ensuite à ce polygone le lever des lignes secondaires et points de détail; le problème de la planimétrie est ainsi divisé en deux parties : le lever du *canevas* et celui des *détails*.

292. — Le *canevas topographique* se compose d'un réseau de lignes qui découpe le terrain en petites surfaces embrassant

chacune un *îlot*, c'est-à-dire un groupe des détails du terrain. A ces lignes directrices, que l'on détermine le plus exactement possible, on rattache ensuite les détails qu'elles côtoient : cette opération prend le nom de *lever des détails*.

Le partage en polygones de la surface à lever permet de circonscrire les erreurs et facilite leur découverte. Le canevas possède de plus le précieux avantage de fournir des vérifications nombreuses et rapprochées ; comme de son exactitude dépend celle des opérations ultérieures, il importe, nous le répétons, qu'il soit déterminé avec la plus grande précision.

293. — Le lever d'un polygone est exact lorsque le dernier côté *fa* (fig. 146), mesuré sur le dessin, est égale à son homologue du terrain, et que le dernier angle relevé *dfa* conduit *fa* au point de départ *a*. Lorsqu'on obtient cette coïncidence du point d'arrivée avec le point d'origine, on dit que le polygone *ferme* en *grandeur* et en *direction*. L'erreur tolérée dans la longueur du dernier côté et dans l'amplitude du dernier angle dépend de l'échelle du lever, de l'instrument dont on se sert, du nombre de côtés du polygone et du degré de précision exigé.

L'exécution du canevas est la première opération de la planimétrie. On procède du grand au petit, en commençant par déterminer un ou plusieurs grands polygones embrassant à peu près toute la surface à lever, et dont la longueur des côtés ne dépasse pas la limite d'emploi de l'instrument.

Ces côtés sont choisis dans des positions convenables pour faciliter leur propre relèvement et celui des détails que l'on devra y rapporter. On les dirige généralement le long des routes, chemins, cours d'eau, clôtures et autres lignes remarquables (ABB'C..... RSA, fig. 147 Pl. XIV). De chaque sommet, on doit pouvoir observer les deux sommets voisins et, autant que possible, un point de *repère*, qui sert à contrôler les opérations du canevas (n° 283). Si, après avoir levé ce polygone en cheminant sur son périmètre, le dernier côté SA ferme sur A, on subdivise cette surface par des lignes brisées intermédiaires que l'on nomme *traverses*.

Leur direction est subordonnée à cette condition, qu'en les parcourant, on puisse apercevoir et lever les détails qu'elles enveloppent. Elles seront ordinairement dirigées suivant les chemins d'exploitation, les sentiers, les fossés, la lisière des bois, les divisions de cultures, les bords des ruisseaux, etc. On évitera

toutefois, dans l'application de cette règle, de mesurer des angles inférieurs à 30° ou supérieurs à 150° dont la construction, sur le papier, donne lieu à des intersections indécises.

Ainsi, on détermine une première traverse A c^6 b^6 a^6 R, s'appuyant de part et d'autre sur les sommets A, R, déjà levés; puis une deuxième S g' f' e' cd' c' b' a' I; une troisième l' d^4 c^4 b^4 F',....... une septième P a^5 b^5 f' c^5 d^5 e^5 B'...... Avant de pouvoir passer à la suivante, chacune de ces lignes polygonales doit fermer en grandeur et en direction sur le point d'arrivée. Avec de l'habitude, de l'ordre et de l'attention, cette fermeture s'obtient d'ailleurs presque toujours.

Ces lignes ne doivent se croiser qu'en des sommets communs. Elles sont multipliées sur les parties où les détails de la planimétrie sont le plus nombreux. Si deux traverses sont sensiblement parallèles pendant un long parcours, on les unit, de distance en distance, par des *bouts de traverse* qui portent le nom de *rattachement*. On considère le canevas comme terminé lorsque, les conditions indiquées ci-dessus étant remplies, les droites à construire pour rattacher les détails intérieurs aux lignes polygonales qui les circonscrivent, sont égales ou inférieures à la limite d'emploi de l'instrument dont on fait usage pour le lever des détails.

Le canevas ainsi établi fournit une multitude de lignes et de points exactement déterminés, auxquels il est facile de relier la position des points secondaires tels que les petites sinuosités des chemins et des ruisseaux, les maisons, les clôtures, les fossés, les talus, les arbres, etc., etc.

294. — Le *lever des détails*, qui constitue la deuxième opération de la planimétrie, s'exécute d'après des méthodes développées plus loin, dans la pratique des levers. On passe ensuite au *dessin de la planimétrie*, dont le but est d'exprimer la *forme* des détails en ajoutant à leurs contours les signes et les teintes qui sont détaillés au chapitre suivant.

§ 2. ORIENTATION DU CANEVAS.

295. — Les opérations que nous venons d'indiquer fixent la position des objets et des lignes qui existent à la surface du terrain; cependant un plan n'est complet que s'il permet d'apprécier l'angle que chacune de ses lignes forme avec la direction du

méridien. Mais dans l'étendue d'un lever topographique, les méridiennes des différents points étant des droites parallèles, il suffit de connaître l'angle que fait *un côté* du canevas, soit avec l'aiguille aimantée, soit avec le *nord vrai* ou astronomique, pour pouvoir *orienter* la carte. On détermine la méridienne de plusieurs manières :

1° Par la *boussole*. — Les azimuts relevés par la boussole sont les angles que forment les directions visées avec le méridien magnétique du lieu.

2° Par le *déclinatoire*. — Le déclinatoire est une boîte rectangulaire AA (fig. 148), au milieu de laquelle est fixé un pivot supportant une aiguille aimantée. Deux parties de limbe N et S ont pour centre commun ce pivot; le diamètre N-S est parallèle aux grands côtés de la boîte, dont la longueur varie entre $0^m,15$ et $0^m,20$.

Pour orienter le lever, on établit la planchette horizontalement, la ligne *ba* du dessin étant dans la direction de son homologue BA du terrain, puis on pose le déclinatoire sur le plan, en le faisant tourner jusqu'à ce que l'aiguille aimantée vienne se placer sur la direction N-S; la ligne tracée le long de AA est la méridienne cherchée. La graduation du déclinatoire permet de tenir compte de la déclinaison au cas où l'on se sert du méridien astronomique.

3° Par le *gnomon* (1) ou par les *hauteurs correspondantes du soleil*. — Rendre la tablette horizontale, soit à l'aide du niveau à bulle d'air, soit au moyen d'une bille ; fixer sur la planchette ainsi établie un *style* ou *gnomon* (fig. 149) à l'extrémité duquel est soudée, dans une direction perpendiculaire, une plaque en fer-blanc *on*, percée d'une très petite ouverture circulaire *o* ; projeter celle-ci en P, sur le papier, à l'aide du fil à plomb, puis, de ce point de projection comme centre, tracer avec un compas à verge plusieurs arcs de cercle concentriques N, M, R, S. Ces opérations doivent être terminées avant 9 heures du matin. A partir de cette heure, suivre la marche du petit disque lumineux produit par le passage d'un rayon solaire à travers l'ouverture *o*, et, lorsque le centre de ce disque arrive sur l'un des arcs tracés, marquer

(1) Le gnomon était connu des Chinois; il a servi à mesurer le temps avant l'invention des horloges.

ce point au moyen d'un crayon finement taillé; continuer ces observations jusqu'à 3 heures de l'après-midi, en repérant une série de points *a*, *b*, *c*.... *c'*, *b'*, *a'*, qui servent à déterminer la courbe d'intersection, avec le plan de la tablette, du cône décrit par le rayon solaire. Il est facile dès ce moment de tracer la méridienne, car, en faisant abstraction de la *variation diurne de la déclinaison* du soleil (1), les hauteurs égales de cet astre au-dessus de l'horizon ont lieu dans des plans verticaux qui font le même angle de part et d'autre du méridien. Or, deux rayons égaux tels que P*a* et P*a'* sont les traces des plans, symétriques par rapport au méridien, dans lesquels le soleil se trouvait également élevé avant et après midi; par conséquent, la méridienne est la droite MP, qui divise en deux parties égales l'angle *aPa'*. Si l'on trace plusieurs arcs concentriques N, R, S, c'est afin de pouvoir contrôler l'opération : quand elle est bien faite, les milieux M, N, R, S et P doivent se trouver sur une même droite.

Soit AB (fig. 150) une base dont on connaît la longueur et que l'on veut placer sur la feuille du lever, de manière que le bord DC du dessin soit parallèle à la méridienne *astronomique*. Se transporter en A ; y établir la planchette horizontalement et déterminer la méridienne PM comme il vient d'être indiqué ; prolonger PM jusqu'au point K ; fixer aux extrémités P et K deux aiguilles bien fines ; se servir de ces aiguilles comme pinnules et observer un jalon J dans la campagne. Ce jalon et la station déterminent la direction de la méridienne. Placer le bord CD de la planchette parallèlement à PJ ; viser d'un point *a* un signal B et tracer la droite *ab* qui doit satisfaire à la question.

Un jalon planté bien verticalement en V (fig. 151), sur un terrain parfaitement horizontal, peut au besoin remplacer le style. A cet effet, on observe, avant midi, l'instant où le soleil projette l'extrémité du jalon sur NRP et l'on suit, après midi, le progrès de l'ombre jusqu'à ce qu'elle atteigne le même arc. La bissectrice de l'angle NVP détermine la méridienne au point V.

(1) Comme, à aucune époque de l'année, le mouvement solaire en déclinaison ne dépasse une minute par heure, on voit que, dans le tracé dont il s'agit, on peut négliger une aussi petite erreur. On obtiendrait, du reste, plus d'exactitude en observant une étoile avant et après son passage dans le plan méridien.

La méthode des hauteurs correspondantes du soleil est assez usuelle : elle donne une approximation suffisante lorsque l'étendue du lever ne dépasse pas 5 à 6 kilomètres ; elle est simple, applicable partout et n'exige qu'un appareil peu compliqué que l'on peut créer au besoin.

4° *Par le lever et le coucher du soleil.* — Le lever et le coucher du soleil, en un lieu dont l'horizon est très découvert, peuvent servir au tracé de la méridienne. En effet, dans ces deux situations, les hauteurs de cet astre au-dessus de l'horizon sont également nulles. Cette méthode n'est en somme qu'un cas particulier de la précédente.

Ayant placé la planchette en station pour un côté du canevas, l'observateur relève, par exemple au moyen d'une alidade garnie d'un verre de couleur ou noirci à la flamme d'une bougie, les directions *an* et *am* du soleil aux moments énoncés plus haut (fig. 152) : la bissectrice de l'angle *nam* donne la méridienne, abstraction faite de la déclinaison du soleil. On aura soin de vérifier l'opération en la répétant le lendemain.

5° *Par l'étoile polaire.*—L'étoile polaire (fig. 153 Pl. XV) est très près du centre des mouvements circulaires de tous les astres et donne presque rigoureusement la direction du nord (livre I, chap. II); elle est la dernière étoile de la queue de la Petite Ourse. Un moyen simple de la trouver consiste à prolonger la ligne qui joint les deux premières étoiles du « carré long » de la Grande Ourse, d'une quantité égale à environ cinq fois la distance qui sépare ces deux astres. La Polaire n'est pas tout à fait au pôle ; elle décrit autour de ce point un petit cercle et passe deux fois en 24 heures dans le méridien (1).

Si l'on se place sur un des côtés du canevas et qu'on suspende un fil à plomb à quelques pas en avant, on voit la Polaire dans le méridien du point où l'on se trouve, lorsque l'étoile ε de la Grande Ourse et la Polaire sont à la fois cachées par le fil à plomb. A cet instant, on fait placer une lumière à 100 ou 200 mètres en avant dans le même plan vertical : cette lumière et le fil à plomb déterminent exactement la direction du plan méri-

(1) L'annuaire de l'Observatoire (1879) donne, pour chaque jour de l'année, l'heure d'un passage méridien de la Polaire ou de l'étoile δ de la Petite Ourse. Ces heures, calculées pour Bruxelles, sont applicables à tous les points du pays à moins de 2'' près.

dien. Pour cette opération, on peut se servir avec avantage d'une lunette munie d'un recticule.

6° *Par l'heure de midi.* — Si, à midi vrai, on prolonge l'ombre portée par un fil à plomb, la droite obtenue donne approximativement la direction du nord (1).

§ 3. LEVERS AU MÈTRE.

296. — Les opérations à effectuer pour lever un plan varient nécessairement avec les instruments employés.

Le lever au mètre exige des mesurages sans fin, et son application est pénible. Aussi n'en fait-on guère usage que pour les levers de bâtiments, de propriétés particulières, de fortifications, de détails. On peut l'exécuter par cheminement, par intersections, par rayonnement et par recoupement. Quelle que soit la méthode que l'on adopte, voici les ***dispositions préparatoires*** à prendre :

1° Reconnaître la disposition à donner au canevas. Cette reconnaissance se fait au moyen d'une carte donnant les directions principales le long desquelles on devra diriger les lignes du polygone. Si l'on ne peut pas se procurer cette carte, l'étude préliminaire se fait en parcourant le terrain même et en dessinant ces lignes à vue (2) : *La règle est générale, quel que soit l'instrument employé.*

2° Se donner, sur la feuille destinée à recevoir le lever, une direction *ab* correspondante au côté de départ AB, qui prend le nom de *base*. Cette position de *ab* doit être telle que le polygone principal, reconnu au préalable, puisse se placer sur la feuille-minute (3). (*Règle générale.*)

(1) La Lune peut aussi servir à déterminer le méridien. On trouvera dans *le Ciel mis à la portée de tout le monde*, par M. J.-C. Houzeau, ainsi que dans les *Bulletins de l'Académie de Belgique*, 2e série, t XXXIII (1872), un petit tableau des heures auxquelles la Lune est au méridien de Paris, aux différentes époques de la Lunaison.

(2) Les officiers de l'Institut cartographique militaire, avant de se rendre sur le terrain du lever, dessinaient le *cadastre* sur la planchette-minute; ils se munissaient également de la carte topographique de la Belgique, publiée en 250 feuilles, par l'établissement géographique de Vandermaelen.

(3) Cette feuille-minute est généralement attachée par les bords sur une tablette portative très simple qui consiste en une planchette faite d'un bois

3° Construire, avec le plus grand soin, une échelle de transversales au bas du papier et calculer l'approximation fournie par ce rapporteur linéaire (n° 41).

4° Préparer le *cahier de repèrement* dans lequel on inscrit attentivement, avec ordre et clarté, tous les résultats numériques des opérations exécutées. Dans une des colonnes de ce registre, on *repère* les sommets du polygone, c'est-à-dire qu'on y figure les mesurages à faire pour pouvoir *retrouver* au besoin les *points de station*. Exemples : le sommet *a* (fig. 155 Pl. XIII) ayant été placé sur le prolongement d'un mur *cd*, à 2^m de l'angle *c*, on figure ces données dans la colonne spéciale du registre. Le point *b* se repérerait par les mesurages *bn*, *bm*, rapportés à vue sur le cahier, en regard de *b*. Les distances *ic*, *sc*, fixeraient la position du sommet *c*, et ainsi de suite. (*Règle générale.*)

5° Vérifier les quadruples-mètres, la chaîne ou le cordeau métrique dont on va se servir; se munir d'un niveau de maçon, d'un fil à plomb, de fiches et de jalons.

Ces préparatifs achevés, on procède à l'exécution du lever.

297. — Lever par cheminement (1). — Soit ABCDE le polygone dont on veut avoir le plan (fig. 156 Pl. XV). — Jalonner les sommets, mesurer le côté de départ AB et le ramener à sa projection par l'une des trois méthodes connues (n°s 79...89). — Réduire cette longueur horizontale à l'échelle adoptée pour la construction du lever, et la porter de *a* en *b* (fig. 157) — Inscrire nettement cette valeur au crayon, sur le croquis, ainsi que dans le registre (fig. 158). — Repérer le point A sur le terrain et faire le croquis de ce repèrement dans le registre. — Mesurer sur les alignements BA, BC, deux longueurs BX, BZ, qui peuvent être arbitraires, mais que l'on prend généralement égales entre elles ou approximativement proportionnelles aux côtés BA, BC (2). — Déterminer également la distance XZ. — Inscrire

léger, portant, à sa partie inférieure, une tablette de renfort RB (fig. 154 Pl. XIII). Au milieu de celle-ci existe un renflement DD, évidé suivant un cylindre dans lequel peut s'engager la tête d'un bâton ferré B.

(1) Les lettres capitales A, B, C... désigneront toujours, dans ce qui va suivre, les points du terrain, et les italiques correspondantes *a*, *b*, *c*... les projections de ces points sur le plan.

(2) C'est toujours un nombre rond de mètres, par exemple, 4, 5, 6 fois la longueur du quadruple-mètre ou bien 1 ½ à 2 fois celle de la chaine, pour des côtés de 90 à 110^m.

leur valeur numérique sur le dessin et dans le carnet. — Construire en *xbz* un triangle semblable à XBZ; pour cela, de *b* comme centre, avec un rayon de 24 mètres, pris à l'échelle du dessin, décrire un arc de cercle qui coupe *ab* en *x*; puis de *x*, avec un rayon = *xz* = 37 mètres, tracer un second arc qui rencontre le premier au point *z*; en joignant *bz*, on aura la direction du côté BC. — Mesurer BC, réduire à l'horizon et rapporter cette distance sur le plan, en *bc*.

Supposons qu'un bâtiment, un mur, une haie, empêche de relever le triangle VCS par le procédé employé pour XBZ. — Dans ce cas, on agit comme suit: Composer un triangle SCT, en prenant SC=CT = 20^{m}, et en mesurant ST que nous supposons être de 15^{m}. — De *c* et de *t*, avec des rayons respectivement égaux à 20 et à 15 mètres, décrire des arcs se coupant en *s*. — Joindre *cs* et prolonger pour avoir la direction CD. — Déterminer DC et rapporter cette longueur en *cd*. — Repérer le sommet C. — Relever le triangle UDP par l'un des deux moyens précédents. — Repérer D et mesurer DE. — Passer en E : cet angle étant très obtus, le construire par l'un ou l'autre des deux procédés connus serait s'exposer à une erreur, car les arcs qui assurent en *n* (fig. 157) la direction *ea*, se couperaient sous des angles très aigus, et par suite leur point d'intersection serait plus ou moins indécis. Pour éviter cet inconvénient, tracer la droite EI qui divise l'angle DEA en deux parties sensiblement égales. — Déterminer les triangles MEI et EIN comme précédemment et les rapporter sur le papier. — Joindre le point *n* ainsi obtenu au point *e*. — Si la droite *en* prolongée passe par *a* et si la distance *ea* du dessin est égale à son homologue EA, il est très probable que les opérations ont été bien faites. Nous disons « très probable » et non « certain » car *la fermeture du polygone peut être due à des compensations d'erreurs plutôt qu'à l'exactitude des opérations.*

Pour reconnaître ces erreurs et pour éviter de devoir recommencer tout le travail dans le cas où la fermeture du polygone n'aurait pas lieu, l'opérateur se ménagera, dès le principe, des moyens de contrôle. A cet effet, se choisir dans l'intérieur du polygone un *signal de repère*, tel que R, visible de la plupart des sommets (fig. 156). — L'observer de A et placer sur le dessin cette ligne d'observation en *aa'*, à l'aide du triangle *akl*, semblable à AKL. — Répéter cette opération lors de la

station faite en B. — Le triangle *xfb*, semblable à XFB, donne la direction *bb'*, et l'intersection de *aa'* avec *bb'* fixe la position de *r*. — Au fur et à mesure du cheminement, viser le point R, des sommets d'où l'on aperçoit ce repère. — Relever ces rayons comme ci-dessus ; par vérification ils doivent tous concourir en *r*. — De cette manière, la plupart des sommets sont déterminés par trois droites au moins, et si une erreur se produit, on la découvre tout de suite.

298. — Lever par rayonnement. — Soit à lever, par cette méthode, le polygone ABCDE (fig. 159). — Choisir dans l'intérieur du polygone un point R d'où l'on aperçoit les sommets A, B, C, D, E. — Mesurer les rayons RA, RB et déterminer l'angle XRZ qu'ils comprennent. — Rapporter les opérations sur le papier (fig. 160). — Opérer de la même manière sur les angles BRC, CRD, DRE et les rayons qui leur servent de côtés. — Joindre les points *a* et *b*, *b* et *c*, *c* et *d*, *d* et *e*, *e* et *a* pour avoir une figure semblable à la projection horizontale du polygone ABCDE.

Vérification. — Mesurer un ou plusieurs côtés, *ab*, *bc*....*ea* du polygone proposé ou bien une de ses diagonales; on doit leur trouver une longueur égale à celle fournie par le dessin. — Le registre est tenu d'une manière analogue à celle qui a été indiquée ci-dessus (fig. 158).

299. — Lever par intersections. — Soit à lever, par ce procédé, le polygone ABCDEF. — Mesurer très exactement un côté AF du polygone proposé (fig. 161). — Tracer l'alignement AC et construire sur le papier le triangle *zav* (fig. 162), semblable à ZAV. — Viser du même point A les sommets D, E, F, et déterminer respectivement ces lignes d'observation au moyen des triangles TAV, SAZ, TAR (1). — Faire ces constructions sur la planchette (fig. 162) et se transporter en F. — Observer de cette situation les sommets B, C, D, E, puis relever ces alignements au moyen des triangles QFR, GQF, IFQ, GFU. — Les intersections de *fb* et *ab*, de *fc* et *ac*,.... de *fe* et *ae* assurent la position des sommets *b*, *c*, *d*, *e* du polygone.

On peut employer comme base une diagonale telle que EB

(1) On choisit des triangles donnant à l'angle au sommet A l'ouverture la plus convenable pour obtenir des intersections bien nettes en *t*, *r*, *s*.

ou une droite extérieure GH. S'il ne suffit pas d'une, on en prend deux, GH et HI, par exemple, en déterminant, à l'aide du triangle G'HI', l'angle qu'elles font entre elles (fig. 161). On aura soin de choisir la base de façon que les intersections en *b*, *c*, *d*, *e*, soient très nettes; cette condition sera remplie quand les triangles auxiliaires FDA, FCA.. se rapprocheront de la forme équilatérale. On voit sur la figure que les constructions faites sur AB comme *base* n'assureraient pas la position des points *c*, *d*, *e*, *f* avec une précision suffisante.

Il est à observer que la méthode des intersections permet de faire le plan d'un polygone entièrement inaccessible.

300. — Lever par recoupement. — Considérons le polygone ABCDE (fig. 163). — Mesurer AB et le projeter sur le dessin en *ab* (fig. 164). — Construire comme précédemment le triangle *zbx* semblable à ZBX, pour avoir la direction *bc*. — Supposons qu'un obstacle O empêche de mesurer BC. — Se transporter en C et déterminer le triangle VCT. — En un point quelconque *f*, de *bf*, tracer l'angle *bfw*. — Presque toujours *fw* passera à côté du point *a*. — Mener *ac* parallèle à *wf*; l'intersection de cette ligne avec *bf* fixe le point *c*. — *C'est ce qu'on appelle déterminer C par recoupement.* — Relever la direction CD au moyen du triangle *v'cr* semblable à VCR. — On obtiendrait D par recoupement au moyen du triangle HDG. — En d', tracer *d'j*, et par *a*, mener une parallèle à *d'j*. — L'intersection de cette droite avec *cd'* donne le point *d*.

Remarque I. — Par une succession d'opérations analogues et en mesurant un seul de ces côtés, on peut déterminer tous les sommets d'un polygone quelconque.

Remarque II. — Le recoupement peut être évité en revenant au point A et en déterminant la direction AC.

Vérification. — Les opérations du recoupement se vérifient en visant, par exemple du sommet D, un point B déjà projeté sur le plan; on relève le triangle FDG en *ndm*; le côté *dm* prolongé doit passer par *b*. Du sommet E on observerait C, et ainsi de suite. Cette méthode se contrôle donc par la précédente.

Le cahier de repèrement renseigne toutes les opérations conformément au modèle indiqué (fig. 158).

Observation.— Lorsque deux polygones ABCDE, FSHIKL

(fig. 165), séparés par des bâtiments ou d'autres objets qui bornent la vue, doivent figurer sur le même dessin, on rattache le second au premier de la manière suivante : Faire passer une droite VZ par une communication existant entre les deux levers et mesurer EV, AX, pour fixer la position de VZ sur le dessin. — Construire le triangle PGN et rattacher, par son intermédiaire, le sommet F à VZ. — Déterminer la longueur SF. — Ayant la base FGS du second polygone, le lever s'achève par une des méthodes précédentes.

301. — COMPARAISON DES MÉTHODES. — La *méthode par cheminement* n'exige pas que l'intérieur du polygone soit découvert. Les côtés sont mesurés directement et les angles sont déterminés par l'emploi de cordes, ce qui est avantageux sous le rapport de la précision. En général, ce procédé est supérieur aux autres comme exactitude, et il l'emporte également sur eux, sous le rapport de la rapidité, en ce sens qu'on est moins souvent exposé à devoir recommencer des opérations.

La *méthode par rayonnement* demande un terrain découvert ; elle ne détermine qu'indirectement les éléments essentiels du polygone, c'est-à-dire les angles et les côtés, et elle procède du petit au grand, ce qu'il faut éviter en topographie. Cette méthode ne vaut pas la précédente ; on ne l'emploie guère que pour lever des détails de médiocre importance ou quand on est pressé par le temps.

La *méthode par intersections* n'exigeant que de petits mesurages, est plus rapide que les deux premières, mais aussi moins exacte. En effet, elle détermine la position de points éloignés, en prolongeant de petits éléments de lignes, de sorte que ceux-ci doivent être mesurés avec la plus rigoureuse exactitude, sous peine de donner lieu à des erreurs considérables. De plus, cette méthode emploie souvent des angles trop aigus ou trop obtus, qui conduisent à des tracés défectueux.

La *méthode par recoupement* [illegible] semblables à ceux du lever par intersections, et [illegible] causes d'inexactitude. Le recoupement [illegible] méthode, on l'emploie par exception [illegible] culiers du cheminement [illegible]

1 On aura remarqué [illegible] moyens par lesquels on [illegible]

Conclusion. — En général, on emploiera la première méthode, en utilisant les autres, lorsque le terrain l'exige, que le temps fait défaut ou qu'il s'agit d'obtenir des vérifications.

Lever des détails.

302. — Les lignes du canevas, on s'en souvient, circonscrivent des groupes de détails et sont dirigées de manière qu'on puisse apercevoir et lever ceux-ci quand on chemine sur les polygones.

Les détails se déterminent par leurs lignes de contour.

Un point A (fig. 166) se rattache à une directrice NM, en abaissant de ce point une perpendiculaire ou *ordonnée* AB, et en mesurant AB et BM. (On verra, aux problèmes suivants, la manière d'abaisser ou d'élever une perpendiculaire sur une droite.) Une ligne CD (fig. 166) peut se déterminer par les ordonnées CG, DH.

Le procédé des alignements est très avantageux dans certains cas. Si, en cheminant sur un des côtés AB du canevas (fig. 167), on s'arrête en K sur le prolongement de la lisière EG et qu'on y relève l'angle BKG, la mesure des droites BK et KG permettra de fixer les points K et G. La même opération en LE donne le point E, de sorte qu'en joignant EG, on a la lisière EG; XZ s'obtiendrait par des moyens identiques.

Tout point inaccessible se relève par la méthode des intersections.

Une clairière, la place d'un village, la cour d'une ferme entourée de murs, etc., se déterminent par rayonnement.

Le cheminement s'emploie pour relever un groupe de maisons, l'intérieur d'un bois, les sinuosités d'une rivière, etc.

Lorsqu'un chemin, indépendamment de ses sinuosités secondaires, fait dans son ensemble un grand coude ABC (fig. 168), il faut s'attacher à rapporter exactement ce coude. Quant aux petites courbes intermédiaires, on les figure à vue ou par des mesurages au pas.

Pour rattacher un arc BKC à une directrice AD (fig. 169), on y inscrit un certain nombre de droites BR, RS, ST, TC, que

ments étant connus. Cheminement et rayonnement : deux côtés et l'angle compris ; Intersections : un côté et deux angles adjacents ; Recoupement : un côté, un angle adjacent et un angle opposé au côté donné.

l'on détermine sur le papier; puis, à l'aide de cette base, on trace l'arc BKC.

On peut aussi, en cheminant sur BC, observer l'endroit où le coude est le plus profond, mesurer la flèche VS et, au moyen de ces données, décrire l'arc.

S'il s'agit d'un coude de rivière, l'emploi des cordes est préférable : il permet d'exprimer les petites sinuosités sur le papier, pendant qu'on stationne en R, S, T (fig. 169). L'un ou l'autre de ces deux procédés s'emploie pour lever tous les détails dont les contours décrivent des courbes.

Pour deux chemins se développant autour d'une hauteur H inaccessible (fig. 170), on réduit leur courbure à un certain nombre de lignes droites AB, BC, CD, DE, EG, GA, formant un polygone qui, par vérification, devra fermer. Si le terrain H est accessible, on peut relever les arcs ACD, AGD, en se servant des lignes AD et XZ ou du rectangle MNSR.

Les détails relatifs à une route, à une voie ferrée, à un pont, se décrivent par des mesures prises sur des profils en travers.

Les sources, surtout dans les contrées où il n'y a pas d'eaux courantes, s'indiqueront avec soin.

On relèvera également, avec la plus grande exactitude, les points où des cours d'eau se joignent ou se divisent. Les petites sinuosités d'un ruisseau s'expriment à vue; mais on en lève régulièrement les principaux détours. En certains endroits, il est nécessaire de rendre avec précision les contours d'un ruisseau, d'une rivière : par exemple dans les environs des ponts, des digues, des gués. Les inégalités d'un ruisseau coulant autour d'une localité doivent aussi se représenter soigneusement, cet obstacle pouvant devenir un moyen de défense.

Les ilots des fleuves, des rivières doivent être exprimés avec exactitude : on sait leur rôle important dans la défense ou le passage des cours d'eau.

On rencontre souvent des endroits où le lit d'un cours d'eau s'élargit et forme une espèce de bassin F (fig. 171) ou une anse K. Ces accidents seront signalés avec soin, car, si les bords sont peu élevés en ces points, il doit, lors des crues, en résulter un débordement.

On représentera les écluses très exactement.

Les inflexions d'une rivière très sinueuse MNPQ (fig. 172)

se déterminent par des ordonnées se rapportant aux sommets des coudes, d'une part, et à une directrice, d'autre part.

Les sinuosités d'un étang, d'un lac sont moins importantes que celles d'une eau courante : on s'attache surtout ici à en exprimer la forme générale. Pour lever un étang de forme circulaire (fig. 173), il suffit d'en avoir le diamètre, qu'il est d'ailleurs aisé de mesurer en CD.

Un étang long se lève en prenant sa longueur et sa largeur, puis en cheminant le long de ses bords pour en lever à vue les inflexions (fig. 174).

Quant aux étangs dont la lisière est marécageuse, il suffit d'en représenter les principaux contours *a, b, c, d, e, f, g, h* (fig. 175). Les sinuosités intermédiaires se figurent plus ou moins arbitrairement, car, puisqu'on ne saurait faire passer des troupes sur un pareil terrain, ce qu'il est essentiel de connaître, c'est la plus grande longueur *cf* et la plus grande largeur *da*.

Pour dresser le plan d'une localité, on détermine d'abord les contours avec soin en amorçant les principales rues, puis on part de l'une d'elles pour former le canevas de chaque groupe de maisons. Des points de station on relève, par intersections, les angles de murs, les portes cochères, les haies, les bornes, etc. On fixe avec soin la position des fermes, auberges, cabarets, etc.

Les ravins, escarpements, carrières, rochers, briqueteries et mares se dessinent généralement à vue.

La désignation des objets est minutée au fur et à mesure de leur lever. L'orthographe des noms doit être exacte.

Ces considérations sommaires suffisent pour montrer la marche à suivre dans le lever du détail. Voici, au surplus, une série de problèmes qui permettront de résoudre tous les cas particuliers que l'on peut rencontrer.

Problèmes au mètre et au jalon (1).

303.— Problème I. *En un point* D, *d'une droite* FG (fig. 176), *élever une perpendiculaire à cette ligne.*

Solution. — Diviser un cordeau SR (fig. 177) en 12 parties

(1) Ces problèmes sont susceptibles de plusieurs solutions : nous ne donnons que les plus simples.

égales. — Signaler par un nœud ou de toute autre manière la 5ᵉ et la 9ᵉ partie, *m* et *n*. — Fixer *m* et *n* aux jalons D, H, et tendre le cordeau de manière que les bouts viennent se joindre au jalon P. La droite PD est la perpendiculaire cherchée. — On sait, en effet, qu'un triangle est rectangle lorsque le carré de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés ; or, le triangle PDH est dans ces conditions, car on a : $5^2 = 4^2 + 3^2$.

304. — Problème II. *D'un point* V (fig. 178), *abaisser une perpendiculaire sur une droite accessible* GB.

Solution. — Mesurer la distance VE, ce dernier point étant pris à volonté sur GB. — De V, avec un rayon VE, décrire l'arc *mn* — Déterminer l'intervalle des deux jalons, C, E et en marquer le milieu D. — La droite VD est la perpendiculaire demandée. En effet, le triangle VCE étant isocèle, la droite qui joint le sommet au milieu de la base est perpendiculaire à cette dernière.

305. — Problème III. *D'un point* C, *inaccessible, abaisser une perpendiculaire sur la droite accessible* AB (fig. 179).

Solution. — En un point quelconque D de AB, élever une perpendiculaire à cette ligne. — Prendre DG = DF. — Joindre CF et prolonger jusqu'en A. — Tracer AGH et unir CG. — Par F et O, mener la droite FOK. — Le point K appartient à la perpendiculaire cherchée. — En jalonnant KC, on obtiendra M, et le problème sera résolu (1).

306. — Problème IV. *Par un point* (*a*) *mener une parallèle à mn* (fig. 180).

Solutions. — 1° Joindre *a* et *n*. — Tracer *mo*, le point *o* étant pris au milieu de *an*. — Prendre *oc* = *mo*. — La droite *ac* répond à la question et l'on a de plus *ac* = *mn* ;

2° Abaisser la perpendiculaire *ad* (fig. 181), puis élever au point *a* de cette dernière une autre perpendiculaire *ag*. On aura *ag* parallèle *à mn* ;

3° Joindre *a* au point *f* pris à volonté sur *mn* (fig. 182). — Déterminer l'angle *afm* et en construire l'égal *fak* au point donné *a*. — *ka* est la ligne cherchée.

(1) En effet, les deux triangles FOC, GOK sont égaux comme ayant FO = OG et les angles *f* et *m* respectivement égaux aux angles *k* et *n*. On a donc CO = OK et le triangle COK, isocèle. D'ailleurs, l'angle *c* = *d*, par conséquent OM est perpendiculaire à CK et réciproquement : c. q. f. d.

307. — PROBLÈME V. *Prolonger un alignement dg au delà d'un obstacle* (fig. 183).

Solutions. — 1° Déterminer une série de perpendiculaires *ga*, *ab*, *bc* et *cf*. — Cette dernière ligne est le prolongement de *dg* si l'on a soin de prendre $bc = ga$;

2° Tracer les alignements *dt*, *gt*, *tv* (fig. 184) et mener *rx* parallèle à *dg*. — On aura un point *k*, sur le prolongement *dg*, par cette proportion : $st : tg = tu : tk$, ce qui donne $tk = tu \times tg : st$. Un second point *m* s'obtiendrait de la même manière.

308. — PROBLÈME VI. *Trouver la longueur d'une droite a b* (fig. 185 Pl. XVII), *accessible à l'une de ses extrémités b.*

Solutions. — 1° Prolonger *ab* vers *h*. — Elever la perpendiculaire $bc = 30^m$, par exemple. — Prendre $bd = cb : 2$. — Mener *ck* parallèle à *bh*. — Chercher l'intersection *f* de *ad* avec *cf*. — Ces opérations donnent $cf = ab$;

2° Prolonger *ab* vers *c* (fig. 186). — Mener *cd* arbitrairement et prendre son milieu *o*. — Joindre *b*, *o* et prolonger cette ligne jusqu'au point *f* de façon que $of = ob$. — Tracer *dfg*. — La droite *fg* est égale et parallèle à *ba*;

3° Au point *b* élever la perpendiculaire *bd* (fig. 187). — Aligner *ad* et mener la perpendiculaire *dv*. — Le triangle rectangle *adv* fournit la proportion suivante : $\overline{bd}^2 = ab \times bv$, d'où $ab = \frac{\overline{bd}^2}{bv}$.
Il suffira donc de mesurer *db* et *bv* et d'effectuer les calculs indiqués dans le second membre de l'égalité ci-dessus, pour avoir la longueur *ab*;

4° Planter un jalon en *f*, à 5 ou 6^m de *b*, et un plus petit en *b* (fig. 188). — Faire enfoncer celui-ci de manière que le rayon visuel rasant la tête des deux jalons aille se fixer en *a*. — Enlever *be* et le placer à une distance $fb' = fb$ dans la direction d'une horizontale du terrain. — Fixer *b'e'* à la même profondeur qu'en *be*. — Viser comme il vient d'être dit, ce qui donne $b'a' = ba$.

309. — PROBLÈME VII. *Trouver la longueur d'une droite ab entièrement inaccessible, mais qu'on peut prolonger* (fig. 189).

Solution. — Prolonger *ab*. — Élever la perpendiculaire *cg*. — Aligner *gb*, *ga*, et tracer *def* parallèle à *cba*. — On a $ab : de = bg : eg$, mais $bg : eg = cg : fg$, donc $ab : de = cg : gf$.

Ces trois dernières quantités peuvent se mesurer, par conséquent *ab* est connu.

310. — Problème VIII. *Déterminer une longueur inaccessible m n, sa direction et sa distance au point k d'où l'on observe cette longueur* (fig. 190).

Solution. — Tracer, *à vue*, *fg* parallèle à *mn*. — En *k* élever la perpendiculaire *skr*. — Faire *ks* = *kr*. — Prendre *kh'* = *kh*. — Tirer *h'r* jusqu'à sa rencontre avec *kn* prolongé. — On obtient *n'*. — Déterminer *m'* par des opérations semblables. — Joindre les points *m'n'*. — Cette ligne est égale et parallèle à *mn*. On a, en effet, les triangles *kmi*, *ki'm'* égaux, de même que *khn* et *kh'n'*; ce qui donne *n'k* = *nk* et *m'k* = *m'k*; d'où l'égalité des triangles *mkn* et *m'kn'*.

311. — Problème IX. *Diviser une droite a b en un certain nombre de parties égales* (fig. 191).

Solution. — Soit à diviser *ab* en 4 parties égales. — Mener les droites indéfinies *ah*, *bd*. — Porter sur ces lignes 4 fois une longueur *bc* quelconque. — Joindre les divisions correspondantes. — Il en résulte un système de parallèles qui partage *ab* en 4 parties égales.

312. — Problème X. *Diviser un angle q p r en 2 parties égales* (fig. 192).

Solution. — Décrire l'arc *su*. — Tracer la corde *smu* et joindre son milieu *m* au sommet *p*. — La droite *pd* est la bissectrice de l'angle donné.

313. — Problème XI. *Trouver la hauteur d'un édifice* (fig. 193).

Solution. — Prendre la ligne *da* à peu près horizontale — Planter un premier jalon *b*, puis un second *c*, en enfonçant celui-ci de manière que *efk* soit une ligne droite. — Déterminer par ce moyen le point *a*. — Les triangles semblables *eda*, *fba* donnent *ed* : *ad* = *fb* : *ba*.

314. — Problème XII. *Déterminer la hauteur d'un édifice par le procédé de l'ombre portée.*

Solution. — Planter un jalon d'un mètre, par exemple. — Mesurer l'ombre qu'il projette, puis celle de l'objet dont on veut avoir la hauteur; l'édifice aura autant de mètres que la longueur de son ombre contiendra de fois celle du jalon.

315. — Problème XIII. *Trouver la hauteur d'un monticule mda au-dessus du terrain ab, supposé être horizontal* (fig. 194).

Solution. — Fixer un jalon *ef* et marquer *i*. — Placer en *gh* un second jalon ayant même hauteur que *ef* et repérer *b*; on a : $dc : cb = gh : gb$; $dc : ci = ef : fi$ (*x*).

Si l'on divise ces deux proportions membre à membre, on obtient (*hg* étant égal à *ef*) :

$$1 : \frac{cb}{ci} = 1 : \frac{gb}{fi} \text{ ou } \frac{cb}{ci} = \frac{gb}{fi} :$$

or, cette dernière proportion peut prendre la forme

$$cb\text{-}ci : ci = gb\text{-}fi : fi.$$

Les grandeurs *cb-ci*, *gb-fi* et *fi* sont susceptibles d'être mesurées ; elles permettent donc de calculer *ci*. Ayant cette valeur, il ne reste plus qu'à la substituer dans la proportion (*x*) pour avoir *dc*.

316. — PROBLÈME XIV. ***Mener une parallèle à une droite par le procédé de l'ombre portée.***

Solution. — Soit *ab* la droite à laquelle il s'agit de mener une parallèle par *c* (fig. 195). — Planter un jalon en *a*. — Mesurer son ombre *ad* ainsi que la perpendiculaire *df*. — Fixer un jalon de même longueur en *c*. — Élever la perpendiculaire $hk = df$. — Joindre *c*, *k*, ce qui donne la parallèle demandée.

§ 4. LEVERS A LA PLANCHETTE.

317. — *Préparatifs*. — Reconnaître le terrain. — Faire le croquis provisoire du canevas. — Tracer l'échelle et calculer son approximation. — Se donner la direction du côté de départ. — Préparer le cahier de repèrement conformément aux indications du nº 296. — Vérifier et rectifier l'alidade. — Se munir de jalons, d'une chaîne avec fiches, d'un niveau à bulle d'air ou d'une bille d'ivoire, d'un déclinatoire et d'une fourchette à perpendicule.

318. — LEVER PAR CHEMINEMENT. — Placer, à vue, la planchette en station au point A du terrain (fig. 196). — L'établir horizontalement. — Mettre le point *a* dans la verticale de A. — Se ***décliner*** sur B, c'est-à-dire placer la ligne de foi de l'alidade le long de *ab* et viser B. — La planchette ainsi installée, orienter la carte au moyen du déclinatoire, ou bien, à défaut de cet instrument, en relevant la méridienne tracée sur le sol

par l'un des procédés décrits au n° 295. — Observer le point E ainsi qu'un repère R, visible de la plupart des sommets du polygone. — Tracer, le long de la ligne de foi, des droites *ax*, *av* et porter sur *ax*, *av* les longueurs *ae*, *ab*, respectivement égales, d'après l'échelle, à la projection horizontale des côtés AE, AB, mesurés à la chaîne (1). — Repérer le point A du terrain, soit en y enfonçant un piquet, soit en mesurant sa distance à des objets fixes et très voisins. — Faire station au sommet B en se déclinant sur A. — Viser C et le repère R. — Tracer les deux rayons correspondants *bu*, *by*. — Porter sur le premier une longueur *bc* proportionnelle à BC. — Si le point E est visible de la station B, observer ce sommet et s'assurer que la ligne de foi passe par *e*. — Stationner en C. — Amener *cb* dans le plan de collimation CB. — Viser D, R et un des deux sommets E, A. — Prendre *cd* = CD réduit. — Se transporter en D et placer *dc* dans le plan vertical de DC. — Diriger le rayon visuel sur E. — Si l'on a bien opéré, la projection de ce rayon sur le papier passera par *e*, et la longueur *de* sera égale à la distance DE.

319. — *Emploi du déclinatoire.* — Lorsque d'un sommet D, par exemple, quelque objet empêche de se décliner sur C, on place le déclinatoire sur la ligne d'orientation NS, et, par un mouvement de rotation imprimé à la planchette, on amène l'aiguille sur les zéros du limbe. Le dessin est alors dans une position parallèle à celle qu'il avait en C, par suite *dc* se trouve dans le plan vertical de DC et la planchette est ainsi déclinée.

Il est bon de recommander, à ce sujet, de ne faire usage de cet instrument que dans les cas d'absolue nécessité, car : 1° son emploi dans les opérations du lever par cheminement ralentit le travail : il faut, en effet, plus de temps pour faire coïncider les pointes de l'aiguille aimantée avec les zéros, que pour amener, dans le plan de son homologue, la projection du côté polygonal qui vient d'être déterminé ; 2° le parallélisme des grands côtés de la boîte et de la ligne o — o est souvent défectueux ; 3° la coïncidence de la pointe bleue de l'aiguille avec le zéro corres-

(1) Si l'on se sert d'une alidade à lunette, celle-ci peut être munie de fils micrométriques et d'un éclimètre, c'est-à-dire montée en stadia ; dans ce cas, la longueur des côtés se détermine par la visée même qui assure leur direction.

pondant est rarement rigoureuse; or, ***la déclinaison de la planchette doit toujours être très exacte,*** car l'erreur dont elle est affectée se reporte directement sur l'angle construit et peut avoir, par conséquent, une influence fâcheuse sur l'exactitude du lever. En admettant même le parfait parallélisme des grands côtés et du diamètre *o — o*, l'approximation de lecture dont nous venons de parler ***limite la longueur des côtés visés à celle de la moitié de l'aiguille.***

La déclinaison au moyen de l'alidade est sujette, de son côté, à des inexactitudes provenant de ce que le pointé n'est pas toujours rigoureux; mais l'erreur qui en résulte est beaucoup moins sensible que la précédente, et elle permet des visées de $0^m,12$ à $0^m,15$ (nº 176).

320. — Lever par rayonnement. — La méthode du rayonnement ou du cheminement rayonnant ne demande ***qu'une seule*** station. — La choisir en un point central S duquel on puisse apercevoir tous les sommets (fig. 197). — Se donner ***sa*** et l'établir dans le plan vertical SA. — Diriger successivement l'alidade suivant SB, SC, SD, SE, et tracer sur le papier les droites ***sb, sc, sd, se,*** qui sont dans ces alignements. — Porter sur ces projections les longueurs réduites des homologues du terrain. — On détermine ainsi, sur le dessin, la position des sommets du polygone.

La vérification du lever se fait comme il a été dit (nº 298), en mesurant directement un côté ou une diagonale du polygone : sa longueur doit être égale à la ligne correspondante du plan.

321. — Lever par intersections. — Prendre une base AB projetée en *ab* (fig. 198). — Stationner en A et se décliner sur B. — Orienter la minute. — Appliquer la ligne de foi contre ***a;*** viser successivement C, D, E et tracer ces lignes d'observation. — Se rendre en B ; décliner ***ba*** sur BA. — Observer, de cette deuxième station, les mêmes signaux C, D, E. — Mener les rayons correspondants. — Joindre les intersections ***c, d, e.*** — Les points relevés par cette méthode ne sont considérés comme exacts qu'après un troisième stationnement. — Le faire au point M que l'on place sur le dessin en mesurant BM. — Viser C, D, E. — Comme vérification, les traces de ces nouveaux plans de collimation doivent passer par ***c, d, e.***

322. — Lever par recoupement. — Projeter AB en ***ab,*** (fig. 199). — Stationner en B, se décliner sur A et s'orienter. — Observer C. — Tracer ***bx.*** — Supposons que BC ne puisse

être mesuré et cherchons-en la longueur par recoupement. — Placer, à cet effet, le point x dans la verticale de C. — Décliner la planchette suivant xbB et observer le point A déjà déterminé. — Tracer $xy : yxb$ est le véritable angle que l'on devrait avoir en c, si ce point était connu. — Pour obtenir c, mener par a une parallèle à yx; son intersection avec bx fixe en c la position du point C. — Mettre c dans la verticale de C. — Observer D et projeter la ligne d'observation suivant cx'. — Se transporter en D et placer x' dans la verticale de D.— Se décliner sur C et viser A. — Par a, conduire une parallèle à zx'; son intersection avec cx' donne d. — Placer d dans la verticale de D et déterminer e par les mêmes procédés.

Les opérations du recoupement se vérifient par l'observation de sommets déjà connus : ainsi, de D on a pointé A, on y vise aussi B; de E, on a observé A, on vise de plus C et B.

323. — *Comparaison des méthodes.* — (Voir n° 301.)

Problèmes à la planchette.

324. — Il peut se présenter, dans un lever à la planchette, certains cas particuliers donnant lieu à des problèmes qu'il est utile de savoir résoudre avant d'aller sur le terrain. En voici quelques-uns :

325. — PROBLÈME I. *Connaissant la projection de deux points dont l'un A, est inaccessible, déterminer un point de station pris au hasard dans une direction* BK (fig. 200).

Les points a et b sont donc donnés sur le dessin. — Stationner en B, se décliner sur A. — Observer K et tracer bc'. — Se transporter en un point quelconque de l'alignement BK. — Placer $c'b$ dans le plan vertical KB. — Faire pivoter la ligne de foi de l'alidade autour de a jusqu'à ce qu'on aperçoive A et mener ac''. — Le point c satisfait à la question.

326. — PROBLÈME II. *Connaissant la projection de deux points dont l'un* A *est inaccessible, fixer sur le papier la position d'un point* DONNÉ *en* C (fig. 201).

Stationner en B, se décliner sur BA et viser C. — Se rendre en C, décliner la planchette sur CB et chercher le point c' qui se trouve actuellement dans la verticale de C. — Y faire passer la ligne de foi, l'alidade étant dirigée sur A. — L'angle $bc'x$ obtenu sur le dessin est égal à BCA du terrain. — Mener par

a une parallèle *ac* à la ligne *c'x*. — Le point *c* indique la position cherchée du point C du terrain. — En effet, le triangle *bca* est semblable à BCA et l'un de ses côtés *ba* est proportionnel à BA.

Il est nécessaire de saisir la différence existant entre le problème I et celui-ci, car leur confusion peut jeter dans des erreurs parfois sensibles : la figure 201 montre que le second problème, résolu par les procédés employés pour le premier, donne un point *m* assez bien distant de *c*.

327. — PROBLÈME III. *Connaissant les projections a, b, de deux points inaccessibles* A, B, *entre lesquels on peut stationner, trouver la position d'un point* C *accessible* (fig. 202).

Placer un point *m'* de la droite *ab* au-dessus de M. — Se décliner sur MB, viser C et tracer *m'c'*. — Se porter en C. — Décliner *c'm'* sur CM, le point *c'* étant dans la verticale de C. — Faire tourner la ligne de foi autour de *c'*. — Rayonner successivement les deux repères A, B, suivant *c'x*, *c'y*, qui passeront, en général, à côté des points *a, b* : les angles *c'xb* et *c'ya* sont respectivement égaux à CAB, CBA. — Par les points *a* et *b*, conduire des parallèles *ac*, *bc*, aux droites *xc' yc'* : le point d'intersection de ces deux parallèles donnera la position de C. — En effet, le triangle *acb* s'appuyant sur la projection *ab* des repères, est semblable à BCA du terrain.

328. — PROBLÈME IV. *Connaissant les projections de deux points inaccessibles* A, B, *entre lesquels on peut stationner, déterminer un point où l'on se trouve* (fig. 203).

L'analogie que l'on a constatée entre les deux premiers problèmes se reproduit entre le troisième et le quatrième. — Stationner en N. — Se décliner sur B et observer un point K dans la direction du point de station. — Se transporter sur l'alignement NK. — Placer *xn'* dans le plan vertical de NK. — Faire passer successivement la ligne de foi de l'alidade aux points *a*, *b*, en visant A, B. — Tracer les droites *ap*, *br*, dont l'intersection *d* sera la position du point pour lequel on est en station. — Projeter ce point en D sur le terrain, à l'aide de sa verticale, afin de pouvoir s'en servir ultérieurement si on le juge convenable.

329. — PROBLÈME V. *Connaissant la projection ab d'une droite entièrement inaccessible* AB, *déterminer la position d'un point* X *accessible* (fig. 204).

Choisir un point auxiliaire Y également accessible. — Sur une feuille de papier, autre que celle du lever, se donner provisoirement en x' et y' la position de X et de Y. — Stationner en Y, décliner y' x' sur Y X, puis rayonner A et B. — Faire la même opération en X. — Les positions a', b', de A et de B, ainsi déterminées relativement à x' y', il ne reste plus, pour avoir le point x, qu'à construire sur ab (fig. 205) un triangle abx semblable à $a'b'x'$.

330. — Problème VI. *Etant donnée la projection ab d'une droite inaccessible* AB, *déterminer la position d'un point inaccessible* (fig. 206).

Prendre deux points auxiliaires Y, Z. — Déterminer, en supposant la droite YZ représentée par y' z', les positions a' b' x', de A, B, X. — Construire sur ab (fig. 207) un triangle abx semblable à $b'x'a'$. — On obtient ainsi le point x.

331. — Problème VII. *Tracer par un point* C, *au moyen de l'alidade, une ligne parallèle à une droite donnée* AB fig. 208 Pl. XIX).

Placer la ligne de foi le long de AB et viser un point K, distant de 300 à 400^m. — Porter la règle contre C et diriger le plan de collimation sur K. — La droite C D peut être considérée comme parallele à BA. — En effet, abaissons CA, DB, perpendiculaires sur AB et menons DG parallèle à BA. — Les deux triangles semblables AKC, GDC, donnent :

$$AK : AC = DG : GC.$$

Posons $AK = 300^m$; $AC = 0^m,20$; $DG = 0^m,30$; on a,

$$CG = \frac{AC \times DG}{AK} = \frac{0^m,20 \times 0^m,30}{300} = 0^m,0002.$$

Or, 2/10 de millimètre est la limite des quantités appréciables à vue ; par conséquent, les droites DC, DG se confondront sur le dessin, ce qui établit le parallélisme graphique de CD et de AB.

Il est à remarquer qu'en supposant $AC = 0^m,20$ et $DG = 0^m,30$, nous nous sommes placés dans un cas défavorable ; quelle que soit l'échelle à laquelle on opère, les côtés visés auront rarement ces longueurs sur le papier.

Il résulte de cette démonstration que si un obstacle P (fig. 209 Pl. XVIII) empêche de diriger un coup d'alidade tel que aX, on peut essayer la visée sur X par un autre point a'. Le rayon

*a*X étant, par exemple, égal à 150^m; $aa' = 0^m,10$ et $az = 0^m,30$, on trouve, d'après la proportion ci-dessus, $ra' = 0^m,0002$. La droite *vr* parallèle à *za* se confond donc avec *a'v*, partant *za*, parallèle à *va'*, est la trace du plan vertical AX.

332. — PROBLÈME VIII. ***Diviser en 2 parties égales un angle*** ACB ***tracé en a c b*** (fig. 210 Pl. XIX).

Effectuer le partage ***à vue*** de l'angle ***acb*** par la droite ***cx*** repérée sur CX. — Faire tourner la planchette dans le sens de la flèche de manière à amener *ac* dans le plan vertical de CX (fig. 211). — Lancer un coup d'alidade suivant *cx*. — Si ***acx*** était égal à ***xcb***, le plan de collimation passerait par B ; mais le plus souvent, il n'en sera pas ainsi. — Supposons la trace du plan vertical BC marquée en *cx'*. — Prendre ***à vue*** le milieu *o* de la petite partie *xx'*. — Répéter sur *oc* l'épreuve que l'on vient de faire sur *cx*. — Replacer ***ca*** dans le plan de collimation CA. — Repérer une direction CO correspondante à *co'* (fig. 210). — Amener ***ca*** dans la direction CO et voir si le coup d'alidade ***co'*** couvre B. — Si cela n'est pas, marquer le milieu de la très petite partie *o'o''* et refaire l'opération précédente. — On arrive bientôt à la coïncidence des deux parties *aco'''* et *bco'''* de l'angle ***acb*** ; on repère alors suivant *co'''*, la direction bissectrice de ACB.

333. — PROBLÈME IX. ***Déterminer un alignement perpendiculaire à une direction donnée*** CA (fig. 212).

Soit à élever en C une perpendiculaire à CA. — Décliner ***ca*** et CA. — Diriger sur B un coup d'alidade que l'on suppose momentanément être perpendiculaire à CA. — Faire pivoter la planchette dans le sens de la flèche. — Constater l'inégalité des angles adjacents ***acb, dcb***, par la déclinaison de ***ca*** sur CB. — Voir si le coup d'alidade ***b'c*** couvre A. — Dans la négative, marquer à vue le milieu *o* de l'intervalle ***db'***. — Admettre ***co*** comme étant la perpendiculaire cherchée. — Recommencer l'expérience en repérant, selon *co'*, un point B'. — Après deux ou trois tâtonnements semblables, on arrive à déterminer un point B'', appartenant à la droite demandée.

334. — *Observation.* — Les problèmes précédents sont dits ***purement à la planchette*** : ils n'exigent ni l'emploi d'un diastimètre, ni celui d'une échelle. Pour résoudre les problèmes suivants, il sera fait usage de ces moyens auxiliaires.

335. — PROBLÈME X. ***Connaissant la projection a d'un point inaccessible*** A ***et la direction a z de la ligne*** AB ***sur laquelle***

on peut stationner, trouver la position d'un point accessible X (fig. 213).

Faire station en un point quelconque C de AB et se décliner sur CA. — Rayonner X suivant *cx'*. — Mesurer la distance CX et la porter en *cx"*. — Se transporter en X, placer *x"* dans la verticale de ce point et *x" c* dans le plan vertical XC. — Observer A suivant *x"n*, qui ne passera généralement pas en *a*. — Par *a*, mener *ax* parallèle à *x"n*, et par *x"* conduire une autre parallèle *x"x* à *ça*. — L'intersection *x* résultant de cette construction sera la position cherchée de X. — En effet, le triangle *xac'* est semblable à XAC et *xc'* proportionnel à XC, ce qui donne de plus *ac'* = la distance AC réduite à l'échelle.

336. — Problème XI. *On donne en a b sur la carte (fig. 214) une droite* AB *dont l'extrémité* A *est inaccessible ; trouver la position d'un point* X *également inaccessible.*

Stationner en B. — Se décliner sur A et viser X. — Faire jalonner la partie abordable de l'alignement AX. — Observer un point auxiliaire Y situé sur cet alignement. — Mesurer BY et porter sa longueur réduite en *by*. — Joindre *a, y* et prolonger. — L'intersection *x* donne la position de X.

337. — Problème XII. *On ne peut stationner en aucun des deux points* A, B, *donnés sur la carte en a, b ; trouver la position d'un troisième point où l'on fait station* (fig. 215).

Placer la planchette en KP. — Viser suivant *a*A et *b*B. — Projeter *s'* en S sur le terrain. — Pour obtenir la position de ce point sur le dessin, décrire une circonférence passant par *a, s', b*. — Mesurer SA, puis, avec cette distance comme rayon et de *a* comme centre, tracer un arc coupant la circonférence en *s*. — Le point *s* est la projection du point de station. — En effet, les côtés *sa, ab*, sont proportionnels à SA, AB, et l'angle *asb* est égal à *bs'a* comme ayant la même mesure ; or, *bs'a* = BSA.

338. — Problème XIII. *Mêmes données que pour le problème* XII, *seulement le point de station est ici* FIXÉ *en* X (fig. 216).

Se transporter en X et y stationner en tâtonnant jusqu'à ce que le point *x'*, où la planchette est pénétrée par la verticale de X, soit tel qu'en plaçant la ligne de foi suivant *x'a* la visée couvre le point A. — Rayonner B suivant *x'b'*. — Par *b*, conduire une parallèle *bx"* à *x'b'*. — Par *a, x", b*, faire passer une circonférence. — Mesurer XA et de *a* comme centre, avec *ax*

pour rayon, décrire un arc coupant en *x* la circonférence *bx''a*. — Ce point *x* est la position de X : cela se prouverait comme au problème XII ci-dessus. — Lorsqu'on opère à une échelle suffisamment petite, on peut ramener cette solution à celle du cas précédent, en prenant pour point X celui pour lequel la planchette est en station (*voir* le problème II).

339. — PROBLÈME XIV. *Trouver la plus courte distance d'un point* A *à une droite* BC (fig. 217 Pl. XX).

Fixer les trois points A, B, C, sur la carte, soit par cheminement s'ils sont accessibles, soit par intersections s'ils ne le sont pas. — Abaisser sur *cb* la perpendiculaire *an* et la présenter à l'échelle, pour avoir la valeur numérique de AN.

340. — PROBLÈME XV. *Retrouver, sur le terrain, un point marqué sur la planchette* (fig. 218 Pl. XIX).

Soient *c* ce point et AB, *ab*, deux droites homologues. — Stationner en B et se décliner sur A. — Placer la ligne de foi sur *bc*. — Jalonner la direction BX. — Présenter *bc* à l'échelle et chaîner cette longueur dans l'alignement BX. — Même solution pour fixer sur le terrain la position d'une droite ajoutée au dessin.

341. — PROBLÈME XVI. *Prolonger une droite* AB *du terrain au delà d'un obstacle bornant la vue* (fig. 219 Pl. XX).

Stationner en A. — Viser B et tracer *ax*. — Observer C. — Rapporter, sur la trace *ay* du plan de visée, une longueur *ac* correspondante à AC. — Se transporter en C. — Décliner *ca* sur CA. — Viser les points D, G. — Faire chaîner sur les deux directions CD et CG, des longueurs respectivement égales aux valeurs, données par l'échelle, des quantités *cm*, *cn*. On obtient ainsi deux points M et N appartenant à l'alignement AB.

On peut encore, après avoir déterminé M, s'y transporter, décliner *mc* sur MC et faire planter des jalons N, P, R, dans le plan de collimation de l'alidade dirigée suivant *am*.

Lever des détails.

342. — Les indications générales données au n° 302, à propos du lever des détails au mètre, laissent peu de choses à ajouter relativement au lever des détails à la planchette.

Au moyen de stations successives faites aux sommets du

canevas, on détermine, par intersections ou par recoupement, les points caractéristiques appartenant aux détails.

En terrain couvert, coupé de haies, garni de plantations, ou bien pour lever l'intérieur d'un village, d'une forêt, etc., on emploie la méthode du cheminement périmétrique.

Une place publique, la cour d'une ferme, une clairière, etc., se lèvent par rayonnement.

Application :

Soit à lever le détail du terrain contourné par la partie de canevas ABCDEF (fig. 220 Pl. XIX). — Stationner en A. — Observer *a, b, d, e, f* et tracer ces rayons d'observation. — Se transporter en B et se décliner sur A. — Lancer des coups d'alidade sur *a, h, d, f, k*. — Les points *a, b, d, f*, se trouvent ainsi déterminés. — Mesurer B*i*, B*m*. — Joindre *i, f* et prolonger jusqu'en *e*. — Faire station en C. — Viser *c, g, h, k, n, r* — Unir *h, m*, et prolonger vers *g*. — Tracer *k* C. — En D, se décliner sur C. — Amorcer le chemin DR. — Mesurer D*g*, D*p*, D*s*. — Dessiner à vue les maisons et les détails du chemin. — Lever *u* et *v* par rayonnement. — Mesurer *st* et dessiner le groupe de maison *rvt*. — Se rendre en E. — Amorcer EK. — En cheminant de E en F, mesurer E*x*, ce qui achève de donner le contour de verger. — Lancer le coup d'alidade F*c* pour fixer le quatrième angle du bois.

Ce simple exemple suffit pour donner une idée du maniement de la planchette dans le lever des détails.

§ 5. LEVERS A LA BOUSSOLE.

343. — Dispositions préparatoires. — 1° Arrêter, sur un croquis à vue, la distribution des polygones et des traverses du lever en observant, comme il a été dit (n°s 29 et suivants), de ne faire croiser les lignes du canevas que sur des sommets. — Leur donner un numéro particulier: 1er polygone, 2e polygone....; 1re traverse, 2e traverse.... — Désigner les sommets successifs par les lettres capitales A, B, C..., et ceux des traverses par de petites lettres ou des chiffres. Les repères se distinguent par les lettres grecques α, β, etc.;

2° Construire l'échelle et déterminer son approximation (n° 41);

3° Préparer le registre de repèrement d'après le modèle indiqué (fig. 158) ;

4° Manœuvrer, vérifier et rectifier la boussole (nos 258...269). — Rejeter l'instrument si la différence des azimuts donnés par deux visées réciproques n'est pas égale à deux droits plus au moins 10 à 12′ (1). (Cette dernière quantité est à peu près l'erreur probable que l'on commet en lisant les az.) — Calculer la limite d'emploi de l'instrument (2);

5° Vérifier le rapporteur (nos 164...168): son diamètre doit avoir une longueur au moins égale à celle de l'aiguille aimantée (n° 249);

6° Etalonner la stadia (n° 95). — Afin de n'avoir pas à tenir compte de la correction focale, faire chaîner deux fois (3) une longueur D′ de 100 à 150m; diriger horizontalement l'axe optique de la lunette sur le centre du voyant supérieur de la mire et faire arriver le voyant mobile sur le fil supérieur ; lire exactement l'intervalle H′ des deux voyants : on obtient ainsi le coefficient constant $C = \frac{D'}{H'}$ (n° 95);

7° Calculer la fraction donnée par le vernier adapté à l'*éclimètre*, c'est-à-dire au limbe sur lequel on lit, en grade ou en degrés, l'inclinaison de la plongée. — (*Voir* la ***réduction à l'horizon*** au paragraphe de la stadia, page 57.) — Examiner le sens de la graduation du vernier relativement à celle du limbe ;

8° Se donner, sur la feuille du lever, la position ***ab*** du côté de départ AB ;

9° Préparer la carte. — Se rendre à cet effet au point de départ A du lever et viser la mire placée en B. — Tenir note de l'az. AB. Se transporter en B et prendre l'az. réciproque BA. — Si la différence des deux az. est de 180° ± 10′ à 12′, construire en A l'az. AB et tracer sur le dessin le treillis à l'encre rouge. — Ce treillis se compose de parallèles et de perpendiculaires à la méridienne que l'on vient de construire en A. — Indiquer le ***nord*** sur une des méridiennes par une pointe de flèche dessinée au crayon ;

(1) A moins que l'erreur ne soit occasionnée par une déviation locale.

(2) Les côtés relevés au moyen de la boussole ne doivent pas, rapportés à l'échelle, dépasser le rayon du limbe (n° 249).

(3) La difference des deux chaînées ne doit pas dépasser 0m10 ; dans ce cas, on prend la moyenne des deux résultats.

10° Se munir d'une table de réduction à l'horizon des longueurs mesurées à la stadia (n° 108), ou construire l'échelle Goulier (n° 110).

344. — PRESCRIPTIONS D'ORDRE. — Marquer, sur le dessin, les stations au moyen de la pointe sèche du compas, et les entourer d'un petit rond. — Prendre les sommets le long des routes, sur l'axe d'un des accotements. — Rattacher, par des mesurages, les points de station à d'autres points fixes situés dans le voisinage. — Inscrire ces mesures sur des croquis rapportés dans une colonne spéciale du registre du lever. — Constuire les az. par la méthode des praticiens (n° 172). — Vérifier l'az. de chaque côté du polygone au moyen d'une observation en retour sur le point que l'on vient de quitter; si la différence des deux az. réciproques n'est pas de 180° ± 10 à 12' et si la boussole est bonne, on en conclut, ou bien l'existence d'une erreur dans la lecture (et on contrôle par une seconde observation), ou bien le voisinage d'une masse de fer qui influe sur la direction de l'aiguille. Dans ce dernier cas, on construit l'angle même du polygone par la différence des az. lus pour ses côtés (n° 246). — Inscrire dans le carnet, au fur à et mesure des opérations, les az. et la longueur des visées. — Faire immédiatement les constructions graphiques qui s'y rapportent. — Lever les traverses sans visées réciproques; contrôler seulement les opérations qui y sont relatives par l'observation des points de repère. — Ne pas tenir note, dans le registre, des dimensions des détails, ni conserver la trace des lignes qui ont servi à les décrire. — Ne dessiner sur le terrain que leurs contours extérieurs; dans le cabinet, on ajoute, à cette projection horizontale, les signes conventionnels et les écritures (toujours au crayon). — Inscrire sur la minute les noms des localités, chemins, cours d'eau, fermes, châteaux, etc., etc.

Lorsque, pendant le lever, on se trouve dans la nécessité de *changer de boussole*, il faut : 1° manœuvrer, vérifier et rectifier le nouvel instrument (n° 253); 2° le régler. Ce réglage se fait en relevant l'az. d'une direction RS, par exemple ; si cet angle méridien n'est pas égal à l'az. *a* donné pour RS par l'ancienne boussole, on tourne le limbe, tout en conservant le plan de visée sur S, jusqu'à ce que la pointe bleue de l'aiguille marque *a*. Une certaine graduation du limbe sera ainsi venue correspondre à l'index; en conservant cette coïncidence durant la

suite du lever, le treillis employé pour l'ancienne boussole pourra servir aux opérations faites avec la nouvelle (nos 251... 257) ; 3° étalonner la stadia.

345. — Lever par cheminement. — Soit *ab* (fig. 221) le côté homologue de AB. — Préparer la carte d'après les indications du n° 343. — Déterminer la longueur horizontale de AB et la porter de *a* en *b*. — Viser le repère O et construire l'az. AO. — Stationner au point B. — Observer A et enregistrer l'az. BA. — Le retrancher de l'az. AB ; on doit trouver pour différence 180° plus ou moins l'écart toléré (*voir* ci-dessus). — Viser C. — Déterminer BC. — Repérer O et construire ces lignes d'observation. — Opérer de la même manière à tous les sommets du polygone, en ayant soin de contrôler le travail par des visées sur les points de repère et sur des sommets A, B, C, déjà déterminés. — Inscrire les résultats obtenus dans un carnet du modèle suivant :

Registre des opérations à la boussole.

POINTS de station.	POINTS observés.	AZIMUTS.	DISTANCES lues (1).	DISTANCES réduites à l'horizon.	OBSERVATIONS.
Polygone n° 1. — A, B, C. . . S. (Cheminement périmétrique).					
A					
A	B	224°	»	$116^{m}50$	A. — Angle sud de l'église.
A	α	80°	»	»	α — Croix de la chapelle de . . .
B	A	44°	»	»	
B	C	275°15′	»	$90^{m}25$	B — Borne kilométrique n° 8.
C	B	95°15′	»	»	C — Milieu de la porte de la ferme.
C	D	312°	$80^{m}90$	$80^{m}45$	
C	α	140°	»	»	D — PONT . . . D (3^{m}, $3^{m}25$)
D	C	132°	»	$156^{m}15$	
Traverse n° 1. — AabcdefgH.					
A					
A	a	354°	»	$81^{m}00$	
a	b	12°	$90^{m}00$	89,37	
b	c	332°30′	»	121,00	
c	d	58°	»	89,15	
c	α	83°	»	»	
d	e	346°15	$124^{m}12$	123,90	
e	α	121°	»	»	

346. — Lever par rayonnement. — S'établir en un point central S (fig. 222). — Préparer la carte au moyen des az. AS et SA (n° 343). — Déterminer les angles méridiens des différents rayons SB, SC.... et la longueur de ces derniers. — Vérifier, en mesurant un côté ou une diagonale.

347. — Lever par intersections. — Choisir et mesurer une base AB d'où l'on peut voir tous les sommets (fig. 223). — Prendre les az. BA et AB, afin de préparer la carte. —

(1) La hauteur de mire multipliée par le coefficient constant de la stadia ou, si l'on emploie la chaîne, les distances mesurées suivant la pente. On met des guillemets dans cette colonne, lorsqu'il n'y a pas lieu de tenir compte de la différence entre la distance lue et la distance réduite.

Observer successivement les az. des rayons dirigés sur C, D, E. Répéter ces opérations en B. — Si quelque sommet n'est pas visible de la base principale, en déterminer une seconde (nº299). — Comme vérification, stationner en M et viser les mêmes points, qui seront ainsi fixés par trois lignes d'observation.

348. — Lever par recoupement. — Soit AB représenté en *ab* (fig. 224). — Stationner en B. — Observer, en retour, le sommet A, et en avant, le sommet C. — Construire l'az. BC. — Supposons que BC ne puisse se mesurer. — Se rendre en C et viser B en retour. — Déterminer az. CA = *d*. — En *a* de la carte, tracer l'az. de AC, réciproque de l'az. CA, c'est-à-dire un angle méridien de 180° + *d*. — Le point où la droite ainsi obtenue rencontre celle fournie par l'az. BC, est le point *c* cherché.

Problèmes à la boussole.

349. — Problème I. *Une droite inaccessible* AB *est projetée en ab* (fig. 225), *trouver la projection d'un point quelconque* R, *sur lequel on stationne* (1).

Déterminer les az. *a'* et *b'* des visées RA, RB. — Construire en *a* et *b* les az. réciproques de *a'*, *b'*. — Le point *r* ainsi obtenu est la projection de R.

350. — Problème II. *Deux points inaccessibles* A, B, *étant projetés en a, b* (fig. 226), *lever un point* X *inaccessible.*

Choisir une base accessible MN. — Observer de M les az. MA, MB. — Même opération en N. — Construire en *a* et *b* les réciproques des az. MA, MB ; NA, NB. — La base MN ainsi relevée en *mn*, déterminer X par intersections.

351. — Problème III. *Trouver la bissectrice d'un angle inaccessible* MNP (2) (fig. 227).

Prolonger les droites NM, NP. — Observer leurs az. *a* et *b*, et chercher dans l'angle ANB un point D, tel qu'en y stationnant, on ait l'az. DN $= d = \frac{a+b}{2}$. — Ce point appartient à la bissectrice de BNA. — En effet, si l'on coupe par une

(1) Dans ces problèmes, on suppose la boussole réglée.

(2) Par exemple le prolongement de la capitale d'un bastion.

transversale LK (fig. 227), les 2 côtés d'un angle LOK et sa bissectrice OP, la géométrie donne

$$k = \frac{o}{2} + p, \text{ d'où } p = k - \frac{o}{2}.$$

D'autre part, $p = l + \frac{o}{2}$; ce qui fournit la relation $p = \frac{k + l}{2}$, identique à la précédente : $d = \frac{a + b}{2}$.

352. — PROBLÈME IV. *Étant donnés en a, b, deux points* A, B, *ce dernier inaccessible, déterminer la position d'un point* X *où l'on ne peut pas stationner* (fig. 228).

Déterminer les az. AX et AC, le point C étant quelconque. — Se porter en C et y observer l'az. CB = *m*. — Construire en *b* son réciproque *r*. — On obtient ainsi le point de station C. — Viser X et tracer l'az. CX, lequel donne le point *x*.

353. — PROBLÈME V. *Ayant en a la projection d'un point inaccessible* A, *déterminer un point* X *où l'on stationne* (fig. 229 Pl. XXI).

Construire en *a* l'az. réciproque de XA. — De X, observer l'az. d'un point auxiliaire Y et le construire en *x'y'*. — Mesurer XY. — Se rendre en Y ; relever l'az. YA ; le tracer en *y'a'*. — Mener par *y'* une parallèle à *x'a*, et par *a*, une parallèle à *y'a'*.— A l'intersection *y* de ces deux droites, faire passer une troisième parallèle *yx* à *x'y'*. — Le triangle *xya* donne la position du point X cherché.

354. — PROBLÈME VI. *Les droites* AB, CD *sont invisibles l'une de l'autre* (1) ; *mais de leurs extrémités on peut apercevoir un même point* E *du terrain* : *les rattacher l'une à l'autre* (fig. 230 Pl. XXI).

Mesurer AB et placer cette droite en *ab*. — Prendre les az. BE, AE et les tracer en *b*, *a*. — La position de E est ainsi déterminée par rapport à BA. — Se rendre au point E. — Relever les az. EC, ED et les construire en *ec'*, *ed'*. — Se transporter au point C. — Observer l'az. CD et tracer cette direction suivant *c'd'*. — Mesurer CD, puis rapporter cette longueur en *c'm*. — Par *m* conduire une parallèle à *c'e*. — Faire passer par *d*

(1) Elles se trouvent, par exemple, dans deux vallons attenant à la même hauteur.

une parallèle à *c'd'*. — On a ainsi en *ab, cd,* la position relative des deux droites AB, CD.

355. — *Observation.* On aura remarqué que les deux derniers problèmes seulement exigent des mesurages; les précédents sont dits *purement à la boussole.*

Lever des détails à la boussole (1).

356. — La pratique du lever à la boussole et les problèmes qui s'y rattachent démontrent combien cet instrument se prête au relèvement des détails, surtout lorsque ceux-ci n'ont qu'une importance secondaire et n'exigent pas une détermination rigoureuse. Ainsi, les chemins sinueux, les sentiers des forêts, les ruisseaux, les contours d'un bois, peuvent, dans certains cas, se lever *en passant un sommet sur deux;* exemple :

Soit à lever un chemin AB (fig. 231 Pl. XX). — Jalonner les principales courbures 1, 2, 3, 4. — D'un point A du canevas, viser A—1 et en construire l'az. — Déterminer la longueur A—1 (à la stadia, à la chaîne ou au pas). — Noter cette distance. — Ne pas s'arrêter en 1. — Si l'on se sert de la chaîne ou du pas, mesurer 1 — 2, chemin faisant. — Rapporter la longueur A — 1 selon *ab'*. — Lever l'az. 2 — 1 et tracer en *b'* son réciproque. — Sur cette direction, porter *b'c* = distance 2 — 1. — Prendre l'az. 2 — 3. — Partir de 2 pour ne s'arrêter qu'en 4. — Relever, comme il vient d'être dit, les points 3 et 4, etc. (2).

357. — *Application.* — Pour lever le groupe de détails représenté sur la figure 232 (Pl. XXI), se porter en 1 et viser les points H et G du canevas. — Construire en *g, h,* les az. réciproques de 1 — G, 1 — H : on obtient ainsi sur la carte le point de station (problème I). — Observer 1 — *m* et 1 — 3 pour avoir la direction de ces chemins, et en figurer les

(1) *Voir* les indications *générales* données précédemment sur le lever des détails au mètre (n° 302).

(2) Cette méthode expéditive donne peu de garantie d'exactitude; il faut donc se garder de l'appliquer au lever du canevas. En cas de non-fermeture d'un polygone ou d'une traverse, l'opération serait à recommencer, ce qui rendrait nulle l'économie de temps que l'on aurait voulu réaliser en employant ce procédé.

détails. — Viser 1 — *n*. — Se transporter en 2. — Prendre l'az. de la ligne 2 — *p* limitant des cultures. — Stationner en 3 après avoir mesuré 1 — 3. — Déterminer les lignes 3 — *r*, *r* — o. — Tracer *on* dont l'intersection avec 1 *n* donne l'angle nord de la prairie. — Viser 3 — 4. — Cheminer sur cet alignement en comptant les pas. — Lever l'az. 4 — *p* dont la construction assure la position de *p*. — Passer en 5, après avoir déterminé 4 — 5. — Prendre les az. 5 — *q*, 5 — *s*, 5 — *v* et tracer ces chemins. — Mesurer au pas les détails voisins de 5 et les dessiner immédiatement. Déterminer 5 — 6. — Lever les az. 6 — *n*, 6 — *z*, puis ceux de *v* — *m*, *v* — *z*. — Continuer ainsi le figuré de l'îlot, en le contournant suivant *v*, *z*, *s*, *w*, *r* et se repérer sur G.

Emploi de croquis ou de brouillons.

358. — Il faut absolument, dans les levers à la planchette, construire les lignes du canevas et celles des détails sur le terrain même. Cette règle, sans être d'une application indispensable dans les opérations à la boussole, est généralement suivie : elle permet de reconnaître immédiatement les erreurs commises dans le cours du travail et empêche de rien omettre d'important. Mais il peut arriver que l'on soit très pressé ou que l'état de l'atmosphère ne permette pas de dessiner la minute sur le terrain même; on ne transporte alors avec soi d'autre instrument que la boussole, et le lever se fait au moyen de *croquis* ou de *brouillons*.

Il n'y a point de méthode établie pour la rédaction de ces croquis : chacun a sa manière; aussi est-il difficile de dresser un plan dont les opérations ont été faites sur brouillons par un autre. Il faut, pour cette rédaction, procéder avec beaucoup d'ordre et de clarté dans les inscriptions : on doit bien arrêter d'avance les signes et les annotations que l'on se propose d'employer sur le croquis, et ne jamais abandonner ces signes et annotations pour en adopter d'autres, sous peine de s'exposer à de graves erreurs.

On fait, avant d'aborder le lever du canevas, des croquis provisoires sur lesquels les sommets sont désignés par des lettres et des numéros d'ordre, et l'on vérifie si toutes les parties de cette « charpente » sont bien reliées.

On ouvrira, pour les polygones et les traverses, un registre du modèle indiqué n° 345, dans lequel s'inscriront les az. et les longueurs des côtés.

Le lever des détails est plus compliqué par suite de la confusion que cause inévitablement le grand nombre de distances et d'angles décrits sur le brouillon. Les détails sont rapportés dans un cahier dont chaque page reçoit un croquis numéroté, *exécuté à grande échelle*.

359. — *Exemple*. S'arrêter en 1 (fig. 233). — Fixer cette station en visant deux points H et G du canevas et noter dans un angle de la feuille, les az. 1 — H, 1—G, qui servent à déterminer 1. — Inscrire, sur les directions partant de 1, les az. et les distances. — Indiquer les bois, les terrains labourés, les prés, les jardins, etc., par les initiales B, L, P, J, etc. — En agir ainsi à chaque station. — Avec un peu d'habitude, ce travail peut marcher très rapidement ; cependant cette méthode présente l'inconvénient sérieux d'obliger quelquefois l'opérateur à retourner sur le terrain pour retrouver des omissions ou réparer des erreurs qu'il découvre presque toujours, mais trop tard, en construisant le plan à l'aide des éléments fournis par les croquis. Comme il vient d'être dit, il est plus sûr et partant *plus expéditif* d'exécuter sur la feuille du lever les opérations au fur et à mesure qu'elles se font (1).

Comparaison des procédés d'exécution des levers à la planchette et à la boussole simple (2).

360. — 1° La mise en station de la planchette est longue et délicate : elle exige trois opérations : *a*) placer un point du dessin dans la verticale de son correspondant du terrain ; *b*) établir la tablette horizontalement ; *c*) décliner.

Pour mettre la boussole en station, il suffit de placer *à vue* le centre de la boîte dans la verticale du point du terrain et d'amener le limbe à l'horizontalité ;

(1) Peut-être cependant serait-il bon, dans les écoles, de faire simultanément usage des deux procédés : l'exécution des croquis aurait cet avantage d'habituer les élèves à dessiner rapidement à vue et à exprimer clairement et avec netteté les détails qu'ils ont sous les yeux.

(2) C'est-à-dire non munie d'une lunette montée en stadia.

2° La boussole ne comporte pas autant d'accessoires que la planchette ; son transport est plus facile, son maniement, plus simple. De plus, on peut s'en servir partout : dans les bois, les mines, les souterrains, etc. ;

3° L'erreur que l'on est exposé à commettre, dans la lecture des angles azimutaux, est environ 10′ ; si l'on y ajoute celle résultant de l'emploi du rapporteur dans la construction des azimuts, on doit en conclure qu'une direction est assurée moins rigoureusement à l'aide de la boussole que par la planchette.

Dans l'emploi de ce dernier instrument, les inexactitudes ne proviennent guère que de l'erreur du pointé et de la difficulté de satisfaire parfaitement aux trois conditions de la mise en station ; toutefois, quand la troisième de ces conditions est remplie au moyen du ***déclinatoire***, la planchette ne donne les angles qu'à 10 à 12′ près. Cette approximation peut même s'élever encore lorsqu'on travaille sur le bord du dessin ; dans ce cas, en effet, il est très difficile d'empêcher le poids de l'alidade de faire incliner la planchette d'une manière parfois sensible ;

4° Avec la boussole, une erreur commise dans la détermination d'un angle se reconnaît immédiatement ; elle ne se reporte pas d'une station à l'autre, et la construction graphique comporte de nombreux moyens de vérification.

La planchette n'offre pas ces avantages au même degré : si, par exemple, un polygone ne ferme pas, il faut se livrer à des recherches, à des opérations nouvelles, qui prennent du temps, sans que l'on ait la certitude d'arriver au résultat désiré ;

5° L'emploi de la planchette demande plus de mesurages que celui de la boussole, surtout dans le lever des détails ; le grand nombre de visées qui en résulte peut amener la confusion dans les lignes de la carte-minute ;

6° A la rigueur, le lever à la planchette peut se passer du cahier spécial qui est nécessaire dans un lever à la boussole; mais, d'un autre côté, l'inscription du registre ne ralentit le travail qu'en apparence ; en effet, on trouve, dans ces opérations préliminaires, certaines garanties d'exactitude qui donnent de la sûreté au travail ; or, nous l'avons dit, travailler dans ces conditions, c'est indirectement le meilleur moyen d'accélérer la besogne. La tenue d'un registre procure encore l'avantage, dans le cas où la ***minute*** viendrait à se perdre, de permettre la recon-

struction d'une grande partie du lever sans devoir recommencer les opérations ;

7° Les angles fournis par la planchette ne sont pas connus numériquement. Quand on veut, par exemple, déterminer un point par le calcul, il faut rechercher la valeur des angles au moyen du rapporteur, ce qui entraîne inévitablement des erreurs ;

8° Le lever des pays couverts ou très accidentés exige une grande quantité de stations ; or, ces nombreuses stations, si l'on opère à la planchette, prennent beaucoup de temps et multiplient les erreurs en les transmettant ;

9° L'usage de la planchette devient impossible par les temps humides, par le grand vent, sur le bord de la mer, dans les contrées marécageuses où l'air est toujours chargé de vapeurs (1). Au contraire, en opérant à la boussole, si l'état de l'atmosphère ne permet pas de dessiner la minute sur le terrain, on a la ressource des *croquis*, et il n'en résulte aucune perte de temps.

§ 6. LEVERS DES PLANS AU GRAPHOMÈTRE, AU SEXTANT, ETC.

361. — *Préparatifs*. — Les dispositions préparatoires dont nous avons parlé au n° 343 peuvent s'appliquer ici dans la plupart de leurs détails.

Il faut donc procéder d'abord à la reconnaissance du terrain à lever, arrêter, à vue, la distribution des polygones et des traverses, les numéroter, etc. ; construire l'échelle et déterminer son approximation (n° 41) ; préparer le registre de repèrement qui comprend, en général, sept colonnes : les trois premières pour les angles observés, lus, corrigés ; les deux suivantes pour la désignation des distances et leurs longueurs ; enfin une colonne d'observations dans laquelle on renseigne l'erreur de collimation, le repèrement des points de station, etc. ; manœuvrer, vérifier et rectifier l'instrument dont on va se servir ; déterminer la fraction que donne son vernier, le sens du numérotage de celui-ci par rapport au limbe, etc., etc. (voir n° 343).

Ces préparatifs terminés, on peut procéder au lever par cheminement, recoupement, intersections, rayonnement.

(1) L'humidité gonfle et endommage le papier, ce qui rend le travail défectueux.

Nous savons déjà ce que l'on entend par ces méthodes; nous les avons étudiées et comparées précédemment; nous nous bornerons ici à résoudre certaines questions de nature à montrer quand on devra employer une méthode plutôt que l'autre.

Levers au goniomètre pur (1).

362. — *On donne sur la carte deux points a et b représentant les points A et B du terrain, fixer, sur le plan, un point C visible de A et B.*

Placer l'instrument en station au point A (fig. 234); amener le plan de collimation de l'alidade fixe sur AB, celui de l'alidade mobile sur AC; lire l'angle et le construire sur le papier en *bam*; transporter l'instrument en B; opérer comme en A et construire en *b* l'angle *abn* = ABC réduit à l'horizon.

Le point *c* devant se trouver à la fois sur les deux droites *am* et *bn* est à leur intersection.

Le point *c* représente bien C, puisque les triangles ABC et *abc* sont semblables.

Cette manière de déterminer la position d'un point est dite *par intersections*; elle est, on vient de le voir, très expéditive, et permet de fixer sur la carte autant de points qu'on voudra, accessibles ou non; toutefois, pour l'employer avec confiance, il ne faut pas que les angles à relever soient trop aigus ou trop obtus; ils doivent varier entre 30 et 60°; autant que possible.

363. — *On donne la base AB sur le papier ; le point B est inaccessible, déterminer le point* C, *en supposant qu'on ne puisse chaîner la ligne AC* (fig. 235).

Stationner en A; viser le point B avec l'alidade fixe et le point C avec l'alidade mobile; lire l'angle et le construire en *bam*; se transporter en C; déterminer l'angle ACB et, par le point *b*, conduire, sur le papier, une droite faisant avec *am* l'angle *acb* = ACB : le point *c* est le point demandé, puisque le triangle *acb* est semblable à ACB.

Cette construction fait partie de la méthode *de recoupement*; elle exige également un angle compris dans les limites que nous venons d'indiquer.

(1) C'est-à-dire sans employer ni mire ni chaîne.

364. — *Les deux points A et B, donnés sur la carte, sont inaccessibles; fixer le point* C *sur le plan sachant qu'il est abordable et que l'on peut circuler entre A et B* (fig. 236).

Chercher un point D sur l'alignement AB, s'y établir et déterminer l'angle BDC; construire, sur le papier, en un point *d'* quelconque de *ab*, l'angle *bd'c'* = BDC ; transporter l'instrument en C; relever les angles ACD et DCB, et mener par *a* et *b* des droites faisant avec *d'c'* des angles respectivement égaux à ACD et DCB : le point de rencontre *c* de ces deux lignes sera la position cherchée de C, puisque les triangles ACB et *abc* sont semblables.

Si l'on voulait obtenir le point D sur la carte, il suffirait évidemment de mener par *c* une parallèle à *c'd'*.

365. — *Supposons enfin que la base* AB *soit complètement inaccessible, et qu'il faille fixer sur la carte un point* C *abordable* (fig. 237).

Choisir un point accessible D, d'où l'on puisse apercevoir A, B et C; dans ces conditions, le problème est changé et l'on peut aisément, par la méthode des intersections, construire à part un quadrilatère *a'b'd'c'* exactement semblable au polygone ABDC ; dès lors, il ne reste plus qu'à tracer sur *ab* un polygone *abdc* semblable à *a'b'd'c'* pour avoir le point *c* et même le point *d*. Si le point à déterminer C est lui-même inabordable, il suffit de choisir deux points accessibles au lieu d'un, et la solution devient très simple.

Levers au goniomètre et à la chaîne.

366.—Admettons maintenant qu'on puisse utiliser la chaîne, et proposons-nous de résoudre les questions suivantes :

On donne une base par sa direction et l'un de ses points A, *déterminer un point quelconque* X *accessible* (fig. 238).

Relever l'angle A et le construire sur le papier en *a* ; chaîner la distance horizontale AX et la porter, réduite à l'échelle du dessin, de *a* en *x*.

Cette manière de faire, sûre mais laborieuse, constitue la méthode *par cheminement*.

367. — *On donne une base par sa direction et l'un de ses points qui est inaccessible ; déterminer un point* X *accessible* (fig. 239).

Choisir un point B quelconque sur la base ; relever l'angle ABX et le construire en un point quelconque de la base, b', par exemple ; transporter l'instrument en X et déterminer l'angle AXB ; mener par le point a une droite faisant avec $b'x'$ l'angle anb' = AXB ; chaîner la distance horizontale BX, la réduire à l'échelle du dessin et la porter de b' en x'' ; tracer par x'' une parallèle à ab pour obtenir x.

Ces constructions se justifient trop facilement pour nous y arrêter : le point x représente bien le point cherché X, puisque les deux triangles AXB et axb sont semblables et que $xb = x''b'$, c'est-à-dire BX réduit à l'échelle du dessin. Cette construction donne en même temps le point b.

Remarquons, en passant, que cet exemple participe à la fois des méthodes par cheminement et par recoupement.

368. — *La base est donnée par deux points* A *et* B *dont l'un,* B, *est inaccessible; déterminer un point* X *inabordable* (fig. 240).

Choisir un point M, sur le prolongement de XB, de telle sorte qu'on puisse mener facilement AM ; fixer le point M, sur le papier, par les procédés que nous connaissons ; stationner en M et construire sur la carte l'angle amb = AMB : la droite mb sera un premier lieu géométrique du point x. Pour en avoir un second, il suffira de relever l'angle BAX avant de quitter le point A, et de le construire en bax.

Il est évident qu'il faut ici, comme toujours, choisir les points auxiliaires, de façon à avoir des angles dans les limites convenables, afin que les intersections soient bien nettes.

369. — *On ne peut stationner en aucun des points A et B, mais le point A est abordable; fixer sur la carte un point C où l'on peut stationner* (fig. 241).

Transporter l'instrument en C; relever l'angle ACB; construire sur ab un segment capable de cet angle ; mesurer la distance horizontale AC et, avec cette distance réduite à l'échelle du dessin, tracer du point a comme centre un arc de cercle dont l'intersection avec l'arc du segment capable, fournira le point c. En effet, le triangle acb est semblable à ACB et l'on a ac = AC réduit à l'échelle.

Il est à remarquer que si l'angle C est aigu, il faut que ac soit moindre que ab pour que le problème soit déterminé ; en effet, si au lieu de ac, nous avions obtenu am, qui doit dans tous les cas être plus petit que le diamètre du cercle abc, l'arc de cercle

décrit du point *a* aurait fourni deux points *m* et *n*, partant deux solutions.

Lorsque C est obtus, *ac* est toujours plus petit que *ab*, et il ne peut y avoir indétermination.

370. — *Observation générale.* — Comme on vient de le voir, la solution des problèmes que nous venons d'examiner dépend toujours des conditions de similitude des triangles.

En général, toutes ces questions présentent plusieurs solutions qui s'offrent, avec un peu d'habitude, très rapidement à l'esprit; ainsi, pour ne parler que de la dernière, si l'on voulait éviter la construction du segment capable, il suffirait de choisir sur la direction AB un point M abordable (fig. 241), de mesurer AM et de tracer *amc* = AMC pour avoir un premier lieu géométrique de *c* : en prenant *mc* = MC réduit à l'échelle, le problème serait résolu.

371. — *Lever par rayonnement.* — Il existe, pour exécuter un *lever au goniomètre et à la chaîne*, un quatrième moyen qui consiste à stationner en un point central R, d'où l'on peut voir tous les sommets du polygone à lever (fig. 242), à déterminer tous les angles ARB, BRC, etc., à mesurer les distances RA, RB, etc. et construire sur la carte, à l'aide de ces données, un polygone *abcdef* semblable à celui du terrain.

Remarquons que cette méthode ne constitue pas un procédé particulier; elle participe des précédentes, puisqu'il faut *cheminer* vers tous les sommets du polygone à lever pour mesurer les distances.

Ce procédé, quoique très rapide, n'est guère employé qu'au lever des détails, parce que, comme nous l'avons déjà dit, il part du centre vers le polygone, ce qui augmente les chances d'erreurs, empêche de constater celles-ci, ne permet aucune vérification et exige un terrain absolument découvert.

Observation générale.— Opérer avec exactitude est toujours, en topographie, le moyen le plus sûr et le plus court d'arriver à la promptitude désirable. Des erreurs, si légères qu'elles soient, finissent par s'accumuler, produisent la confusion et finalement obligent à refaire le travail.

Il est donc de stricte obligation de rechercher avec soin toutes les vérifications possibles et de corriger toute faute, erreur ou omission, quels que soient le temps et les peines qu'il en coûte, quels que soient les instruments et les méthodes employés.

Problèmes au goniomètre pur.

372. — *Déterminer la longueur d'une droite AB, qu'on ne peut chaîner.*

1° *Les extrémités de la droite sont accessibles* (fig. 249).

Lever une ligne polygonale, la plus simple possible, aboutissant à A et B; on obtient ainsi, sur le papier, deux points *a* et *b*; en présentant, à l'aide du compas, la grandeur *ab* à l'échelle du dessin, on lit la longueur demandée.

2° *Une des extrémités seulement est accessible* (fig. 243).

Soit AB la distance à mesurer: lever la ligne polygonale ACDE; choisir D et E de façon à fixer facilement B sur le papier; construire, sur le plan, le polygone *acdeb*, et prendre à l'échelle la valeur de la ligne *ab*.

Si le point C permettait de voir les points A et B, il suffirait évidemment de lever le triangle ABC pour résoudre le problème; mais présentée comme ci-dessus, la question permet de déterminer la distance d'un point A à un point B inabordable, caché par des constructions ou par tout autre obstacle.

3° *Les deux extrémités de la droite AB sont inaccessibles.*

Construire une ligne polygonale, la plus simple possible, telle que les points A et B soient vus chacun des deux extrémités de cette ligne polygonale; rattacher à celle-ci les points A et B; les projeter sur le papier et lire *ab* à l'échelle.

La solution la plus simple se présente lorsqu'on peut lever deux points de chacun desquels on aperçoit immédiatement A et B.

373. — *On a sondé plusieurs points S, S', S'' d'une rivière, les relever sur la carte* (fig. 245).

Rapporter les points inconnus à d'autres tels que A, B, C, bien connus sur la carte et sur le terrain; observer de chaque point sondé les angles ASB, ASC, BSC, etc., et achever de résoudre la question au moyen du compas et de la règle.

Remarque I. — L'instrument le plus propre à ce genre d'opérations est évidemment le sextant, car il serait difficile, dans une nacelle, de mettre en station un instrument à trépied.

Remarque II. — Nous avons jusqu'ici évité les calculs trigonométriques, parce que nous pensons que dans des problèmes d'observation, il en faut le moins possible; toutefois, comme

nous venons d'aborder un genre de questions qui nécessite souvent la détermination d'un point au moyen des segments capables, nous allons en développer les calculs.

374. — *Exposition des calculs relatifs à la détermination d'un point par deux segments capables.*

Soit M (fig. 244), un point à déterminer par deux segments capables.

Dans le triangle ABM, on a :

$\frac{BM}{a} = \frac{sin.\ x}{sin.\ \alpha}$, d'où $BM = \frac{a\ sin.\ x}{sin.\ \alpha}$; de même le triangle BCM fournit : $BM = \frac{b\ sin.\ y}{sin.\ \beta}$, donc $\frac{b\,sin.\ y}{sin.\ \beta} = \frac{a\ sin.\ x}{sin.\ \alpha}$;

ou bien : $\frac{sin.\ x}{sin.\ y} = \frac{b\ sin.\ \alpha}{a\ sin.\ \beta}$, et en posant $\frac{b\ sin\ \alpha}{a\ sin.\ \beta} = tg\ \varphi$,

il vient : $\frac{sin.\ x}{sin.\ y} = \frac{tg\ \varphi}{1}$, d'où il est facile de déduire :

$\frac{sin.\ x - sin.\ y}{sin.\ x + sin.\ y} = \frac{tg\ \varphi - 1}{tg\ \varphi + 1}$, et comme $1 = tg\ 45°$, on peut encore écrire : $\frac{sin.\ x - sin.\ y}{sin\ x + sin\ y} = \frac{tg\ \varphi - tg\ 45°}{1 + tg\ \varphi \times tg\ 45°} = tg\ (\varphi - 45°)$.

D'autre part, on démontre en trigonométrie que

$$\frac{sin.\ x - sin.\ y}{sin.\ x + sin.\ y} = \frac{tg\ \frac{1}{2}\ (x - y)}{tg\ \frac{1}{2}\ (x + y)};\ (1)$$

$$\text{donc } tg\ (\varphi - 45°) = \frac{tg\ \frac{1}{2}\ (x - y)}{tg\ \frac{1}{2}\ (x + y)};$$

ou bien $tg\ \frac{1}{2}\ (x - y) = tg\ (\varphi - 45°) \times tg\ \frac{1}{2}\ (x + y)$ (a).

(1) Cette formule se trouve à l'aide des relations suivantes :

(m) $sin.\ (a + b) = sin.\ a\ cos.\ b + sin.\ b\ cos.\ a.$

(n) $sin.\ (a - b) = sin.\ a\ cos.\ b - sin.\ b\ cos.\ a.$

en ajoutant : $sin.\ (a + b) + sin.\ (a - b) = 2\ sin.\ a\ cos.\ b$. Si nous faisons maintenant $a + b = x$ et $a - b = y$, c'est-à-dire, $a = \frac{x + y}{2}$ et $b = \frac{x - y}{2}$, il vient : $sin.\ x + sin.\ y = 2\ sin.\ \frac{1}{2}\ (x + y)\ cos.\ \frac{1}{2}\ (x - y)$, et, en retranchant (n) de (m) : $sin.\ x - sin.\ y = 2\ sin.\ \frac{1}{2}\ (x - y)\ cos.\ \frac{1}{2}\ x + y$, d'où en divisant :

$$\frac{sin.\ x - sin.\ y}{sin.\ x + sin.\ y} = \frac{2\ sin.\ \frac{1}{2}\ (x - y)\ cos.\ \frac{1}{2}\ (x + y)}{2\ sin.\ \frac{1}{2}\ (x + y)\ cos.\ \frac{1}{2}\ (x + y)} = \frac{tg\ \frac{1}{2}\ (x - y)}{tg\ \frac{1}{2}\ (x + y)}.$$

Cette dernière égalité nous montre qu'il suffirait de connaitre $x + y$, pour déterminer $x - y$ et, partant, x et y.

Or la relation : $360° = x + B + y + \alpha + \beta$ donne immédiatement $x + y = 360° - (B + \alpha + \beta)$ en fonction de quantités connues.

Remarque I. — Il y aurait indétermination si les quatre points A, B, C, M, étaient sur une même circonférence; en effet, si nous remontons aux égalités ci-dessus nous trouvons $\frac{\sin. x}{\sin. y} = \frac{b \sin. \alpha}{a \sin. \beta} = tg\ \varphi$; or, dans le cas particulier qui nous occupe, $x = 180° - y$, c'est-à-dire que $\sin. x = \sin. y$, d'où $tg\ \varphi = 1$, ou bien $\varphi = 45°$. Pour la même raison, $1/2\ (x + y) = 90°$.

En substituant ces déductions dans l'équation (a), il vient :

$$tg.\ 1/2\ (x - y) = 0 \times \infty = 0 \times \frac{A}{0} = \frac{0}{0}. \text{ C. Q. F. D.}$$

Remarque II. — Ces calculs fournissent la solution du problème suivant: *Etant donnés trois points inaccessibles, en déterminer un quatrième où l'on peut stationner.*

375. — *Trouver la plus courte distance d'un point C à une droite donnée AB.*

Les extrémités de la droite et le point lui-même pouvant être accessibles ou non, le problème présentera six cas distincts; quels qu'ils soient, on opérera comme suit :

Tracer, à l'aide des procédés que nous venons d'indiquer, la droite AB et le point C sur le papier, en *ab* et en *c* ; présenter ensuite à l'échelle du plan la perpendiculaire abaissée de *c* sur *ab*.

Ces opérations donnent, en outre, la distance des points A et B au pied de la perpendiculaire abaissée de C sur AB.

Problèmes réciproques au goniomètre et à la chaîne.

376. — *Etant donné un point sur la carte, trouver sur le errain le point qu'il représente.*

Choisir sur la carte deux points A et B (fig. 246), parfaitement connus sur le terrain et dont l'un, B par exemple, permet de voir le point X à déterminer; mesurer, à l'aide du rapporteur, l'angle *abx* ; établir l'instrument en B ; amener l'ali-

dade mobile à accuser l'angle *abx* ; faire coïncider le plan de collimation de l'alidade fixe avec le plan vertical AB et placer un jalon dans la direction indiquée par l'alidade mobile; en portant dans cette direction la valeur de *bx* prise à l'échelle, on obtient évidemment le point X du terrain.

Si, du point B, on ne voyait pas X, on suivrait une ligne polygonale jusqu'à ce qu'on arrive à un point d'où l'on aperçoive X.

Si l'on ne pouvait chaîner de B vers X, il faudrait trouver deux points d'où l'on peut découvrir X, et fixer ce dernier par intersection ; à cet effet, on jalonnerait, comme nous venons de le faire, les directions BX et CX et l'on déterminerait ensuite leur point d'intersection.

377. — *Etant donnée une droite sur la carte, la tracer sur le terrain.*

Il suffit évidemment de déterminer sur le terrain, par le problème précédent, deux points quelconques de la carte qui appartiennent à cette droite.

On peut encore procéder comme suit : prolonger la droite *m n* (fig. 247), donnée sur le plan, jusqu'à un alignement *ab* bien connu sur le terrain ; chaîner sur AB une longueur égale à la valeur de *ac* prise à l'échelle du dessin; construire au point C, ainsi déterminé, l'angle $\widehat{ACM} = acm$ et porter dans cette direction les valeurs *cm* et *mn*, pour avoir les points M et N.

378. — *Par un point donné C sur le terrain, conduire un alignement faisant un angle donné r avec une direction connue AB du terrain.*

Lever le plan ABC (fig. 248); construire sur le papier la ligne *cb* faisant avec *ab* l'angle *r* ; la droite *cb* étant connue sur la carte, le problème précédent nous permettra de la construire sur le terrain.

Remarque. — Des applications immédiates de ce problème et du précédent se présentent tous les jours dans le tracé des canaux, des routes, des clôtures, etc.

379. — *Déterminer sur le terrain l'alignement de deux points donnés A, B, invisibles l'un de l'autre.*

Réunir les deux points par une ligne polygonale ACDEB (fig. 249) ; construire *acdeb* par les moyens connus, puis tracer la ligne *ab*.

S'il est permis de stationner en A, on relèvera l'angle *cab*, à l'aide du rapporteur; le goniomètre ouvert sous cet angle servira à tracer l'alignement AB demandé.

Si A et B étaient inaccessibles, on construirait *dm* sur le papier, et on fixerait, par les procédés connus, le point M du terrain.

Remarque. — Les solutions que nous venons d'indiquer sont surtout utiles pour tracer des chemins et des sentiers à travers bois.

380. — *Prolonger un alignement au delà d'un obstacle bornant la vue* (fig. 250).

La solution consiste à contourner l'obstacle à l'aide d'une ligne polygonale venant finalement couper l'alignement au delà de l'obstacle.

Après avoir levé le plan *mabcdef*, on détermine le point de rencontre de *ma* prolongé et de *cg*; on obtient ainsi un point *f*, que l'on fixe en F sur le terrain; si l'on peut stationner en F, il suffit de placer le goniomètre sous l'angle *efn* pour jalonner immédiatement le prolongement de MA.

Si le point F est inaccessible, on en cherche un autre par le même procédé.

CHAPITRE V

Dessin de la planimétrie.

---

§ I. GÉNÉRALITÉS.

381. — Les levers réguliers doivent être clairs et avoir une précision géométrique. On a vu dans les chapitres précédents qu'en faisant usage de certaines méthodes, en opérant avec ordre et d'une manière consciencieuse, on arrivait à la précision voulue. Quant à la clarté, on l'obtient par le *dessin topographique*, dont le but général est de faire ressortir les lignes essentielles du terrain, d'exprimer avec netteté ses formes ainsi que la nature des objets existant à sa surface.

Le dessin topographique comprend :

1°. — Le *dessin graphique*, le *lavis* et le *figuré du détail*, c'est-à-dire les conventions relatives aux signes et aux teintes servant à représenter les objets appartenant à la planimétrie du lever;

2° Le *figuré du relief*, c'est-à-dire les principes d'après lesquels on exprime les mouvements du terrain, ses pentes, ses accidents, en un mot, son relief. Ces principes seront étudiés avec tout le soin qu'ils comportent dans un chapitre spécial du tome II.

Il ne sera question ici que du dessin graphique, du lavis et du figuré du détail. Nous en résumons les règles d'après l'excellent *Traité de dessin topographique* du capitaine Maréchalle, professeur à l'École militaire et à l'École de guerre, ainsi que d'après le très pratique *Manuel du Conducteur des ponts et chaussées*, de l'ingénieur en chef E. Endrès.

§ 2. DESSIN GRAPHIQUE.

382. — Les notions qui vont suivre ont pour objet de donner la clef des procédés généraux du dessin graphique, en montrant comment s'y prennent le plus commodément les dessinateurs. Mais ces notions, si utiles qu'elles soient, ne sauraient suppléer la pratique, qu'on ne l'oublie pas, et n'ont point pour but d'enseigner le dessin.

Les principaux instruments dont l'emploi est nécessaire pour dessiner sont : la *règle*, l'*équerre*, le *compas*, le *rapporteur* et le *double-décimètre*. Les quatre premiers ont été décrits et étudiés complètement dans les chapitres II et III du livre II.

Quant au *double-décimètre*, il n'est autre chose qu'une petite *règle*, à section triangulaire, divisée en millimètres sur une face, et en demi-millimètres sur l'autre.

383. — Les opérations graphiques d'un lever exigent une grande précision d'exécution : elles s'ébauchent au crayon et se tracent ensuite avec le *tire-ligne*.

Le choix d'un bon crayon n'est pas indifférent : trop tendre, il s'émousse promptement et donne un trait peu net qui laisse les intersections indécises; trop dur, il coupe le papier et résiste au frottement de la *gomme-élastique*.

Les crayons sont généralement classés par numéros crois-

sants depuis le n° 0, qui désigne le plus tendre, jusqu'au n° 4, qui correspond au plus dur.

Les crayons *Conté* sont les plus estimés; viennent ensuite indifféremment les *Gilbert*, les *Walter* et les *Faber*.

Le *tire-ligne*, comme son nom l'indique, sert à tirer à l'encre les traits du dessin.

Cet instrument se compose de deux lames d'acier terminées en pointe arrondie, soudées à leur partie supérieure et pouvant se rapprocher en forme de bec de plume, lorsqu'on serre une vis qui traverse les lames en leur milieu (fig. 251).

L'encre employée pour tracer un dessin est l'*encre de Chine*, que l'on délaye dans un *godet* contenant quelques gouttes d'eau. Avant d'en imbiber le tire-ligne, il convient d'humecter légèrement celui-ci, afin de favoriser l'ascension de l'encre le long des lames mouillées. On aura soin d'essuyer la surface extérieure des lames du tire-ligne, quand il est chargé et avant de tracer, afin d'éviter que l'encre ne s'attache à la règle et ne souille le papier.

L'encre de Chine s'épaississant très vite sous l'effet de l'évaporation, et perdant alors la fluidité nécessaire à son bon emploi, on tiendra le godet constamment couvert.

Le maniement du tire-ligne doit se faire avec légèreté et lenteur : en appuyant trop, on coupe le papier; en traçant trop vite, l'encre n'a pas le temps de sortir du tire-ligne et le trait présente des interruptions.

Le tracé doit se faire bien perpendiculairement au papier, afin d'avoir des traits ayant partout la même épaisseur; c'est pour faciliter cette précaution que le *compas à tire-ligne* est articulé de manière à pouvoir toujours placer les lames perpendiculairement au papier.

384. — *Trait provisoire au crayon.* — Le trait au crayon sera gris, net et léger; on ne doit jamais le corriger en le forçant au noir : il faut, au contraire, l'effacer et le retracer légèrement. Aucune ligne inutile ne surchargera le papier. Le dessinateur arrêtera les traits au point où ils doivent prendre fin, sinon il fera disparaître à la gomme la partie excédante. Il aura soin de frotter légèrement pour ne pas attaquer le grain du papier, car, aux endroits où la gomme enlève des particules, le tracé à l'encre n'est jamais bien net.

On figure les *points* par l'impression, sur le papier, de la pointe

sèche du compas : le dessinateur habile fait des empreintes et non des piqûres ; trop grands, les points altèrent la précision et la beauté du dessin. Si la construction du lever nécessite une application fréquente du compas sur un même sommet, on interpose le *centre en corne*, sur lequel on peut sans crainte appuyer l'instrument.

Afin de rendre les sommets du canevas bien visibles, on les entoure généralement d'une petite circonférence de $0^m,001$ à $0^m,003$ de diamètre ; si plusieurs lignes viennent y converger, on les arrête au cercle afin de bien conserver la trace du centre.

385. — *Mise à l'encre.* — On ne saurait trop répéter que le dessin au crayon ne doit rien laisser d'incorrect ou d'incomplet, si l'on veut une bonne mise à l'encre. Il ne faut pas s'en rapporter au tire-ligne pour rectifier les droites mal tracées : au lieu de corriger un dessin, il en altère fréquemment l'exactitude.

Les conventions actuelles n'admettent plus d'ombres et exigent que tous les traits de la planimétrie soient de même grosseur ; toutefois, cette règle n'est pas absolue. On donne un trait de force à certains objets, notamment aux bâtiments, pour en rendre plus apparents les contours dégagés. Ce trait se place du côté où devrait être portée l'ombre, c'est-à-dire, *à droite et en dessous*, si l'on suppose que la lumière vienne de gauche à droite sous un angle 45° en plan comme en élévation.

Une bonne mise à l'encre s'effectue dans l'ordre suivant : 1° *ligne-fine* du cadre et *échelle* ; 2° toutes les lignes du *canevas* : polygone de base en *bistre*, traverses de la planimétrie en *violet*, traverses de nivellement en *bleu* ; 3° les *maçonneries* : villes, villages, maisons isolées, églises, châteaux, édifices, stations de chemins de fer, ponts, murs, moulins, chapelles, ermitages, croix, axe des chaussées, etc. (*carmin*) ; 4° les *constructions en bois* : maisons, moulins, ponts, croix, etc. (*bistre*); 5° contours des eaux : côtes, fleuves, rivières, ruisseaux, canaux, lacs, étangs, marais, etc. (*bleu*) ; 6° routes, chemins, sentiers, digues, chemins de fer (*encre noire*) : bien les raccorder aux points de jonction et de croisement ; dessiner les barrières, tourniquets, poteaux indicateurs, bornes kilométriques ; 7° chemins creux, chaussées, digues, berges, levées de terre, ravins, carrières, petits escarpements, montagnes, mamelons, etc. ;

8° agrégations de montagnes et de collines, masses de rochers, grands escarpements, etc. ; 9° initiales et limites des cultures (*encre de chine affaiblie*) ; 10° haies, arbres isolés, buissons, plantations le long des routes et des canaux (*encre verte*); 11° travail des jardins, vergers, bois, prairies, marais, vignes, etc.; 12° limites, écritures intérieures du plan, flèches d'orientation, flèches indiquant le cours des eaux.

§ 3. LAVIS.

386. — L'emploi du lavis a pour but d'ajouter à la clarté du dessin graphique et de mettre en relief les objets et leurs diverses parties.

Un lavis soigné doit se faire sur papier fort, *très bien collé*; cette condition est essentielle pour que la couleur ne pénètre pas dans le papier et n'y fasse tâche.

L'*encollage* fait avec de l'alun et de l'amidon dissous dans de l'eau ne peut suppléer que très imparfaitement à la qualité du papier.

Le *papier à calquer* se crispe sous l'action de l'humidité et est tout à fait impropre à recevoir un lavis.

Le *papier-toile*, dont l'usage se répand de plus en plus depuis quelques années, ne s'accommode pas non plus des teintes à grande eau. Toutefois, on obtient des teintes unies, pour les dessins qui ne demandent pas un grand fini, en appliquant le liquide *à l'envers de la feuille*, sauf à le tenir plus foncé que ne doit paraître la nuance, vue de l'autre côté.

387. — Les couleurs les plus usuelles, parce que toutes les autres en procèdent, sont : *l'encre de Chine*, le *carmin*, la *gomme-gutte* et *l'indigo*.

L'encre de Chine est la plus importante de ces couleurs ; il est essentiel, surtout lorsqu'on l'emploie en lavis, qu'elle soit de bonne qualité (1).

(1) Cette substance n'est autre chose que du noir de fumée dégraissé et incorporé avec une colle de gomme et de gélatine. Elle doit être très dure, à cassure luisante et d'un éclat métallique ; mouillée et frottée sur l'angle, elle doit y laisser une teinte d'un beau noir bien égal, séchant rapidement et présentant un reflet bronzé.

La *gomme-gutte* est un mélange naturel d'une gomme et d'une résine colorée. On en trouve partout de bonne qualité.

388. — Les *godets* en porcelaine doivent être préférés à ceux de faïence. Le creux doit être parfaitement uni, car la moindre saillie mord le bâton d'encre de Chine et en détache de petits fragments qui se délayent mal et rendent l'encre boueuse.

La base du godet doit être aussi large que le bord, afin d'obtenir toute la stabilité nécessaire pendant le broyage des couleurs et de rendre celui-ci plus égal, plus facile; on rejettera donc le godet à base plus étroite que la couronne supérieure.

389. — Un bon *pinceau* doit, lorsqu'on le mouille et qu'on forme sa pointe sur le bord du godet, présenter une extrémité nette, mais non aiguë et effilée, c'est-à-dire offrant assez de fermeté pour que l'opérateur puisse la diriger dans les contours resserrés.

Les pinceaux trop fins doivent être également rejetés, parce qu'ils ne permettent pas l'application de larges teintes.

390. — Pour préparer une feuille de papier à recevoir un lavis, on mouille à l'éponge le côté du papier le plus défectueux, puis on fixe, avec la colle à bouche, les quatre bords sur un fort *carton*, bien dressé. Le papier, que l'humidité a agrandi, se retire en séchant et reste tendu de manière à supporter tous les lavages extérieurs.

391. — Voici la méthode préconisée par M. Endrès pour l'application du lavis à l'encre de Chine :

Pour faire une bonne teinte d'encre de Chine, on broie de la couleur dans un godet parfaitement propre; on prend une petite quantité de ce noir que l'on étend dans la proportion d'eau nécessaire à l'intensité du ton que l'on cherche, et l'on fait passer cette teinte ainsi préparée dans un godet de papier à gros grains (1), avant de la verser définitivement dans celui qui doit servir à l'emploi

Il faut bien se garder surtout de broyer de nouveau de l'encre qui aurait séché dans un godet. Cette pratique, à peine supportable pour un dessin au trait, ne donnerait pour le lavis que

(1) Le passage de la teinte dans le godet de papier a pour objet de *dégraisser* l'encre en faisant adhérer au papier la plus grande partie du noir gras qui forme une couche terne à la surface de la teinte. On atteint plus sûrement le but encore, en garnissant le fond de ce godet d'un petit fragment d'éponge.

des teintes boueuses et ternes, inégales, dues à ce que la gélatine se détacherait par petites écailles non délayées.

Ayant en main deux pinceaux montés sur la même hampe, on les mouille tous les deux d'eau claire; on les appointe sur le bord du godet, et l'on en *charge* un seul en touchant obliquement la surface de la teinte liquide avec la pointe du pinceau, qui se gonfle par l'effet de la capillarité. On doit éviter de plonger le pinceau près du fond du godet, pour ne pas prendre les parties les plus lourdes qui sont déposées ou près de l'être.

Le pinceau étant ainsi chargé, on touche obliquement avec sa pointe un garde-main en papier à gros grains, en faisant tourner en même temps la hampe dans les doigts, de façon que le contour entier du pinceau roule sur le papier et achève d'y laisser les parties grasses qui font tache. Alors seulement le pinceau est prêt, et l'on peut étendre sur le papier une teinte bien pure.

Pour poser une teinte large et plate, il faut opérer le plus vite possible et, si l'on peut, à grands coups, le pinceau suffisamment gonflé passant rapidement sur toute la surface qui doit recevoir la teinte, et une seule fois sur chaque point.

Les coups de pinceau doivent être autant que possible parallèles et mener la teinte *de front*. Si l'on travaille sur une table ou un cadre inclinés, on commence par le haut, laissant un bourrelet liquide s'amonceler au bas de chaque bande horizontale formée par une série de coups de pinceau; puis la série suivante reprend ce bourrelet liquide pour le reformer plus bas, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on approche du bord inférieur de la teinte. Alors il est bon que le pinceau soit moins gonflé, pour qu'il ne se forme pas de bourrelet près du contour, ce qui obligerait à boire ce liquide excédant avec l'un des deux pinceaux humide, mais non gonflé.

Aussitôt qu'une teinte est posée, on n'y touche plus jusqu'à ce qu'elle soit complètement sèche, sous peine de donner lieu à autant de taches qu'on aura recouvert de parties encore imbibées d'eau.

Si le dessin n'exige qu'une simple teinte plate sans graduation, il convient de la faire d'une seule fois, plutôt qu'en superposant plusieurs teintes moins intenses, manœuvre qui occasionne une perte de temps, multiplie les chances d'insuccès et ne donne, en définitive, que des tons ternes.

Lorsque l'on a à présenter des teintes fondues et dégradées

pour faire tourner les reliefs, c'est par l'emploi successif du pinceau chargé et du pinceau simplement mouillé que l'on arrive à produire cet effet, qui sera facilité, du reste, si l'on a soin de tenir toujours le papier légèrement humecté, pour empêcher l'encre de sécher sur les bords du bourrelet liquide et d'accuser des contours intempestifs.

On obtient aussi de très bons effets de relief en superposant une série de teintes plates, en retraite, et en recouvrement les unes sur les autres, laissant entre elles une série de bandes d'égale teinte. Il est inutile de fondre les teintes, lors même qu'elles sont en petit nombre, et que la différence de ton entre deux bandes consécutives est bien sensible ; l'expérience prouve que les bandes d'égale teinte, pour peu qu'elles soient conformes à la vraie distribution de la lumière, ne gênent nullement l'œil du spectateur, et font au contraire mieux sentir le relief.

Les indications minutieuses qui précèdent montrent quel soin réclame l'exécution d'un lavis à l'encre de Chine. Les autres couleurs sont d'un emploi beaucoup plus facile; mais elles exigent néanmoins de grandes précautions et de l'exercice, si l'on veut réussir dans ce genre.

Les couleurs que nous avons indiquées (nº 387) sont les seules nécessaires, à la condition de les mélanger quelquefois entre elles pour former des teintes composées : le vert, par exemple, avec du bleu et du jaune. Dans ce cas, il faut se garder de broyer dans le même godet les deux pains des couleurs primitives ; on fait une teinte suffisamment forte de chacune d'elles dans des godets séparés, et l'on procède ensuite au mélange dans un autre vase, en mesurant les doses de chacune par la charge d'un pinceau destiné à cette manœuvre.

A cette occasion, nous dirons que les pinceaux employés pour étendre l'encre de Chine ne doivent jamais être affectés à d'autres couleurs ; car il est impossible de les nettoyer assez complètement pour les empêcher d'altérer les nuances.

§ 4. FIGURÉ DU DÉTAIL.

392. — *Signes topographiques imitatifs et conventionnels.* — Lorsque la projection ne décrit pas suffisamment l'objet, et afin d'éviter de nombreuses écritures qui ont l'inconvénient de

surcharger le dessin, on a recours aux *signes conventionnels* et aux *teintes*.

Le même signe exprime toujours des objets de même nature, sauf quelques modifications de détail.

L'espace consacré sur le plan à chaque objet variant avec l'échelle, il faut, lorsque celle-ci est petite, simplifier les signes, mais en les faisant toujours dériver de la forme primitive.

Les signes adoptés sont à peu près identiques pour les cartes officielles des différents pays de l'Europe.

(*Voir* les figures 252. . . 325 Pl. XXII à XXV).

393. — **Conventions pour les cartes militaires, levers de champs de bataille, etc.** (fig. 326 . . . 340 Pl. XXVI.)

Couleurs employées pour distinguer les différentes nations :

Belges	Rouge, jaune et noir.
Français.	Carmin, blanc et bleu de cobalt.
Russes	Noir et vert.
Prussiens	Noir et bleu de cobalt.
Autrichiens.	Noir et jaune indien.
Danois	Bleu de cobalt et gomme-gutte.
Hollandais	Orangé et bleu de cobalt.
Portugais	Jaune indien et carmin.
Espagnols	Vermillon.
Anglais	Minium.
Turcs	Vert émeraude.
Suédois.	Jaune indien.
Grecs	Blanc et carmin.
Suisses	Vert pré.
Bavarois	Bleu de Prusse.

394. — A des échelles $<$ 1/20000, on ne fractionne pas les corps ; il n'est employé qu'un signe pour chaque régiment.

Toute armée est distinguée, dans chacune de ses positions, par la couleur qui lui est propre.

On différencie les positions successivement prises le jour de la bataille, par la division des rectangles et par l'intensité croissantes des teintes. En général, les signes relatifs à d'anciennes positions sont simplement *ponctués*. On dessine des *étendards* sur le front des escadrons et des *drapeaux* sur le front des bataillons ; la hampe des étendards est plus longue que celle

des drapeaux, et leur bannière se dessine autrement : on les tourne à gauche quand il s'agit de troupes ennemies, à droite pour les troupes amies.

Nous donnons (fig. 326....340) les signes à employer pour les troupes belges. On peut aussi en faire usage pour les troupes étrangères, si toutefois celles-ci sont distinguées par une couleur; on teintera les triangles supérieurs pour une deuxième position de combat, les cases extrêmes du rectangle pour une troisième position, etc.

Fortifications.

395. — (*Voir* les figures 301 à 305, Pl. XXIII).

396. — *Etablissements militaires.* — (*Voir* les figures 341 à 343. Pl. XXVI).

Teintes topographiques imitatives et conventionnelles.

397. — Le *dessin des signes conventionnels* exige un temps énorme et parfois il noircit tellement la carte qu'il rend difficile l'indication et la lecture du relief du terrain ; le *lavis,* au contraire, est *expéditif et transparent.*

Les principales teintes admises dans le lavis des plans topographiques sont désignées ci-après :

Terres labourées. — Lorsque le temps fait défaut, on laisse en blanc tout ce qui est labouré et l'on supprime les *limites des cultures.* Quand, au contraire, le temps ne doit pas entrer en ligne de compte, et que l'on exécute un dessin soigné et complet, on couvre les champs d'une teinte plate ou sillonnée de *nankin-léger* = gomme-gutte 3 parties + carmin 1 + eau 8.

Bruyères. — Panaché de vert léger et de carmin faible, employés avec deux pinceaux successivement.

Friches. — Panaché de vert pistache et d'orangé pâle ; ces deux tons, employés avec deux pinceaux successivement, ne doivent être mêlés que par leurs extrémités.

Broussailles. — Comme les bruyères, mais en remplaçant le carmin par le jaune-paille. On employera deux pinceaux successivement.

Houblons. — Teinte plate violette panachée avec le vert de prairie.

Prairies. — Bleu et gomme-gutte ; le bleu domine.

Vergers. — Moins vert que celui des prés.

Bois. — Bleu et gomme-gutte; le jaune domine. On peut relever tout le périmètre par un liseré vert.

Jardins potagers. — Par des lignes vertes interrompues, très fines, distribuées en carrés et en rectangles que l'on couvre, en les disposant en *damier*, de faibles teintes (plates ou sillonnées) de *terres labourées* et de *prés*. On y ajoute ensuite les haies et les arbres.

Des arbres sont souvent placés au centre et dans les angles des carrés ou des rectangles, bien que, dans la réalité, il n'y en ait pas; c'est une convention qui embellit le plan et le rend plus expressif.

Les *bois pochés, feuillés* ou *lavés à l'effet* permettent d'exprimer les clairières et les fourrés. *Tracer soigneusement les routes* et les conserver irréprochablement blanches et nettes; sur toutes les surfaces boisées, appliquer, comme fond, une *teinte neutre* très claire (indigo + un peu de carmin), et, sur cette première teinte bien séchée, des panachés de broussailles, de bruyères et de feuilles-mortes. Ensuite, au moyen d'un pinceau presque sec et avec tons verts jaunâtres : 1° ébaucher légèrement les arbres à plat; 2° avec les mêmes tons un peu renforcés, retoucher vers le bas et à droite la moitié de chacune de leur projection; 3° à l'aide des tons du 2° encore renforcés, accentuer la plus grande ombre dans chaque arbre. Indiquer les ombres portées avec du violet ou de l'encre pâle, mêlée ou non d'un peu de bleu. (Les ombres portées font 45° avec la base du plan.) Enfin, se servir d'une plume ou d'un pinceau et des teintes du 2°, pour intercaler de petits arbres entre les grands.

Les *taillis*, les *jeunes plantations*, les *broussailles*, etc., se traitent ou peuvent se traiter de la même manière, mais on varie la forme et la disposition des groupes d'arbres. Pour une haute-futaie, les touffes étant larges et serrées, on ne laisse voir que de faibles parties de la teinte de fond. Pour un taillis, les touffes sont beaucoup plus petites et les parties claires plus abondantes.

Sapins. — Les touffes, d'un vert noir, ont une forme étoilée.

Aunaies. — Dans le lavis à effet, les aunaies diffèrent des broussailles par la teinte de pré qui occupe tout le fond et par le bleu qui domine dans les touffes.

Pour les parties marécageuses, voir *terrains humides, marais.*

Arbres isolés. — Si l'échelle est assez grande, ils sont figurés par un *feuillé :* à cet effet, dessiner au crayon ou au pinceau la projection de la tête de l'arbre et la teinter entièrement en jaune verdâtre ; retoucher en vert plus foncé du côté de l'ombre, puis revenir sur cette partie avec du vert plus intense encore. Dans le cas de lumière oblique, l'ombre fait 45° avec la base du plan et indique, autant que possible, la forme de l'arbre; cette ombre doit être violacée, claire et détachée entièrement de la projection de l'objet, afin de lui donner plus de relief.

A une petite échelle, on dessine et l'on teinte en vert foncé les petits ronds qui représentent les arbres isolés; si l'échelle est très petite, on se borne à faire des points verts.

Haies. — Les dessiner en vert, les couvrir d'un liseré de même couleur ; remplir de vert foncé les petits ronds qui indiquent les troncs principaux. Les haies, sur un plan à grande échelle, sont traitées comme les arbres : le côte frappé par la lumière est d'un vert clair et brillant et le côté opposé, d'un vert foncé, avec des retouches plus vigoureuses; les ombres portées sont faites, s'il y a lieu, à l'encre de Chine.

Carrières, marbrières. — On en trace le contour légèrement au crayon, puis en employant le pinceau, soit avec de l'encre de Chine pâle, soit avec un *mélange de carmin et de bleu* (teinte neutre). On exprime les ombres, les lits, les cassures, etc., comme la nature les présente et en se servant toujours de la même teinte.

Rochers. — 1° *Teinte plate conventionnelle* en terre de Sienne ;

2° *Rochers lavés à effet.* — Avant le lavis, esquisser le trait des masses légèrement et très simplement (au crayon ou au pinceau), en donnant du corps aux diverses parties, selon les règles du dessin pittoresque. Le relief des rochers doit être facile à saisir; la disposition du trait indiquera la composition par stries, par couches ou par blocs;

3° *Rochers gris.* — Arrêter les masses au trait; poser une teinte de fond très pâle (encre de Chine pure ou mêlée d'un peu de carmin et de bleu); rendre ce mélange de fond plus vigoureux et caractériser les parties élevées, enfoncées ou irrégulières; fortifier encore la teinte en revenant sur les ombres qui doivent, sans jamais perdre leur transparence, être d'autant plus foncées qu'elles reçoivent moins de lumière; achever, par des retouches,

d'exprimer les veines, les ravins, les blocs fortement en saillie, etc. On pourra rendre par le blanc du papier les arêtes et les parties les plus éclairées.

Encaissements des routes, glacis, talus, rampes, berges, levées, etc. — *Si l'échelle est suffisamment grande* (> 1/10,000), on peut employer le pinceau, au lieu des hachures à la plume, pour exprimer ces détails. Il suffit d'adoucir un léger liseré d'encre de Chine, du haut vers le bas du talus, de laisser bien sécher, puis d'appliquer sur le tout, pour exprimer l'herbe qui couvre ordinairement les détails énumérés ci-dessus, la teinte verte de prairie. S'il y a des parties différemment inclinées, on le fait sentir en posant de nouvelles couches convenablement adoucies.

Eaux douces : lacs, rivières, fleuves, canaux, etc. — *Bleu* 1 + eau 18 à 20. Teinte pure, transparente, renforcée sur les bords. On relève chaque rive par un trait bleu foncé. Si l'échelle est assez grande pour qu'on puisse indiquer, par un travail détaillé, l'escarpement des berges, les rochers ou la pente du bord, on peut se dispenser de forcer le trait le long des rives.

Étangs. — Ils se préparent comme les rivières, mais au lieu de les *filer,* on les finit, en les ondulant, au moyen de touches horizontales en bleu, faites sur les teintes plates et adoucies prescrites pour les eaux en général.

Mares, fossés bourbeux. — Comme les étangs ; on salit la teinte en y mêlant un peu de sépia.

Roseaux. — Le vert des roseaux est le plus foncé des verts topographiques.

Parties humides dans les cultures. — Les indiquer par des touches horizontales de bleu léger et d'encre de Chine, posées à pinceau presque sec.

Mers. — *Bleu verdâtre* = bleu 1 + gomme-gutte 1/2 + eau 20 à 24. On relève la côte par un adouci de la même teinte, large de $0^m,01$, appliqué à 1^{mm} du bord. Pour imiter les vagues, on fait avec le *vert d'eau* léger des sillons courts, tremblés, quelque peu courbes et cependant parallèles à la côte. On les diminue de force et on les écarte progressivement vers le large.

Marais. — *Panaché horizontal de vert de prairie et de bleu léger.* Les deux teintes doivent être contiguës sans être fondues l'une dans l'autre. Poser à plat une légère teinte bleue

sur toute l'étendue du marais, sans s'inquiéter des contours d'eau préalablement dessinés ; étendre une couche plate de vert de prairie sur les parties couvertes de verdure ; entourer les flaques ou ***blancs d'eau*** d'un adouci bleu ;

Terres humides. — 1° Teinte de terre sur laquelle on revient avec du bleu faible pour indiquer les parties humides, avant que la première teinte soit tout à fait sèche.

2° *Panaché horizontal de vert de prairie et de bleu,* retouché avec les mêmes couleurs. Les terres humides sont rarement exprimées sur les cartes. Elles ressemblent aux marais, seulement les séparations de terre et d'eau sont plus vagues et les eaux plus rares et moins grandes.

Inondations. — 1° Les détails inondés doivent être moins prononcés que le reste du plan. On les couvre d'une teinte plate de bleu léger, et l'on passe un adouci le long des bords comme pour les rivières et les étangs ; 2° ne mettre qu'un simple liseré de couleur d'eau sur les bords de l'inondation et l'adoucir vers l'intérieur.

Tourbières. — Excavations rectangulaires teintées en bleu léger. ***Étendre d'abord une couche bleue sur le tout*** (comme il a été recommandé pour les marais), puis appliquer le vert de prairie sur les parties couvertes de verdure. Le bleu léger ne sera nullement sensible sous la teinte verte.

Sables, bancs de sables, dunes. — Orangé = gomme-gutte 2 + carmin 3/4 + eau 16.

Galets. — Orangé des sables, plus un peu d'encre de Chine.

Plan de villes, maçonneries, bâtiments, édifices, etc. — ***Le carmin assez foncé*** est depuis longtemps consacré au lavis des bâtiments publics, des habitations privées et, en général, de toutes les constructions en maçonnerie. Un ***adouci de carmin*** indique les massifs des maisons qui n'ont pas été entièrement levés et qui restent, par conséquent, en partie indéterminés.

Maisons isolées, ilôts de maisons, édifices, etc. : teinte plate de carmin, brillante, solide et transparente, relevée, du côte de de l'ombre, par un trait de force bien ferme ou par un mince liseré de carmin foncé. ***A petite échelle, la teinte des maisons isolées doit être trois fois plus forte que celle des ilôts de maisons.*** En gravure et en dessin, on doit observer ce principe : ***encrer*** les maisons isolées, ***hacher*** les groupes.

Bâtiments, ponts, etc., ***en bois.*** — Teinte plate de bistre, de

sépia ou de ***brun,*** avec coups de force du côté de l'ombre. Les ***bâtiments publics*** en ***bois*** reçoivent une teinte de bistre deux fois plus intense que celle des maisons.

398. — ORDRE DANS LEQUEL ON PROCÈDE AU LAVIS DES TEINTES TOPOGRAPHIQUES. — Après avoir exprimé à la plume le relief du terrain, teinter : 1° montagnes ; 2° rochers, accidents de terrain; 3° terres labourées; 4° sables ; 5° eaux ; 6° vignes, houblons ; 7° prairies, marais, tourbières, vergers, etc. ; 8° bois, broussailles, bruyères, jardins, etc. ; 9° bâtiments en bois et en maçonnerie ; 10° divisions territoriales.

Il faut donc d'abord ombrer les montagnes et faire les rochers, placer le ton local ou préparatoire (teintes de fond) de chaque partie ; donner à chaque culture le degré de force et de fini qui lui est propre ; enfin, terminer par les teintes de carmin pur. En général, les teintes doivent être unies et transparentes. ***On nettoie tout le dessin,*** avant et après le lavis, au moyen de ***rognures de peau;*** frottées doucement sur le papier, elles enlèvent la poussière et les souillures, sans nuire au dessin et sans attaquer les parties teintées.

Cadre et écritures des dessins et lavis.

399. — Lorsqu'on a terminé un dessin ou un lavis, en suivant les principes exposés ci-dessus, il faut encore l'entourer d'un ***cadre*** ou bordure qui en rende l'aspect plus agréable à l'œil, et y placer les ***écritures*** qui complètent l'intelligence des objets représentés.

Le cadre se compose de deux filets parallèles, tracés rectangulairement avec la règle et le tire-ligne. L'un de ces filets est un simple trait ; l'autre, extérieur au premier, est épais d'un millimètre environ et s'obtient d'un seul jet par un espacement convenable des lames du tire-ligne ; les filets sont distants l'un de l'autre de toute l'épaisseur du second.

Les écritures forment le complément de tout dessin topographique : faites avec pureté et avec goût, elles font valoir le plan; elles le gâtent ou lui laissent peu de mérite, si elles sont incorrectes, irrégulières, inélégantes. Il faut acquérir l'habitude de faire la lettre vite et bien : pour cela, on dessine les alphabets au crayon, entre deux ou quatre lignes directrices, puis on les

repasse à l'encre de Chine très noire, en employant la plume fine et le tire-ligne. Les caractères les plus convenables et qui sont employés partout à l'intérieur et à l'extérieur des plans ou cartes, sont ceux de la typographie ou les *lettres* dites *moulées :*

Pour les mots,	la CAPITALE		DROITE,
			PENCHÉE;
	la romaine		droite,
			penchée;
	l'italique (toujours penchée).		
Pour les chiffres,	l'arabe	1, 2, 3, 4..	droit,
		1, 2, 3, 4..	*penché;*
	le romain	1, 2, 3, 4..	droit,
		1, 2, 3, 4..	*penché;*

On n'emploie jamais, pour les cartes soignées, les autres caractères d'écriture, tels que les caractères gothiques, les lettres de fantaisie dites lettres ornées, fleuronnées, etc.

400. *Principes à suivre pour l'écriture d'une carte.* — Les écritures s'exécutent après le lavis et avec d'autant plus de soin que l'on dispose de plus de temps. En les dessinant sur la carte, on ne perdra jamais de vue le terrain : rien n'en doit altérer la clarté; la lettre ne peut détruire le moindre détail du sol.

1° En général, *les écritures sont parallèles au bas du cadre;* parfois, on les dispose perpendiculairement à la méridienne, de l'ouest à l'est. Celles qui sont forcément obliques ou parallèles aux bords latéraux du cadre se placent de manière à être lues en tenant le côté droit du cadre en bas;

2° *Bien distribuer les noms* si l'on tient à l'aspect de la carte: ni trop près, ni trop loin les uns des autres; tracer d'abord des lignes au crayon, voir l'effet de l'ensemble, ne commencer à encrer que lorsqu'il est satisfaisant;

3° *Placer chaque nom près de l'objet qu'il indique :* il ne doit jamais pouvoir être appliqué à un autre, ni nuire à la netteté des détails;

4° Ecrire les noms des *villes, villages, bâtiments isolés*, etc., au nord-est de leur enceinte, sauf dans le cas où le nom ainsi placé couvrirait des détails essentiels. Les indications relatives aux *routes, chemins, sentiers* s'inscrivent en dehors de leur largeur, parallèlement à leurs sinuosités, dans le sens qui procure le plus de facilité quand on veut lire la carte. La désignation des

fontaines, flaques, marais, étangs, bois, prés, montagnes, parties de terrains remarquables se fait dans l'intérieur, si leur étendue le permet. Quant aux *fleuves, rivières, ruisseaux, canaux,* leurs noms s'écrivent dans le sens du courant et entre les deux bords lorsque la largeur le permet, sinon sur la rive. Pour les *routes* et les *cours d'eau* désignés par les lieux qu'ils joignent, on indique premièrement celui de ces lieux qui se trouve vers le commencement de la ligne d'écriture ;

5° La *hauteur des lettres* dépend des caractères employés, de la nature et de l'importance des objets nommés, et surtout de l'échelle : plus celle-ci est grande, plus les caractères peuvent être forts. Sur un dessin à petite échelle, où les détails se pressent, on doit, pour éviter la confusion et ne pas obscurcir ces détails, employer une écriture très fine ;

6° En topographie, *on ne sépare jamais les lettres d'un même mot* dans le but de l'étendre davantage, mais on peut espacer les mots entre eux. En géographie, les grands titres, les noms des océans, des mers, des états, des provinces, sont étendus sur toute la surface qu'ils désignent, et disposés en courbes plus ou moins prononcées au moyen du pistolet ;

7° Tous les noms doivent être d'une rigoureuse *exactitude orthographique* ;

8° N'employer les *majuscules* que dans les cas indiqués par la grammaire. Les mots en *capitales* ne prennent jamais de majuscules : toutes les lettres y ont même hauteur ; le nom de l'auteur du travail et quelquefois les noms les plus saillants de l'intérieur de la carte font exception à cette règle. La romaine droite ou penchée et l'italique ont pour majuscules des capitales droites ou penchées ayant un tiers de hauteur en plus ;

9° Pour écrire la carte, *commencer* par les noms les plus importants, ceux qui exigent les caractères les plus forts et qui ont le plus grand développement ; tracer deux ou quatre lignes parallèles indiquant la place et la hauteur de ces mots ; esquisser les lettres au crayon, en les espaçant convenablement ; passer ensuite aux noms moins saillants, et terminer par l'écriture italique, qu'il est facile de disposer dans les intervalles des grands mots ;

10° Si le titre comprend plusieurs lignes, aucune d'elles ne peut finir par un article, une préposition, un adverbe, etc., ni commencer par un adjectif dont le substantif serait à la ligne

précédente. L'intervalle entre le titre et le cadre sera égal à la hauteur des lettres.

Dans le tableau ci-dessous, les hauteurs des lettres sont données en décimillimètres ; les abréviations C. D., *P.*, r. d., *p.*, signifient CAPITALE DROITE, *PENCHÉE*, romaine droite, *penchée*.

	HAUTEURS 1/2000 1/5000	1/10000	1/20000	Caractères.
Abbayes	20	15	12	*r. p.*
Anses	30	25	20	r. d.
Aqueducs	20	18	12	r. d.
Arbres remarquables, auberges	15	10	10	*ital.*
Avenues	20	15	12	r. d.
Bacs	15	10	10	*ital.*
Baies	45	40	35	C. D.
Bancs de sable { grands.	35	25	20	r. d.
Bancs de sable { petits.	20	25	15	*r. p.*
Barrages, barrières, batardeaux, batteries.	15	10	10	*ital.*
Batailles	25	20	15	r. d.
Bois { grands	40	35	25	*C. P.*
Bois { petits	30	25	20	r. d.
Bornes	10	10	10	*ital.*
Bourgs	45	35	25	*C. P.*
Briqueteries	15	10	10	*ital.*
Bruyères	30	25	20	*r. p.*
Camps	30	20	15	r. d.
Canaux { grands	35	30	25	*C. P.*
Canaux { ordinaires	25	20	18	r. d.
Carrefours, carrières, chapelles, chaumières.	15	10	10	*ital.*
Casernes	20	15	12	*r. p.*
Châteaux de plaisance	20	15	12	r. d.
Chaussées	28	18	16	r. d.
Chemins, cimetières	18	15	12	*ital*
Citadelles	45	35	25	*C P*
Corps de garde, cotes de niveau	15	10	10	*ital.*
Couvents	20	15	12	*r p.*
Croix	10	10	10	*ital.*
Digues	25	20	18	r. d.
Dunes { grandes	40	35	30	*C. P*
Dunes { petites	25	20	15	*r. p.*
Écluses	15	10	10	*ital.*
Embouchure d'un fleuve ou d'une grande rivière	40	35	30	*C P.*
Embouchure d'une rivière ordinaire	25	18	15	r. d.
Étangs { grands	40	35	30	*C P.*
Étangs { moyens	25	20	18	r. d.
Étangs { petits	20	15	12	*r. p.*
Fabriques, fanaux, fermes	15	10	10	*ital.*
Faubourgs, fleuves	40	30	25	*C. P.*
Flaques d'eau, fondrières, fonderies, forges, fourneaux, fours à plâtre.	15	10	10	*ital.*

	HAUTEURS 1/2000 1/5000	1/10000	1/20000	Caractères.
Fontaines	10	10	10	*ital.*
Forêts { grandes	65	60	50	C. D.
Forêts { petites	55	50	40	C. D.
Forts	30	25	20	r. d.
Gués	15	10	10	*ital.*
Hameaux	25	20	15	*r. p.*
Inondations	20	15	12	*r. p.*
Lacs { grands	40	35	30	C. D.
Lacs { moyens	35	30	25	*C. P.*
Lacs { petits	29	15	12	r. d.
Laisse de haute et de basse mer	45	10	10	*ital.*
Lieux dits	30	20	15	*r. p.*
Maisons isolées, maisons de campagne, manufactures, mines, moulins.	15	10	10	*ital.*
Marais	30	25	20	*r. p.*
Monts	25	20	18	r. d.
Parcs	30	25	20	*r. p.*
Passages, défilés, ponts.	15	10	10	*ital.*
Ports de rivières, portes.	20	15	12	r. d.
Poteaux indicateurs et de limites	15	10	10	*ital.*
Prairies	30	20	15	*r. p.*
Rades	40	35	30	*C. P.*
Ravins, rigoles, ruines.	15	10	10	*ital.*
Redoutes	25	20	15	r. d.
Retranchements	18	15	12	*r. p.*
Rivières	30	25	20	r. d.
Rochers	20	20	15	r. d.
Ruisseaux	18	15	12	*ital.*
Routes { de l'état	30	20	18	r. d.
Routes { de la prov.	25	15	12	*r. p.*
Sablonnières, scieries, signaux, souterrains.	15	10	10	*ital.*
Salines	25	20	18	*r. p.*
Sentiers	15	15	12	*ital.*
Télégraphes	18	10	10	*ital.*
Tombeaux, torrents, tours, tuileries, usines.	15	10	10	*ital.*
Tourbières	30	25	20	*r. p.*
Vallées	45	40	30	*C. P.*
Vallons	30	25	20	r. d.
Verreries	15	10	10	*ital.*
Villages { grands	35	30	25	r. d.
Villages { ordinaires	30	25	20	r. d.
Villes { 1er ordre	80	70	55	C. D.
Villes { 2e ordre	65	60	50	C. D.
Villes { 3e ordre	50	43	35	C. D.

Pour les noms des objets non mentionnés, on détermine, par analogie, les caractères et leur hauteur. Au 40000e et au 80000e, on observe, pour la hauteur des caractères, la différence qui existe entre le 10000e et le 20000e.

S'il est impossible de se conformer rigoureusement à ce qui précède, l'écriture de la carte est laissée au goût du dessinateur. Mieux vaut écrire trop petit que trop grand.

—

CHAPITRE VI

Copie et réductions des plans.

———

§ I. COPIE DES PLANS.

401. — Plusieurs procédés peuvent être employés pour reproduire un plan à la même échelle, c'est-à-dire le *copier*.

1° Partager la surface à copier en carrés, rectangles ou losanges par deux systèmes de droites parallèles tracées légèrement au crayon ; diviser de la même manière la feuille de papier en carreaux égaux à ceux de l'original ; reproduire de proche en proche, soit à vue, soit au moyen de coordonnées, tous les détails compris dans les rectangles de ce dernier.

Dans les parties du dessin qui sont les plus chargées de détails, on subdivise les carreaux par des diagonales.

Si le dessin à reproduire doit être ménagé, on le couvre d'un *papier-calque* ou d'un verre, sur lequel on trace les rectangles de construction.

2° Lorsque le modèle est peu compliqué ou que le trait est apparent, on calque à la vitre.

3° Si l'opacité du papier ne permet pas de recourir à ce second moyen, on peut employer la toile translucide ou bien calquer sur une feuille transparente, que l'on colle directement sur un calicot blanc.

4° Quelquefois enfin, on place directement le dessin sur la

feuille de papier qui doit recevoir la copie, et l'on pointe, avec le *piquoir* dont les tire-lignes sont munis, les sommets principaux en nombre suffisant pour que, passant au trait, on puisse placer tous les détails.

Ce procédé, lorsqu'on peut s'en servir sans inconvénient, offre l'avantage d'une prompte exécution.

§ 2. RÉDUCTION DES PLANS.

402. — Lorsqu'il s'agit de changer l'échelle de la copie de manière à obtenir un rapport donné entre les côtés homologues, on commence par tracer un quadrillage dont les côtés soient dans ce rapport avec ceux du modèle, puis on opère comme plus haut, en ayant soin, évidemment, de réduire dans la proportion donnée les longueurs prises au compas sur l'original. On emploie, à cet effet, le ***compas de réduction***.

403. — Le COMPAS DE RÉDUCTION OU DE PROPORTION (fig. 344) se compose de deux branches AB, A'B', terminées en pointe et mobiles autour d'un pivot O. Les parties OB et OB', OA et OA' sont toujours égales deux à deux, de sorte que la ligne qui unirait A et A' serait constamment parallèle à celle qui unirait B et B', quelle que soit l'ouverture du compas.

Or, les deux triangles semblables AOA' et BOB' donnant :

$$AA' : BB' = AO : OB ;$$

il en résulte que pour une longueur AA' prise sur le modèle, on obtiendra BB' pour homologue sur la copie, si l'on a eu soin d'établir d'avance le rapport voulu entre AO et OB.

Ce rapport, qui n'est autre que celui des deux échelles, s'obtient facilement, en raison de ce que le pivot O peut glisser dans les fentes des branches, quand elles sont superposées.

Les graduations portées par la *joue* A'B' indiquent le rapport de AO à BO.

404. — LE PANTOGRAPHE. — Les diverses méthodes que nous venons d'examiner, quoique simples en elles-mêmes, deviennent fort longues quand il s'agit de plans offrant une grande variété de contours et de détails. On y supplée par l'emploi du ***pantographe***, dont nous donnons le principe et la description d'après le *précis de topographie* de l'école d'application à l'Ecole militaire, édition de 1859.

405. — ***Théorie du pantographe.*** — Cet instrument se compose d'un parallélogramme articulé ABCD (fig. 345) dont l'un des côtés AB est muni, en un point fixe, K, d'une pointe ou ***calquoir*** et le côté adjacent, AD, d'un crayon ou ***traçoir***, P, qui peut s'adapter en différents points de ce côté. L'instrument se fixe sur la table à dessiner au moyen d'un pivot, M, situé à l'intersection du côté DC avec la droite PK. On suit, avec le calquoir, les contours du dessin à copier, et le traçoir décrit de lui-même une figure semblable à ce dessin.

Cette propriété du pantographe sera démontrée si nous prouvons que, lorsque le calquoir décrit une droite quelconque KK', le traçoir décrit une droite PP' parallèle et proportionnelle à KK'.

Prouvons d'abord que les deux nouvelles positions, K',P', du calquoir et du traçoir sont encore en ligne droite avec le pivot M. Pour cela, menons la droite fictive KMP; joignons K'M,MP'. Les deux triangles AKP, DMP, étant semblables, donnent

$$AK : AP = DM : DP.$$

Mais dans la seconde position A'B'C'D', occupée par le parallélogramme articulé, les côtés opposés ne cessent pas d'être parallèles, et les longueurs prises sur ces côtés restent invariables; par suite, la proportion précédente peut s'écrire ainsi :

$$A'K' : A'P' = D'M : D'P'.$$

Or, si K'M prolongé allait rencontrer le côté A'D' en un point P" différent de P', on aurait, par la théorie des parallèles :

$$A'K' : A'P'' = D'M : D'P'',$$

proportion qui, comparée à la précédente, prouve que les points P et P' doivent se confondre.

Cela posé, on a évidemment les rapports suivants :

$$KM : PM = AD : DP,$$
$$K'M : P'M = A'D' : D'P' = AD : DP ;$$

d'où

$$KM : PM = K'M : P'M.$$

Les deux triangles K'MK, P'MP sont donc semblables, comme ayant un angle égal M, compris entre côtés proportionnels ; et les droites KK', PP' sont parallèles et dans le rapport de KM à

MP. La figure décrite par le traçoir sera donc semblable à la figure parcourue par le calquoir.

Le rapport de KM à MP, ou de AD à DP, qui est celui de l'original à la copie, peut être modifié sans changer la longueur AK, et cela par deux moyens :

1° En faisant varier DP, et en déplaçant par conséquent P et M sur leurs barres respectives, pour que l'alignement KMP soit conservé ;

2° En faisant varier AD par le déplacement du pivot D (qui entraîne celui du pivot B pour rétablir le parallélogramme), l'axe M restant fixé sur l'alignement PK.

De là dérivent deux genres de pantographes.

406. — *Description du pantographe.* — Le pantographe du premier genre ou pantographe proprement dit (fig. 346) se compose de quatre règles AK, BC, CD, AE assemblées par des boulons rivés A, B, C, D de façon que BC = AD, AB = CD. Les extrémités A, F, E sont supportées par de petites roulettes pour diminuer le frottement sur le papier pendant le mouvement des règles. En K, la règle AK est percée d'un trou cylindrique propre à recevoir une pointe ou calquoir ; de D en E, on peut placer un crayon ou traçoir P, soit au moyen de trous percés sur cette longueur, soit à l'aide d'une pince qui s'y adapte et s'y fixe par une vis de pression ; sur la règle CD, on peut aussi disposer à volonté un pivot M, soit au moyen de trous pratiqués dans cette règle ou bien encore à l'aide d'une pince, et pour fixer ce pivot, on le visse ordinairement sur un plomb assez lourd pour qu'il ne puisse se déplacer pendant le mouvement de l'instrument autour de lui. Le calquoir K étant supposé invariable sur sa règle, on marque sur les règles CD et DE des points situés sur le même alignement avec K, et l'on numérote ces points qui serviront de repère pour établir facilement cet alignement. Le crayon qui sert de traçoir est ordinairement surmonté d'une coupelle dans laquelle on met de petits poids, pour qu'il frotte convenablement sur le papier. Afin d'éviter que le traçoir marque des lignes inutiles, lorsqu'on transporte le calquoir d'une partie à l'autre du dessin original, on adapte au-dessus de A une petite poulie horizontale et sur la pince du traçoir une semblable poulie verticale, de manière qu'un fil, attaché au crayon et correspondant à K au moyen de ces poulies, permette de soulever le crayon, lorsqu'il ne devra pas laisser de trace sur

le papier. Une détente communiquant de K à P le long des règles AK et EA, remplace même avec avantage le fil et les poulies.

Mode d'emploi. — Pour employer le pantographe, c'est-à-dire pour tracer, dans une proportion donnée, la copie d'une figure plane quelconque, il faut :

1° Préparer l'instrument dans le rapport voulu; pour cela, après avoir disposé en ligne droite le traçoir, le pivot et le calquoir, soit avec une règle, soit au moyen de repères déterminés, on fait parcourir au calquoir *K* la plus longue droite possible *a e* ; le traçoir *l* aura en même temps marqué la direction de *a' e'*; en prenant ensuite *a' e'* tel que $\frac{a'e'}{ae}$ égale le rapport donné, on variera l'alignement KMP en faisant mouvoir le traçoir P et le pivot M jusqu'à ce que le traçoir parcoure exactement la longueur *a'e'* pendant que le calquoir marche de *a* en *e* ;

2° Stationner sur une table le pantographe et le dessin à copier, de manière à faire parcourir au calquoir K le plus grand espace possible sur ce dessin, que l'on fixe alors, ainsi que le pivot M.

Il ne reste plus maintenant qu'à suivre avec le calquoir K les différentes parties du contour donné, pour reproduire, avec le traçoir P, la copie dans les proportions désirées.

Si l'on voulait qu'un côté de la copie s'appuyât sur une direction choisie, il faudrait disposer préliminairement la feuille de cette copie de façon que le calquoir, parcourant le côté correspondant du dessin original, le traçoir restât sur la direction désignée; pour cela, on placera le calquoir à une extrémité du côté, et le point correspondant de la copie sous le traçoir, puis on fera tourner la feuille de la copie autour de ce dernier, jusqu'à ce que le calquoir, se trouvant sur l'autre extrémité du côté de l'original, le traçoir soit sur la direction donnée. Après quoi, on fixera définitivement sur la table la feuille de la copie.

Lorsque le dessin original se composera de plusieurs feuilles ou sera trop grand pour être circonscrit en entier par le calquoir dans une seule station du pantographe, on divisera ce dessin en parties accessibles au calquoir, lesquelles s'assembleront successivement sur la copie, en stationnant pour chacune d'elles le pantographe de manière à appuyer les bases de départ du

traçoir sur des lignes de raccord, conformément à ce qui vient d'être dit.

Les numéros d'alignement qu'on écrit sur les règles DC et AE peuvent aussi faire connaître les positions simultanées du pivot et du traçoir qui produisent des rapports entre les côtés du dessin et ceux de la copie. En effet, représentons par $\frac{m}{n}$ l'expression générale de ce rapport : la comparaison des triangles semblables AKP, DMP donnera :

$$AK : DM = KM + MP : MP;$$
$$AD : DP = KM : MP.$$

Désignant par a et b les longueurs constantes AD et AK ; par x et y les variables DP et DM, et substituant m et n aux lignes MP et KM, on transformera les deux proportions ci-dessus en

$$b : y = m + n : m \text{ et } a : x = n : m$$

$$y = \frac{b\,m}{m+n}; \quad x = \frac{a\,m}{n}.$$

Attribuant différentes valeurs à m et n, on a calculé celles de x et de y correspondant à différentes échelles, et on les a trouvées sur les deux branches du pantographe. On peut s'assurer de l'exactitude des nombres trouvés pour x et y en plaçant une règle sur K et M, puis en voyant si elle passe bien par le point P trouvé.

407. — *Description du micrographe.* — Les quatre règles du pantographe du deuxième genre, qu'on appelle micrographe, s'assemblent en A et C (fig. 346) par des boulons rivés, et aux points B et D par des chevilles volantes.

Le calquoir, le pivot et le traçoir sont fixés à demeure sur leurs règles ; des roulettes et un fil de détente sont adaptés aux règles FA et AE, comme dans le pantographe du premier genre. Les quatre règles sont percées de trous destinés à recevoir les chevilles volantes, après la modification convenable du parallélogramme régulateur ABCD. Ces trous sont repérés et numérotés de manière à construire le parallélogramme relatif à la place qu'occupe M sur l'alignement KP.

Manière de s'en servir. — On prépare cet instrument dans un rapport voulu, en faisant marquer au traçoir P une ligne $a'e'$

qui ait, avec une longueur *ae* parcourue en même temps par le calquoir K, le rapport désigné; ce à quoi l'on parviendra en variant la place de M sur l'alignement KP au moyen des chevilles D et B et en conservant toutefois la forme parallélogrammique de ABCD. On le stationne par rapport à l'original et à la copie, comme on l'a indiqué relativement au pantographe.

Les numéros des trous qui repèrent, sur les règles, les formes parallélogrammiques, peuvent servir à former sur le champ le rapport $\frac{AD}{DP}$ comme cela s'est pratiqué dans le pantographe.

Dans ce premier instrument, nous avons calculé DM et DP en fonction des constantes $AD = a$ et $AK = b$: dans le micrographe, c'est en fonction de la même longueur $AK = b$ et de AP qui est ici la seconde constante a.

Nous aurons toujours

$$AK : DM = KM + MP : MP$$

c'est-à-dire

$$y = b \times \frac{m}{m+n}.$$

Pour trouver AD, que nous nommerons x, nous aurons

$$AD : AP = MK : PK$$

ou

$$x = a \times \frac{n}{m+n}.$$

Ordinairement les deux règles AK et AP étant d'égale longueur, $a = b$ et les expressions de x et de y sont

$$x = b \times \frac{n}{m+n}; \; y = b \times \frac{m}{m+n}.$$

Rien ne s'oppose non plus à ce que l'on fasse servir le pivot M de boulon d'assemblage aux règles BC, DC, ce qui simplifie l'instrument.

Nous terminerons ce qui est relatif au pantographe en disant qu'au moyen d'une légère modification on est parvenu, pour la gravure, à réduire immédiatement sur le cuivre. Il fallait pour cela obtenir une réduction symétrique ou renversée de l'original, et c'est ce qui arrive lorsqu'au lieu du crayon on place un traçoir d'acier dont la pointe est en haut. La planche de cuivre est

au-dessus et présente sa face enduite de vernis à la pointe qui appuie contre elle par l'effet d'un ressort placé en contrebas. On fait parcourir les contours de l'original par le calquoir, et le traçoir reproduit la figure symétrique sur le cuivre en enlevant le vernis et mettant le métal à découvert. Une glace placée sous le pantographe permet au dessinateur de suivre plus facilement les progrès de son travail.

—

CHAPITRE VII

Arpentage.

—

§ I. GÉNÉRALITÉS.

408. — « Il ne suffit pas toujours (1), dans la pratique, de savoir faire le lever et le nivellement d'un terrain : souvent il faut encore en évaluer la superficie soit en totalité, soit par parcelles; dans d'autres circonstances, il faut savoir diviser une surface quelconque suivant des rapports donnés.

» Cette *évaluation* et cette *division* font l'objet de l'arpentage proprement dit..... (2).

» Les procédés que nous avons indiqués pour lever la figure d'un terrain font connaître sa *projection horizontale* : en les suivant encore ici, nous obtiendrons, non pas la surface *réelle* du terrain, mais celle de sa *projection*. Or, si le sol est très accidenté ou fortement incliné, ces deux superficies peuvent différer considérablement.

» Aussi, beaucoup d'arpenteurs, au lieu de mesurer les distances et les angles *horizontalement*, comme nous avons prescrit de le faire, les prennent *parallèlement* au terrain, dont ils évaluent ainsi la surface *réelle*.

(1) *Traité élémentaire de topographie*, du capitaine du génie Liagre.

(2) *Arpentage* est une locution vicieuse, dont l'étymologie est le mot *arpent*, ancienne mesure agraire; il serait plus rationnel de dire *métrage*.

» La première méthode fait donc connaître la surface *de niveau* correspondant au terrain mesuré ; la seconde donne le *développement* même du terrain : de là provient le nom de méthode de *cultellation* (*cultellare*, araser) qu'a reçu la première, et celui de méthode *par développement* qui a été donné à la seconde.

» En réalité, toutes deux sont défectueuses ; mais la première est aujourd'hui regardée comme la meilleure. La principale raison que l'on apporte à l'appui de cette préférence, c'est que les arbres, les céréales, etc., croissent *verticalement*, quelle que soit l'inclinaison du sol : or, comme il faut une certaine distance (CD, par exemple, fig. 347) entre les tiges, pour que les végétaux puissent croître sans se nuire mutuellement, il s'ensuit qu'il n'en poussera pas plus sur un terrain incliné HB que sur sa projection horizontale HH'. Le *produit*, la *surface utile* d'un champ, est donc en rapport avec sa projection horizontale.

» A la vérité, l'exposition d'un coteau a souvent une grande influence sur sa fertilité; et tout le monde reconnaîtra qu'il croit plus de graminées sur la surface d'une grosse montagne que sur une plaine dont l'étendue serait égale à la base de cette montagne. Mais, d'un autre côté, la difficulté de culture, les ravines et les dégradations du sol occasionnées par les eaux peuvent compenser ce dernier avantage.

» La question est donc complexe et ne peut être résolue d'une manière absolue. La méthode la plus juste serait, comme l'a proposé Condorcet, « de mesurer la projection horizontale du » terrain et d'avoir égard ensuite à l'avantage que lui procure » son inclinaison, ou de mesurer la superficie inclinée en tenant » compte du désavantage qu'elle a sur une superficie d'égale » étendue, mais horizontale. »

L'évaluation et la division des surfaces se font généralement sur des plans spéciaux, embrassant au maximum 60 hectares et donnant rigoureusement la limite des parcelles de terrain dont on doit déterminer l'étendue. Les opérations d'arpentage relatives à l'exécution de ces plans s'effectuent ordinairement avec le seul secours de la chaîne et d'un instrument très simple, dont nous allons donner la description et l'usage.

§ 2. ÉQUERRE D'ARPENTEUR.

409. — *Description*. L'*équerre d'arpenteur* (fig. 348) est un prisme octogonal creux, en cuivre, ayant environ $0^m,12$ de hauteur sur $0^m,08$ de largeur. Au milieu de chaque pan et parallèlement aux arêtes, est pratiquée une ouverture appelée *pinnule*, dans l'axe de laquelle se trouve tendu un fil; les lignes de mire déterminées par les fils peuvent donc faire entre elles des angles de 45, de 90 et de 135 degrés. L'instrument est fixé au moyen d'une *douille*, sur un bâton ferré, nommé *bâton d'équerre*.

Quelquefois, la base supérieure du prisme porte une petite boussole, dont le diamètre initial (0-180) se trouve dans le plan de collimation de deux pinnules. Cette disposition permet de déterminer l'angle azimutal de toute ligne d'observation qui se trouve dans le plan de ces pinnules, et, par conséquent, elle donne le moyen d'orienter la carte, de prendre la direction d'objets que des obstacles interposés empêchent de voir, de lever les chemins sinueux des bois, etc.

Il est évident qu'une ligne de visée obtenue avec l'équerre d'arpenteur est moins exacte que celle d'une alidade à pinnules. Mais en somme, l'équerre remplit l'objet auquel elle est destinée et peut servir à déterminer des alignements de faible longueur.

Vérification. — Avant d'employer l'équerre, on contrôle les angles qu'elle donne. A cet effet, après avoir placé le centre de l'instrument dans la verticale d'un point M de l'alignement RN (fig. 349), viser suivant *bb'* une direction MR; diriger un rayon visuel selon *aa'*; jalonner la ligne d'observation MP; imprimer un quart de révolution au bâton servant de support afin d'amener *bb'* dans le plan vertical de MP; si l'équerre est exacte, les deux pinnules *aa'* se trouveront dans l'alignement RN.

On vérifie les angles de 45° et de 135°, en s'assurant que les premiers sont contenus deux fois dans l'angle droit, et que les seconds sont égaux à 180° — 45°.

Les équerres ordinairement employées ne sont pas rectifiables; mais il serait facile de les rendre telles, en faisant pratiquer chaque fente dans une petite plaque mobile entre deux

coulisses horizontales. Seulement, ce serait enlever à l'instrument la simplicité qui fait un de ses principaux mérites.

Usage. — Soit à élever, en A, une perpendiculaire à la droite BC (fig. 350). La douille étant placée verticalement au-dessus de A, on la tourne jusqu'à ce que le rayon visuel *aa'* passe par C, puis on applique l'œil derrière la visière *b* en faisant planter un jalon D dans le plan de collimation *bb'* : la construction de l'instrument donne l'alignement AD perpendiculaire à BC.

Le problème qui consiste à mener une perpendiculaire à une droite par un point extérieur nécessite quelques tâtonnements : l'opérateur place le bâton d'équerre en un point N (fig. 351), qu'il estime, *à vue*, être le pied de la perpendiculaire cherchée ; il vise B, puis regarde par les deux pinnules qui forment un angle droit avec celles dont il vient de se servir. Ayant ainsi obtenu la perpendiculaire MN, il évalue, sans quitter BC, la quantité AM et la porte de N en R; au point R, il répète l'opération faite en N. Cette seconde perpendiculaire FR sera généralement plus rapprochée de AD que ne l'était MN ; la quantité RD étant très petite (on doit le supposer), s'estime avec assez d'exactitude, et un troisième déplacement de l'équerre amènera ordinairement l'opérateur au point voulu.

Lever à l'équerre.

410. — *Lever par cheminement.* — Soit à construire le plan d'une surface accessible à l'intérieur (fig. 352). — Se choisir une base ou *directrice* HE, permettant de voir, lorsqu'on y chemine, les différents sommets A, B, C, D, ... — Abaisser de ces sommets les perpendiculaires AA', BB', DD'..... — Mesurer ces ordonnées en même temps que les abscisses correspondantes HA', A' B', B' D'..... — Construire avec ces éléments le plan du polygone donné.

On peut quelquefois abréger les opérations : ainsi, en mesurant CC' et C'D, on est dispensé de chainer CC'', ce qui prendrait évidemment plus de temps.

Lorsque le polygone a lever est très étendu, ou lorsque son contour est très sinueux, une seule base ne suffit plus; on emploie alors les procédés suivants : Tracer comme précédemment une directrice principale AB (fig. 353). — Jalonner des

directrices secondaires BC, CG, AD, DE, EF, FH. — Rattacher ces droites à la base principale par les ordonnées C*c*, D*d*, E*e*, FH. — Mesurer AB en s'arrêtant aux points G, *d*, *e*, *c*, H, B que l'on aura marqués par des jalons. — Chaîner ensuite *c*C, *e*E, *d*D, FH. — Mesurer A*n* ; abaisser la perpendiculaire *n'n* et la déterminer; achever le chaînage de AD. — Marcher le long de DE ; fixer le sommet *m'* par l'ordonnée *m'm* ; s'arrêter en *q* ; continuer le mesurage jusqu'en *r* ; établir *rr'*. — Compléter de cette manière la détermination des directrices secondaires tout en conduisant des perpendiculaires par chacun des sommets (*voir* d'ailleurs, sur la figure, le croquis des opérations à effectuer).

Lorsqu'il s'agit de faire l'arpentage d'un terrain inaccessible à l'intérieur (fig. 354), on lui circonscrit un polygone rectangulaire ou bien une suite de lignes se coupant sous les angles de 45°, 90° et 135° donnés par l'équerre. Les directrices AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA, sont menées de façon à les rapprocher le plus possible du périmètre du polygone. (On agit ainsi afin d'éviter les longues perpendiculaires, c'est pourquoi, en C, par exemple, nous avons construit un angle de 135°). La figure indique les abscisses et les ordonnées à déterminer. Il est aisé de voir que l'établissement du polygone directeur exige beaucoup de soins.

411. — *Lever par intersections.* — Soit à déterminer une surface inaccessible à l'intérieur, mais qui n'arrête pas la vue. Un polygone semblable (fig. 355) se lève par intersections. — Établir deux bases rectangulaires XZ, ZV. — Cheminer sur chacune d'elles, en marquant les pieds des perpendiculaires passant par les sommets.—Mesurer les abscisses ZK, KP PL... ZT, TR... et les construire sur le dessin (fig. 356).

Les deux bases XZ, ZV, au lieu d'être rectangulaires, peuvent faire un angle quelconque, qui se tracerait au moyen d'un petit triangle (n° 283).

A la rigueur, *une seule* base suffit (fig. 357) : on vise les sommets M, R, P, O, N, sous des angles de 45° et de 90° et l'on forme ainsi des triangles rectangles isocèles R''RR', P''PP',... dont la construction est facile sur le papier.

—

Problèmes à l'équerre.

412. — Problème I. *Prolonger une droite* AB, *au delà d'un obstacle qui arrête la vue* (fig. 358).

1° *On peut tourner l'obstacle.* — Élever une perpendiculaire BM; la mesurer. — Faire l'angle droit BMN. — Prolonger MN de façon à dépasser l'obstacle. — Élever NC perpendiculaire à MN et égale à BM. — Faire NCD $=90°$: CD détermine le prolongement de AB.

2° *On ne peut pas construire des angles droits* (fig. 359). — Soit à prolonger AB. — Déterminer un alignement auxiliaire CD; abaisser les perpendiculaires AN, BP et mesurer NP, BP, AN. — Les triangles PBH et RAB donnent PH : PB = BR ou NP : AR. Dans cette proportion, on connaît PB, BR, AR, on en déduit PH et, par suite, H se place facilement sur le terrain; or H est un point de l'alignement cherché. — Prendre $HD = \frac{PH}{2}$; élever la perpendiculaire $DK = \frac{BP}{2}$; le point K est un second point de l'alignement.

413. — Problème II. *Par un point* A, *mener une parallèle à la droite* BC, *accessible* (fig. 360).

Abaisser la perpendiculaire AB. — Faire BAD $= 90°$: AD est la parallèle demandée.

414. — Problème III. *Trouver la distance d'un point accessible* A *à un point inaccessible* B (fig. 361).

Élever AC perpendiculaire sur AB. — Planter un jalon en D, milieu de AC et prolonger l'alignement BD. — Faire DCE $= 90°$; ces constructions donnent CE = AB. — On pourrait, pour abréger, prendre DC = 1/2 ou 1/3 AD et en conclure CE = 1/2 ou 1/3 AB.

415. — Problème IV. *Trouver la distance entre deux points inaccessibles* A, B (fig. 362).

Déterminer un alignement CD sur lequel on marque le pied des perpendiculaires AC, BD, que l'on prolonge. — Tracer les alignements BM, AM, M étant le point milieu de CD. — Prolonger ces alignements jusqu'en E, F; EF est égale et parallèle à BA.

§ 3. EVALUATION DES SURFACES.

Les méthodes dont on se sert pour la détermination des surfaces sont : la méthode *graphique*, qui emploie l'échelle et le

compas, et celle du *calcul*, qui fait usage des résultats numériques fournis par les opérations du lever.

Evaluation des aires par les procédés graphiques.

416. — Pour évaluer la superficie d'un polygone par ce procédé, on la décompose en triangles, trapèzes, rectangles, que l'on calcule au moyen des lignes du plan, dont on prend la longueur au compas et à l'échelle. La somme de ces surfaces partielles donne évidemment l'aire totale. Le plan doit être dressé à une échelle *très sensible*, si l'on veut arriver à des résultats quelque peu rapprochés de la vérité.

417. — *Déterminer l'aire d'un polygone* ABCDE (fig. 370).

Décomposer ce polygone en trois parties triangulaires par les diagonales AD, DB. — Mener les perpendiculaires EE′, CC′, BB′. — L'aire du polygone proposé est égale à

$$DA \times \frac{EE'}{2} + DA \times \frac{BB'}{2} + DB \times \frac{CC'}{2}.$$

Pour un polygone comprenant un grand nombre de côtés, on évitera de faire aboutir toutes les diagonales au même sommet, parce que le compas, souvent placé en ce point, pourrait finir par entamer le papier, ce qui rendrait indécise la position de ce sommet. Les diagonales doivent d'ailleurs être tracées avec le plus grand soin.

418. — *Déterminer l'aire d'un polygone très sinueux* (fig. 363).

Décomposer ce polygone en triangles *a, b, c, d, e, f*, aussi étendus que possible et n'offrant pas d'angles trop aigus. — Tracer les figures *k, l, m, n, o*,... de forme trapézoïdale (autant que faire se peut). — Mesurer les lignes qui doivent entrer dans les calculs et disposer ceux-ci de la manière suivante :

LETTRES indicatives des figures.	VALEURS des lignes ou facteurs.	PRODUIT des facteurs. Hect.	Ares.	Cent.	CONTENANCES TOTALES par POLYGONE.
a	96,7 × 27,7	0	26	78	
b	118,0 × 32,1	0	37	87	
c	145,6 × 35,5	0	51	68	
	. . . . . .	. .	. .	. .	
f	82,0 × 10,2	0	8	36	
l	43,0 × 25,9	0	11	13	
m	11,7 × 17,4	0	2	03	
	. . . . . .	. .	. .	. .	
	Somme.	2	15	91	2,15,91

On peut abréger les calculs en portant les facteurs dans la seconde colonne, tels qu'ils sont donnés par le plan, et en prenant ensuite la moitié de la somme de leurs produits (*voir* ci-dessous).

419. — *Déterminer la superficie d'un polygone au moyen d'un autre polygone enveloppant le premier* (fig. 364).

Circonscrire le polygone proposé dans un rectangle ABCD. — Déterminer la superficie des triangles *a, b, c, d*,...... — Retrancher la somme de ces parties de l'aire du rectangle ABCD; le reste exprime la surface cherchée.

La figure donne :

Triangle ACB = 267m × 125m, 3 =	3H.	34A.	55c.
» ACD = 267m × 124m, 0 =	3	31	08
Somme	6	65	63
1/2 »	3	32	81

Parties négatives.

Figures.	Facteurs.	Produits.					
a	112,0 × 43,2	0H	48A	38c			
b	33,0 × 9,0	0	2	97			
.	. . . . .	.	.	.			
n	70,0 × 17,0	0	11	90			
o	73,0 × 18,0	0,	13,	14			
	Somme	2	02	31			
	1/2 »	1	01	15	—1	01	15
				Surface P =	2H.	31A.	66c.

Ce procédé est souvent employé comme vérification du précédent.

420. — *Déterminer la superficie d'un polygone par le procédé des compensations.*

Il arrive parfois que la courbure des lignes du polygone soit très peu accusée; dans ce cas, si l'on avait égard à cette courbure, on s'exposerait à des erreurs plus sensibles qu'en considérant ces lignes comme droites. On établit alors des *compensations*, c'est-à-dire que l'on trace une droite englobant des parcelles pour en abandonner d'autres d'une surface équivalente. Ainsi, par exemple, la ligne brisée ABCD (fig. 365) sera rem-

placée par la droite *mn*, et les triangles *a*, *c* s'échangeront contre les triangles *b*, *d* qui ont à peu près la même superficie.

421. — *Déterminer, par réduction, l'aire d'un polygone* ABCD ... (fig. 366)

Ce procédé consiste à réduire le polygone donné en un triangle équivalent. Ce moyen est plus expéditif et présente aussi plus d'exactitude que les précédents, en ce qu'il diminue le nombre de mesures à prendre sur le plan et le nombre de multiplications à effectuer.

Partager le polygone en deux parties par la droite RV. — Construire CBA et mener par son sommet B une parallèle BA′ à la base CA. — Joindre C, A′. — Les deux triangles CBA, CA′A sont équivalents puisqu'ils ont même base CA et même hauteur. — La droite A′C peut donc être considérée comme faisant partie du périmètre, et le polygone a un côté de moins. — Imaginer un second triangle A′CD. — Conduire CD′ parallèle à DA′ et joindre DD′. — Un nouveau côté est ainsi enlevé au polygone sans que la surface en soit changée. — Passer à un troisième triangle ED′D. — Mener DR parallèle à ED′. — Unir ER; cette droite réduit la partie du contour ABCDE à un seul côté ER. — Redresser EG, GH suivant HI, et HMNOP, selon HT. — La partie X du polygone se trouve ainsi réduite à un quadrilatère équivalent RIHT. On agirait de même sur la surface Z.

422. — *On a trouvé l'aire* S *d'un polygone que l'on a arpenté au moyen d'une chaîne non vérifiée et trop longue d'une quantité x; déterminer, sans recommencer les mesurages, l'aire* S′ *qu'on aurait dû obtenir, si l'opération avait été faite avec une chaîne exacte.*

Soient L la longueur exacte de la chaîne $= 10^m$ et L′ la longueur fausse $= L + x$; S l'aire obtenue, S′ l'aire qu'aurait fournie une chaîne L; on a

$$S' : S = L^2 : (L + x)^2$$

d'où

$$S' = \frac{S \times L^2}{(L + x)^2}$$

S′ sera ici plus petit que S; cela doit être puisqu'on a trouvé, dans chaque ligne mesurée, moins de portées que si la chaîne avait eu exactement 10^m de longueur.

423. — ***Déterminer l'aire d'une surface enfermée dans un contour mixtiligne.***

1er *Procédé.* — Décalquer la surface donnée ABCD.... (fig. 367), sur un papier fort et homogène, de forme rectangulaire MN. — Le peser au moyen d'une balance de précision. — Découper la figure ABCDE et déterminer également son poids : celui-ci sera au poids de MN, comme sa surface est à celle du rectangle.

$$p : P = s : S$$

d'où

$$s = \frac{p \times S}{P} \text{ (1)}.$$

424. — 2e *Procédé.* — On peut encore décomposer la surface en une série de trapèzes inscrits, dont la somme des aires fournit la surface cherchée : — Prendre, sur les courbes, des arcs suffisamment petits pour pouvoir être considérés comme rectilignes (fig. 368). — Conduire, par les points de division, des perpendiculaires à la base directrice A B ; on décompose ainsi la figure en trapèzes et en triangles facilement calculables.

Remarque I. — Il est souvent avantageux de diviser la droite A' B' (fig. 369) en un certain nombre de parties égales ; il suffit alors, pour obtenir l'aire cherchée, de faire la somme de toutes les ordonnées *a*, *b*, *c*... et de multiplier cette somme par la grandeur *h* de l'une des subdivisions ; on a en effet :

$$\text{A'FB'A'} = \frac{h}{2} \times a + (a+b)\frac{h}{2} + (b+c)\frac{h}{2} + (c+d)\frac{h}{2} + (d+e)\frac{h}{2} + (e+f)\frac{h}{2} + f \times \frac{h}{2};$$

d'où l'aire $\text{A'FB'A'} = h\,(a+b+c+d+e+f)$.

Remarque II. — Lorsque la courbe tourne sa convexité vers AB, l'aire de la surface mixtiligne CFED est plus grande que l'aire du trapèze qu'on lui substitue ; toutefois, le contraire ayant lieu lorsque la courbe tourne sa concavité vers AB, il y a compensation.

425. — 3e *Procédé.* — On peut également utiliser les trapèzes circonscrits et substituer à la surface mixtiligne ABCD (fig. 370)[1],

(1) L'idée d'employer la balance au calcul des surfaces a été imaginée, au commencement de ce siècle, par l'ingénieur du cadastre français, M. Rigoux. Ce procédé donne des résultats assez exacts.

le trapèze AEFD, obtenu en menant au point M, milieu de EF, la tangente à la courbe BC; la ligne m est alors égale à $\frac{a+b}{2}$ et l'aire totale devient:

$$\text{ABGHA} = h\,(m + n + p + q + r).$$

Remarque. — Ce dernier procédé donne évidemment une erreur en sens inverse de celle qui résulte de la méthode des trapèzes inscrits; on pourrait donc obtenir une exactitude très probante en prenant la moyenne des aires fournies par les deux procédés.

426. — 4° *Procédé.* — *Thomas Simpson* (1) substitue à la courbe donnée un arc de parabole assujetti à passer par les points A, T, B et à être tangent, au point T, à la droite donnée MN (fig. 371.)

L'analytique démontre que l'aire d'un segment parabolique ATB est égale aux 2/3 du parallélogramme ayant pour base AB et pour hauteur TF; nous avons donc :

$$\text{Aire ATB} = \frac{2}{3}\text{AB} \times \text{TF}.$$

En substituant dans cette égalité la valeur de TF déduite du triangle TFE, il vient:

$$\text{Aire ATB} = \frac{2}{3}\text{AB} \times \text{TE}\, sin\ a;$$

d'autre part, le triangle AHB donne AH = AB $sin\ a$, donc

$$\text{Aire ATB} = \frac{2}{3}\text{TE} \times \text{AH};$$

ou bien encore,

$$\text{Aire ATB} = \frac{2}{3}\text{TE} \times 2\,h = \frac{4}{3}h \times \text{TE}.$$

Comme

$$\text{TE} = \text{TP} - \text{EP} = \text{TP} - \frac{\text{AO} + \text{BR}}{2} = \frac{2\text{TP} - \text{AO} - \text{BR}}{2},$$

si l'on substitue, dans la formule, les ordonnées b, c, d, on obtient :

$$\text{Aire ATB} = \frac{4}{3}h\left(\frac{2\,c - b - d}{2}\right) = \frac{2}{3}h\,(2\,c - b - d).$$

(1) Né en 1710 à Bosworth (comté de Leicester), mort en 1761. (*Précis du cours de mécanique, professé à l'école militaire*, par le capitaine commandant d'artillerie Henrotin.)

En ajoutant la mesure du trapèze OABR, on trouve, pour l'aire mixtiligne OATBRO,

$$h(b + d) + \frac{2}{3}h(2c - b - d),$$

ou encore $$\frac{h}{3}(3b + 3d + 4c - 2b - 2d),$$

d'où $$\frac{h}{3}(b + 4c + d),$$

On trouverait de même,

l'aire $$\text{RBCD} = \frac{h}{3}(d + 4e + f).$$

En faisant la somme de toutes ces aires partielles, on obtient finalement une formule donnant l'aire totale cherchée.

Remarque.— Dans l'emploi des méthodes précédentes, on est obligé de mesurer un nombre de lignes assez considérable ; on peut éviter cet inconvénient en se servant du planimètre Amsler (1), dont l'emploi constitue une méthode égale aux autres, au point de vue de l'exactitude.

427. — *Planimètre Amsler* (2). — La figure 372, pl. XXIX, représente l'appareil posé sur un plan que nous supposons horizontal pour simplifier nos explications.

Il se compose de deux branches AB, BC, pourvues de deux pointes A et C ; la première de ces branches peut tourner autour d'un petit axe vertical B porté par un châssis, solidaire de la coulisse E, dans laquelle peut glisser la seconde branche. De cette façon, les deux branches sont en quelque sorte reliées, en B, par une charnière permettant de faire varier à volonté la longueur de la branche BC. On obtient, du reste, ce résultat en manœuvrant l'écrou F. Cet écrou, porté par la vis G, tourne sur place et force, par conséquent, cette vis G à prendre un mouvement rectiligne suivant son axe. La branche BC suit ce mouvement, à cause du repère H, qui la lie à la vis G.

Le châssis D porte encore un petit arbre horizontal I, placé

(1) M. Amsler, professeur de mathématiques à Schaffhouse, a créé cet instrument en 1854.

(2) Nous empruntons la description et la théorie de cet instrument au cours de mécanique (cinématique pure), professé à l'école militaire par le capitaine commandant d'artillerie Henrotin.

dans le plan vertical de la branche BC, et muni d'une vis sans fin. Sur ce petit arbre est calé le tambour K, à tranche légèrement saillante. La vis sans fin de l'arbre I se trouve en regard d'un pignon L, à 10 dents, dont l'axe vertical est également porté par le châssis D. A la partie supérieure de cet axe vertical est calé un cadran M, portant 10 divisions, de telle sorte que quand la vis I, et par suite le tambour K, fait un tour, le cadran M avance d'une division.

En N, se trouve un trait servant de repère à ce cadran.

Le tambour K est gradué; il porte 100 divisions et se meut devant un vernier *o*, dont le zéro lui sert de repère.

L'instrument repose sur le plan (horizontal, avons-nous dit) par les trois points A, C, K. Le premier est fixe, la pointe A étant légèrement piquée dans le papier et maintenue à l'aide d'un petit poids P; le second peut se déplacer à volonté; le troisième est le point inférieur de la tranche du tambour K.

Maniement du planimètre. — La courbe dont on veut mesurer l'aire étant tracée sur un papier bien plan et bien tendu, on place l'instrument sur ce papier, le point A en dehors du diagramme, si cela est possible, ou à l'intérieur de ce diagramme, si ses dimensions l'exigent. Supposons d'abord le premier cas. La pointe A est donc légèrement piquée dans le papier en A, et chargé du petit poids P. On s'assure que le tambour K fonctionne bien, c'est-à-dire roule bien sur le papier en entraînant à la fois son axe, le pignon L et le cadran M. Tout étant reconnu en bon état, on place la pointe C en un point quelconque de la courbe donnée. On lit alors les indications de l'appareil dans l'ordre suivant : 1° le chiffre du cadran M, qui a dépassé le repère N, soit 6; 2° le nombre du tambour K, qui a dépassé le zéro du vernier, soit 54; 3° le chiffre du vernier, à la façon ordinaire, soit 7. On écrit ces indications dans l'ordre de leur lecture et l'on obtient 654,7. Le chiffre du cadran donne le nombre des centaines, le nombre du tambour les dizaines et les unités; enfin le chiffre du vernier, celui des dixièmes.

Cela fait, on saisit le bouton T de la pointe C, et l'on suit avec le plus grand soin le contour du diagramme, dans le sens de la marche des aiguilles d'une montre, donc dans le sens *c* Q R S, jusqu'à ce qu'on soit revenu bien exactement au point de départ *c*, le tambour n'ayant pas cessé de rester en

contact avec le papier. On lit de nouveau les indications de l'instrument comme tantôt et l'on obtient, je suppose, le nombre 667,9. En retranchant de ce dernier le nombre obtenu par la première lecture, on a : 667,9 — 654,7 = 13,2, ce qui veut dire que l'aire renferme 13,2 unités de mesure, l'espèce d'unité dépendant du réglage de l'instrument, comme nous le verrons bientôt.

Toute la difficulté du maniement est donc de suivre exactement le contour du diagramme, c'est à quoi l'on arrive avec un peu d'exercice.

Voyons maintenant le second cas : les dimensions du diagramme exigent que la pointe A soit placée à l'intérieur de ce diagramme. On opère alors exactement comme dans le premier cas, seulement on ajoute au résultat la surface d'un cercle dont le rayon dépend de la longueur donnée à la branche BC, comme va nous le montrer la théorie qui suit. La surface du cercle est, du reste, indiquée sur la branche de l'instrument pour quelques positions du point B.

Théorie du planimètre. — Dans le mouvement que l'on imprime au planimètre, l'extrémité B, de la branche BC, décrit la circonférence de rayon AB, tandis que l'autre extrémité C, de cette même branche, suit la courbe c Q R S. Ne considérant qu'un déplacement infiniment petit, supposons (fig. 373) que le point B passe en B' et le point C en C' ; la droite BC restant invariable de longueur, on a, sur la figure :

$$\text{Surf. ABC} = \text{surf. ACC'} + \text{surf AC'B'} - \text{surf. ABB'} - \text{surf. BCC'B'} \ldots (a).$$

Désignons la surface ABC par S, puis respectivement par $d\varphi$ et $d\alpha$ les angles infiniment petits CAC', BAB'.

Nous avons :

$$\text{Surf. ACC'} = \frac{1}{2}\rho^2\, d\varphi$$

$$\text{Surf. AC'B'} = S + dS$$

$$\text{Surf. BAB'} = \frac{1}{2} r^2\, d\alpha$$

et il reste dans l'équation (a) à exprimer la surface BCC'B'. A cet effet, menons par le point B la droite d B c, parallèle à B'C', et appelons $d\,\omega$ l'angle CB c. On a :

$$\text{Surf. BCC'B'} = \text{surf. BC}c + \text{surf. B}c\,\text{C'B'}$$

aux infiniment petits du second ordre près. Or, surf. BC*c* $= \frac{1}{2}$ $l^2\, d\omega$. Il reste donc à évaluer le parallélogramme B*c*C'B'. Il vaut $l \times$ BE, BE pouvant s'exprimer en fonction du roulement à la circonférence du tambour, c'est-à-dire en fonction de la lecture que l'on fait sur l'instrument. La branche BC, en effet, pour passer en B'C', peut d'abord tourner autour d'une perpendiculaire au plan du papier en B de l'angle $d\omega$, ce qui fait tourner le tambour, placé en D, de gauche à droite de $a d\omega$; elle peut aussi être transportée, normalement à sa direction, de BC en EC', ce qui fait rouler le tambour de droite à gauche de BE; enfin, on peut la faire glisser le long de BC'', d'une longueur égale à C''C' ou EB', ce qui ne fait pas tourner le tambour sur son axe, de telle sorte que ce tambour a roulé réellement de BE $- a d\omega$.

Si donc nous appelons $d\beta$ l'angle dont il a définitivement tourné, et r_1 son rayon, nous avons :

$$\text{BE} - a d\omega = r_1\, d\beta$$

ou

$$\text{BE} = a d\omega + r_1\, d\beta$$

et, par suite :

$$\text{Surf. BCC'B'} = \frac{1}{2} l^2\, d\omega + l\,(a d\omega + r_1\, d\beta);$$

si nous portons alors les différents résultats dans l'équation (*a*), il vient :

$$\text{S} = \frac{1}{2}\rho^2\, d\varphi + \text{S} + d\text{S} - \frac{1}{2} r^2\, d\alpha - \frac{1}{2} l^2\, d\omega - l\,(a d\omega + r_1\, d\beta) \ldots\ (a').$$

D'où l'on tire :

$$\frac{1}{2}\rho^2\, d\varphi = \frac{1}{2} r^2\, d\alpha + \frac{1}{2} l^2\, d\omega + la\, d\omega + l.r_1 d\beta - d\text{S} \ldots\ (a'')$$

et, par conséquent :

$$\sum_{\text{position ABC}}^{\text{position ABC}} \frac{1}{2}\rho^2\, d\varphi = \frac{1}{2} r^2 \sum_{\text{ABC}}^{\text{ABC}} d\alpha + \frac{1}{2} l^2 \sum_{\text{ABC}}^{\text{ABC}} d\omega + l.a. \sum_{\text{ABC}}^{\text{ABC}} d\omega + l.r_1 \sum_{\text{ABC}}^{\text{ABC}} d\beta - \sum_{\text{ABC}}^{\text{ABC}} d\text{S} \ldots (b)$$

Ce résultat obtenu, distinguons les deux cas énoncés ci-dessus.

1[er] *cas.* — Le point A est en dehors du diagramme.

Le premier membre de l'équation (*b*) représente alors l'aire

cherchée du diagramme et que nous avons appelée A. On voit aisément que tous les termes du second membre sont nuls, sauf le quatrième, qui vaut $l.\ r_1\ \beta$, β étant l'angle dont a tourné le tambour. On obtient donc :

$$A = l.\ r_1\ \beta$$

c'est-à-dire que *l'aire cherchée est égale à la longueur de la branche multipliée par le roulement du tambour à sa circonférence.*

2e *cas.* — Les dimensions du diagramme exigent que le point A soit à l'intérieur de ce diagramme.

Il n'y a alors que le dernier terme du second membre de l'équation (*b*) qui disparait, et cette équation donne :

$$A = \frac{1}{2} r^2 .\ 2\pi + \frac{1}{2} l^2 .\ 2\pi + l.a.\ 2\pi + l.\ r_1 .\ \beta.$$
$$A = l.\ r_1 .\ \beta + \pi\,(r^2 + l^2 + 2\ a.l.)$$
$$A = l.\ r_1 .\ \beta + \pi .\ \overline{AF}^2$$

AF étant construit comme l'indique la figure.

Cette relation fait voir que l'aire cherchée est égale au produit $l.\ r_1\ \beta$ augmenté de la surface du cercle de rayon AF, c'est-à-dire de la distance qui sépare le point A de C quand la tranche du tambour passe en A.

Cette distance AF a une valeur particulière pour chaque position du point B le long de la tranche BC, et la surface du cercle de rayon AF est indiquée sur cette branche pour plusieurs positions de B.

Réglage du planimètre. — Pour régler l'instrument, il suffit de donner à la branche BC une longueur convenable, c'est-à-dire telle qu'avec cette longueur l'instrument indique la mesure, ***en unités choisies***, d'une surface connue d'avance. Ainsi, par exemple, si l'on veut que le planimetre donne des centimètres carrés, on réglera la longueur de la branche BC, à l'aide de la vis de rappel G, de façon à trouver exactement 100 quand on mesure un diagramme formé par un carré d'un décimètre de côté. Nous disons un carré, parce que ce diagramme est facile à construire d'abord, puis ensuite à suivre avec la pointe C, en se servant de cette pointe comme d'un crayon que l'on fait glisser le long d'une règle appliquée successivement suivant chaque côté du carré.

428. — *Déterminer l'espace occupé par une route ou une rivière.*

1° Partager cet espace en parties rectangulaires ou trapézoïdales et les calculer;

2° Considérer la bande sinueuse qui représente la route ou la rivière, comme un rectangle ayant pour base la longueur développée de la bande, et pour hauteur sa largeur moyenne. On obtient le développement des courbes de route ou de rivière, en les fractionnant en parties sensiblement rectilignes, que l'on présente ensuite à l'échelle.

On peut aussi faire usage du ***compteur à roulette*** de ***Dupuit*** (fig. 374, pl. XXIX). Cet instrument se compose essentiellement d'une roulette RR, dont la circonférence, qui est graduée, mesure un décimètre de longueur. Ce cercle métallique est enchâssé dans une fourchette FF, et peut tourner autour de l'axe *a a*. Cet axe porte un pignon à *six* dents *pp*, qui engrène avec une roue de *soixante* dents *r*; celle-ci entraîne une aiguille qui se meut sur un cadran.

En promenant la roulette sur les longueurs à mesurer, celles-ci se cumulent et l'on en obtient le développement : 1° par le nombre de tours de la roulette (l'aiguille du cadran fait un tour, pendant que la roulette en fait dix); 2° par la fraction de tour indiquée par la division de la roulette qui se trouve en face de l'aiguille A qui prolonge la fourchette.

Evaluation des surfaces par le calcul.

429. — La mesure des surfaces d'après les plans ne peut pas donner des résultats très exacts : l'échelle, en effet, ne procure pas une précision suffisante, les constructions ne donnent pas des intersections assez nettes pour permettre d'obtenir la superficie d'un terrain avec l'approximation voulue; généralement donc, on demande aux calculs la précision que les procédés géométriques refusent.

Ici encore, on subdivise la surface du terrain en triangles et en quadrilatères, mais on les calcule *trigonométriquement*, en se servant des seuls côtés et des seuls angles mesurés sur le terrain.

Ainsi, par exemple, si l'on connaît les trois angles et un côté d'un triangle, on posera sa surface égale à *la moitié du produit du carré du côté connu, par les sinus des deux angles adjacents, divisé par le sinus de l'angle opposé* (fig. 375, pl. XXVIII).

$$S = 1/2 \frac{c^2 \times sin.\ B \times sin.\ A}{sin.\ C.}$$

Un quadrilatère dont on connaît les diagonales et l'angle qu'elles comprennent a pour superficie *la moitié du produit de ces deux lignes par le sinus de l'angle compris*.

Ces exemples suffisent pour montrer que l'évaluation des surfaces, d'après leurs dimensions naturelles, relève exclusivement de la trigonométrie.

§ 4. TRANSFORMATION ET DIVISION DES SURFACES.

430. — La deuxième partie de l'arpentage a pour but de diviser et de transformer des propriétés, d'après des conditions données. Dans cette partie, comme pour l'évaluation des surfaces, on peut chercher la solution des problèmes, soit par des procédés purement graphiques, soit par le calcul.

La première de ces deux méthodes exige la construction, à une grande échelle, du plan du terrain proposé. En général, elle ne peut s'appliquer qu'aux propriétés de faibles dimensions. La seconde méthode est plus exacte, souvent plus expéditive et applicable à tous les cas; elle est donc préférable à la précédente; cependant, malgré tout l'intérêt qu'elle présente, nous devons, pour rester fidèles à notre programme, passer sous silence la méthode trigonométrique.

431. — *Partager un triangle* ABC (fig. 376, pl. XXVIII) *en* 4 *parties équivalentes, les lignes de limite devant aboutir en* A.

Diviser BC en 4 parties égales et joindre les points D, E, F, au sommet A : les triangles qui en résultent ont même base et même hauteur; ils sont donc équivalents.

432. — *Diviser un triangle* ABC (fig. 377) *en parties proportionnelles à m, n, p.*

Partager BC en 3 parties CE, ED, DB qui soient entre elles :: ***m*** : ***n*** : ***p*** et joindre A, E; A, D : les triangles *a, b, c*, répondent à la question.

433. — *Partager un triangle* ABC (fig. 378, pl. XXIX) *en* 3 *parties équivalentes, par des lignes parallèles à l'un des côtés* BC.

Sur AB comme diamètre, tracer une demi-circonférence BVA; diviser AB en trois parties égales AD, DE, EB; élever par

les points de division D, E, les perpendiculaires DM, EN ; joindre M et N au sommet A ; de A comme centre, avec AM et AN comme rayons, décrire les arcs MG, NH ; mener GR, HS parallèles à BC : les trois parcelles *a*, *b*, *c* sont équivalentes.

En effet : les triangles semblables GAR, BAC sont entre eux comme $\overline{AB}^2 : \overline{AG}^2$; mais $\overline{AG}^2 = \overline{AM}^2 = AB \times AD = AB \times \frac{AB}{3} = \frac{\overline{AB}^2}{3}$. On a donc $BAC : GAR = \overline{AB}^2 : \frac{\overline{AB}^2}{3}$, c'est-à-dire que la parcelle triangulaire *a* est bien le tiers de ABC.

Si l'on considère BAC, HAS, on a : $BAC : HAS = \overline{AB}^2 : \overline{HA}^2 = \overline{AB}^2 : \overline{AN}^2 = \overline{AB}^2 : AB \times AE = \overline{AB}^2 : AB \times \frac{2AB}{3} = \overline{AB}^2 : \overline{AB}^2 \times \frac{2}{3}$. La somme des deux surfaces *a*, *b*, est par conséquent équivalente à $\frac{2\ BAC}{3}$; d'où il résulte $a = b = \frac{BAC}{3}$; et partant, $BHSC = \frac{BAC}{3}$.

434. — *Partager un terrain de forme triangulaire en trois parcelles équivalentes, par des perpendiculaires à la base* AB (fig. 379).

Supposons le problème résolu, et soient DF, EG, les deux perpendiculaires cherchées. On a $AF \times DF = \frac{AB \times CK}{3}$; mais $AF : AK = DF : CK$, d'où $DF = \frac{AF \times CK}{AK}$.

En remplaçant, dans la première égalité, DF par sa valeur, on obtient $AF \times AF \times \frac{CK}{AK} = \frac{AB \times CK}{3}$, ou $\overline{AF}^2 = \frac{AB \times AK}{3}$.

On trouverait de même $\overline{BG}^2 = \frac{AB \times BK}{3}$.

Ces deux formules donnent la position des pieds des deux perpendiculaires demandées.

435. — *Trouver dans un triangle un point intérieur* O, *tel que les parties* AOC, AOB, BOC *soient équivalentes* (fig. 380).

En supposant le problème résolu, on a : $AB \times \frac{h}{2} = \frac{ABC}{3}$, d'où $\frac{h}{2} = \frac{ABC}{3AB}$, et $BC \times \frac{h'}{2} = \frac{ABC}{3}$, d'où $\frac{h'}{2} = \frac{ABC}{3BC}$.

Les hauteurs h et h' étant données par ces égalités, mener Aa $= h$, perpendiculaire à BA, et C$c = h'$, perpendiculaire à BC; par les points a et c, conduire des parallèles à BA, BC : leur intersection donne le point O; en le joignant aux sommets A, B, C, le partage est effectué.

436. — *Diviser* ABDC *en deux parties proportionnelles à m et n, par une droite partant du sommet* D (fig. 381).

Soit DE la ligne de partage cherchée; on a EDC : ACDB $= n : m + n$ d'où EDC $= \frac{\text{ABCD} \times n}{m + n}$. Connaissant ainsi la surface du triangle EDC, on pose EC $\times \frac{\text{DK}}{2} =$ EDC d'où EC $= \frac{2\ \text{EDC}}{\text{DK}}$, formule qui fait connaître la position du point E.

437. — *Partager un quadrilatère* ABCD *en deux parties proportionnelles à m et n, par une droite partant d'un point* Q, *pris sur* AB (fig. 382).

Soit QR la droite cherchée. Joignons D, Q; on a QRDA : ABCD $= n : n + m$, proportion qui nous donne QRDA. L'aire AQD peut se calculer directement; donc, QRDA — AQD = QRD est une quantité connue; mais QRD $= \frac{\text{RT}}{2} \times$ QD : on en conclut RT $= \frac{2\ \text{QRD}}{\text{QD}}$. Au moyen de la hauteur RT ainsi calculée, élever DV = RT perpendiculaire sur QD; mener VR parallèle à DQ: le point R appartient à la ligne cherchée.

438.—*Partager le polygone* ABCDE (fig.383) *en deux parties proportionnelles à m et n.*

On procède ici par tâtonnements : — Calculer la superficie ABCDE. — Tracer CR dans la direction de la ligne qui doit faire le partage. — Déterminer la surface ABCR. — Généralement elle ne satisfera pas à la question ; supposons qu'il faille y ajouter une quantité q. — La véritable ligne de division HP devant être parrallèle à CR, on a $q =$ VS (distance des milieux des deux côtés PC, HR), multipliée par h. — Prendre pour SV une longueur *convenable*. — Déterminer h par la formule $h = \frac{q}{\text{SV}}$. — Élever RZ $= h$ perpendiculaire à RC et conduire ZP parallèle à RC. — Si la droite HP ne résout pas le problème, calculer HRCP, comparer cette surface à q et cher-

cher ensuite une nouvelle valeur de h, en élevant ou en abaissant la ligne VS, selon que HRCP est ou trop fort ou trop faible.

439. — *Redresser la limite sinueuse comprise entre* A *et* B (fig. 384), *de manière que ses extrémités ne changent pas de position.*

— Joindre les extrémités A, B. — Lever les sinuosités au moyen des ordonnées dessinées sur la figure. — Calculer la surface S de ANDMB. — Substituer à celle-ci un triangle tel que ADB, ayant pour superficie S, et pour base BA. — Calculer la hauteur x de ce triangle, par la formule $x = \frac{2\,S}{AB}$. — Tracer VDK parallèle AB et à une distance x de cette base. — Choisir sur VK le point qui, joint à B et A, satisfait le mieux aux intérêts des parties.

440. — *Redresser la limite sinueuse* AMNB, *le point* B *ne pouvant pas changer, et le point* D *devant se trouver sur une ligne* AZ (fig. 385).

Calculer la superficie S, de AMNB et l'attribuer au triangle cherché. — Déterminer h par la relation $h \times \frac{AB}{2} = S$. — Élever sur AB la perpendiculaire $AV = h$ et mener VK parallèle à BA.—Joindre le point D (où VK coupe AZ) au point B ; DB est la ligne de compensation demandée.

441. — *Redresser* ARMB *par une parallèle à* BA (fig. 386).

Calculer la surface S de ARMB. — Mesurer une ligne PS judicieusement choisie et parallèle à BA. Estimer h au moyen de l'égalité $S = PS \times h$. — Construire un trapèze tel que ADCB ayant AB pour une de ses bases, et h pour hauteur. — Voir de combien sa surface s'écarte de S, et abaisser ou élever PS d'après la différence trouvée. — Au bout de deux ou trois tâtonnements, on arrive à la véritable valeur de h.

442. — *Remplacer la ligne sinueuse* ABONMCTK *par une ligne brisée* (fig. 387).

Joindre CB et CF. — Déterminer la superficie de CMNOB. — Lui substituer la surface équivalente CDB. — Remplacer de même la figure FCEK par le triangle FEC, et la courbure FRSA, par les droites IF, IA ; AIFECDB sera la nouvelle ligne de séparation des deux propriétés.

Ces problèmes suffisent pour indiquer la marche à suivre dans les cas les plus usuels de l'arpentage.

LIVRE III

NIVELLEMENT

CHAPITRE I

Théorie générale.

§ I. OBJET DU NIVELLEMENT. — PLANS GÉNÉRAUX DE COMPARAISON.

443. — La planimétrie donne la projection horizontale, c'est-à-dire la position *en plan* des points à considérer sur le terrain, mais elle ne fait connaître ni la longueur absolue des lignes, ni les formes du sol, ni la rapidité des pentes, ni la hauteur des sommets, etc. Il faut, pour arriver à ce résultat, compléter la description en déterminant l'élévation des points du terrain par rapport à une même surface de *repère*. Les opérations du *nivellement* ont pour objet de calculer cette élévation ou de comparer entre elles les hauteurs, ou plutôt les différences de hauteur de deux ou d'un plus grand nombre de points.

Si, après avoir imaginé la surface du sol projetée sur un plan horizontal choisi arbitrairement au-dessus ou au-dessous du terrain considéré, nous supposons que l'on puisse mesurer les perpendiculaires projetantes, les longueurs obtenues donneront évidemment, par de simples soustractions, la quantité dont tel point est plus haut ou plus bas que tel autre.

444. — Soient donnés, par exemple, les points A, B, C (fig. 388), et un plan horizontal HH, sur lequel nous abaissons les perpendiculaires A*a*, B*b*, C*c*, respectivement égales à $5^m,94$; $2^m,35$; $7^m,28$. Le point B, dont la cote de hauteur est inférieure à chacune des deux autres, se trouve être plus élevé que A et C. Pour la même raison, l'élévation de A dépasse celle de C. Inversement, si l'on rapporte ces mêmes points à un plan horizontal

H'H', situé au-dessous d'eux, on voit que plus les cotes de hauteur sont relativement faibles, moins les points correspondants sont relativement élevés.

Le parallélisme des plans HH, H'H' entraîne l'égalité des droites *aa'*, *bb'* et *cc'*, de sorte que pour A et B, par exemple, on a $Bb' - Aa' = (bb' - 2^m,35) - (aa' - 5^m,94) = bb' - aa' + 3^m,59 = 3^m,59$. Cette différence d'élévation entre A et B est précisément celle que nous venons de trouver, en rapportant ces points au plan HH.

Si A et B étaient situés l'un au-dessus du plan HH de comparaison (fig. 389), l'autre au-dessous, leur différence de hauteur s'obtiendrait en ajoutant les cotes.

Il n'est pas difficile, connaissant l'élévation de plusieurs points par rapport à un plan horizontal, de trouver leurs cotes relativement à tout autre plan horizontal connu de position. Veut-on, par exemple, faire ce calcul pour A, B, C (fig. 388), en supposant H'H' situé à 10^m au-dessous de HH ? On pose :

$Aa' = 10^m - 5^m,94 = 4^m,06$; $Bb' = 10^m - 2^m,35 = 7^m,65$; $Cc' = 10^m - 7^m,28 = 2^m,72$.

445. — Sans la précaution de choisir le plan de comparaison de manière à laisser du même côté les points dont on s'occupe, il se produirait deux catégories de cotes, circonstance toujours incommode dans la pratique. Lorsque ce cas se présente, on affecte du signe — les cotes qui se trouvent du côté du plan où elles sont le moins nombreuses ; on les dit alors *négatives*. Dans les calculs, elles se comportent, relativement aux cotes ordinaires ou *positives*, d'une manière exactement inverse : ainsi, la différence de hauteur entre A et B (fig. 388) s'obtient par une soustraction, tandis que si l'une des cotes était négative (fig. 389), il faudrait en faire la somme.

446. — SURFACES, LIGNES, POINTS ET COTES DE NIVEAU. — On pourrait adopter pour plan de comparaison d'un lever topographique, un plan horizontal pris à volonté ; mais pour plus de clarté et afin de pouvoir facilement comparer entre eux des nivellements exécutés à des distances quelconques les uns des autres, on n'admet généralement qu'une seule *surface de repère* (n° 449), et on la choisit telle, qu'en tous ses points elle soit perpendiculaire à la direction du fil à plomb. On donne, à la figure ainsi définie, le nom de *surface de niveau*. Une eau stagnante, un étang, un lac à l'état de repos sont de véritables sur-

faces de niveau; il en serait de même de l'Océan, si, toutes les causes perturbatrices suspendant leur action, ses eaux parvenaient à un complet équilibre.

En généralisant ces notions, on voit qu'une surface de niveau, considérée dans son ensemble, est une enveloppe fermée de toutes parts, affectant comme notre globe la forme sphéroïdale. En topographie, on est fondé d'admettre la parfaite sphéricité des surfaces qui répondent à la définition que l'on vient de lire.

447. — Deux surfaces de niveau M et N (fig. 390) sont parallèles et jouissent de propriétés identiques à celles des plans horizontaux HH, H'H', dont il a été question plus haut.

La surface N étant prise pour *plan général de comparaison*, les deux points A et B, qui appartiennent à la même surface de niveau, ont une même *cote* ou même hauteur verticale AD = BG, et sont dits de *niveau*.

Une ligne quelconque, située tout entière sur une surface de niveau, est une *ligne de niveau*.

Toute droite tangente à une surface de niveau est une *horizontale*.

448. — Les règles des n°s 444 et 445, relatives à la différence de hauteur entre deux points, à la manière de ramener des cotes à un plan quelconque de comparaison, à l'emploi du signe — dont sont affectés certains points qui se trouvent dans une position exceptionnelle, ces règles, disons-nous, s'appliquent entièrement aux cotes verticales *rapportées à une surface de niveau*. Deux dénominations seulement sont à transformer : plan horizontal de comparaison devient *surface de niveau* ou *surface de comparaison* ou *plan général de comparaison*; cote de hauteur se change en *cote de niveau*.

449. — Les services publics et les établissements géographiques adoptent ordinairement pour plan général de comparaison, le niveau des mers.

Les cotes de la carte de Belgique, dressée par l'Institut cartographique militaire, sont rapportées à la surface de niveau qui passe par la graduation 1^{m},6465 au-dessus du busc de l'écluse du bassin du commerce à Ostende. Cette surface est celle du *niveau moyen de la basse mer*, à Ostende, à l'époque des syzygies. L'administration des ponts et chaussées prend le point *zéro* à la

graduation $1^m,48$ de la même échelle, c'est-à-dire $0^m,1665$ au-dessous du point de départ adopté par l'Institut.

Le plan de comparaison adopté par le nivellement ***français*** est le ***niveau moyen des marées extrêmes dans la Méditerranée;*** il correspond à la division $0^m,40$ de l'échelle du port de Marseille.

Les altitudes des cartes de France, de Prusse, d'Autriche, de Bavière, de Suisse, etc., sont rapportées au ***niveau moyen des mers;*** la Belgique et l'Angleterre seules n'ont pas adopté cette convention.

« Les Anglais, par une anomalie singulière, sont partis d'une basse mer particulière, non pas même celle qu'on pourrait observer dans quelque port très fréquenté, mais de la basse mer, arrivée à une certaine époque, au pied d'un rocher désert de la côte du Kent. Toute la carte exécutée par leurs ingénieurs, et les innombrables nivellements de leurs chemins de fer, partent de l'hypothèse de ce zéro artificiel qu'il serait fort difficile de retrouver aujourd'hui. Ce point de départ est situé à environ 2^m70 au-dessus du niveau moyen de la mer (1).

Le nivellement belge a été relié aux nivellements français à Dunkerque, à Mézières et à Longwy; allemands de l'Institut géodésique à Venlo et Kaldenkirchen; allemands du grand état-major prussien à Eupen; hollandais à Venlo et à Terneuzen. Les raccordements se sont faits dans de très bonnes conditions et l'on a pu en déduire une première donnée sur les relations entre les niveaux moyens de la mer dans quelques ports. A Ostende, à Terneuzen, à Amsterdam et à Swinemünde, ce niveau moyen paraît être sensiblement le même; à Marseille, il y a une dénivellation de $0^m,73$, c'est-à-dire que le niveau moyen de la Méditerranée est à $0^m,73$ au-dessous du niveau moyen de la mer à Ostende.

§ 2. EXCÈS DU NIVEAU APPARENT SUR LE NIVEAU VRAI.

450. — Parmi les instruments qui servent à niveler, on distingue les ***niveaux*** : nous donnons au chapitre II ci-après la description ***détaillée*** des principaux d'entre eux. Nous nous bornerons à dire ici qu'à l'aide de ces appareils on peut diriger

(1) M. J.-C. Houzeau, *Histoire du sol de l'Europe.*

horizontalement un rayon visuel, ce qui permet à l'observateur de déterminer les points situés dans un plan horizontal donné.

Voici, sommairement, la manière d'employer les niveaux : on installe l'instrument en A (fig. 391), et l'on dirige un rayon visuel horizontal sur une mire *verticale* CB ; la différence CB — DA donne la *cote élémentaire* par rapport à l'horizontale DB.

Si le point B se trouvait sur la courbe du niveau DG déterminée par le point D, il suffirait, pour obtenir la différence de hauteur entre A et C, de retrancher la moindre des cotes verticales DA de la plus forte GC; mais DB est différent de DG, c'est pourquoi DB est appelée *ligne de niveau apparent*, le nom de *ligne de niveau vrai* appartenant à DG.

La différence entre les cotes verticales BC et GC, fournies respectivement par le niveau apparent et le niveau vrai, constitue l'*excès du niveau apparent sur le niveau vrai* ou l'*erreur due à la sphéricité de la terre*, ou, par abréviation, l'*erreur de sphéricité*.

451. — Calculons cette quantité. Soient DGXR (fig. 391) le cercle obtenu en conduisant un plan selon DGC, et BG, l'excès du niveau apparent DB sur le niveau vrai DG. Prolongeons BC jusqu'en R. La tangente DB est moyenne proportionnelle entre la sécante entière BR et sa partie extérieure BG; on a donc :

$$\overline{DB}^2 = BR \times BG.$$

d'où $BG = \frac{\overline{DB}^2}{BR} = \frac{\overline{DB}^2}{GR + BG}$. Le rayon de la terre correspondant à notre latitude est d'environ 6366198^m; d'autre part, BG est toujours, dans la pratique, une quantité extrêmement petite comparée au diamètre GR, on peut donc la négliger dans le second membre de la relation ci-dessus; partant il vient

$$BG = \frac{\overline{DB}^2}{GR} = \overline{DB}^2 \times \frac{1}{GR} = \overline{DB}^2 \times \frac{1}{12732396} =$$

$0{,}000000079 \times \overline{DB}^2$. (*a*)

Il en résulte que, pour une portée DB = 100^m, l'excès BG du niveau apparent sur le niveau vrai = 0^m,00079. Pour DB = 1000^m, la valeur correspondante de BG est de 0^m,079.

Ce haussement est donc insignifiant pour un nivellement de détails, mais il faudrait en tenir compte sur les longues visées.

Remarque.— La relation (*a*) n'est pas rigoureusement exacte, car les surfaces de niveau ne sont pas absolument sphériques (n° 446) : elles présentent une courbure légèrement différente suivant le point de l'horizon vers lequel est dirigé DB : de sorte que deux visées d'égale longueur, mais conduites l'une vers le nord, par exemple, l'autre vers l'est, n'auront pas le même excès de niveau. Le calcul prouve, qu'en raison de cette circonstance, la formule $\overline{DB}^2 \times \frac{1}{GR}$ donne des résultats douteux à partir des dixièmes de millimètre.

§ 3. ERREUR DUE A LA RÉFRACTION DE L'AIR.

452. — La correction précédente n'est pas toujours facile, parce qu'il coexiste une autre cause d'erreur, due à la réfraction du rayon visuel dans les couches d'air plus ou moins dense qu'il traverse.

Dans tout milieu homogène (non cristallisé), nous voyons chaque point d'un objet dans la direction de la droite qui le joint au centre de la pupille. Mais l'atmosphère n'est pas homogène : elle se compose de couches d'air dont la densité décroît ordinairement à mesure que leur distance à la surface terrestre augmente, de sorte qu'un rayon lumineux qui la traverse passe sans cesse d'un milieu dans un autre. Il subit donc une quantité de réfractions élémentaires qui le font dévier de sa direction rectiligne initiale et décrire une courbe dont la concavité est, en général, tournée vers le sol.

Cette propriété de l'air a pour effet de relever l'objet visé en le montrant à l'observateur dans la direction OR' (fig. 392) de la tangente au dernier élément de la courbe OR ; de là une seconde correction à faire subir aux cotes de niveau. Le point de mire étant vu en B, *tandis qu'il est en* M (fig. 391), il en résulte que l'excès BG du niveau apparent sur le niveau vrai, est ordinairement *trop grand* d'une quantité BM.

La valeur de l'angle de réfraction BDM est très variable : elle devient à peu près nulle par les temps chauds et pluvieux à la fois; elle augmente par les temps froids et les temps de brouillard. En général, on admet que, dans l'étendue des cas pratiques et dans les circonstances atmosphériques ordinaires,

la quantité BM est égale *au sixième de l'excès* BG *du niveau apparent sur le niveau vrai.*

Il est à remarquer que le rayon lumineux dévié reste toujours dans un même plan vertical, et que, partant, les angles horizontaux ne sont pas affectés de l'erreur de réfraction.

453. — *Application.* Soient DB = 1000^m et la hauteur de mire MC = $2^m,50$, on a

MC = hauteur de mire = ...	$2^m,50$
BG = excès du niveau apparent sur le niveau vrai ($0^m,000000079 \times 1000^2$) = . . .	$-0^m,079$
Reste.	$2^m,421$
BM = erreur de réfraction $= \frac{BG}{6} = \frac{0^m,079}{6} =$	$+0^m,013$
GC = ...	$2^m,434$

Par conséquent, la différence de niveau CP entre les points A et C est égale à GC — GP = $2^m,434$ moins la hauteur AD de l'instrument.

454. — Au moyen des relations $MG = \frac{5}{6} \times BG = \frac{5}{6} \times \frac{\overline{DB}^2}{2R}$ (R étant le rayon moyen de la terre), et $BM = \frac{\overline{DB}^2}{2R \times 6}$, on a formé la Table suivante dont la dernière colonne indique, pour les diverses valeurs de DB, la correction à faire subir aux hauteurs de mire lorsqu'on veut tenir compte à la fois de l'excès du niveau apparent et des élévations causées par la réfraction atmosphérique.

DISTANCE en mètres.	HAUTEUR du niveau apparent au-dessus du niveau vrai.	ÉLÉVATION du point de mire causé par la réfraction.	DIFFÉRENCE entre la hauteur du niveau apparent au-dessus du niveau vrai et l'élévation de la réfraction.
mètres.	mètres.	mètres.	mètres.
0	0.0000	0.0000	0.0000
20	0.0000	0.0000	0.0000
40	0.0001	0.0000	0.0001
60	0.0003	0.0001	0.0002
80	0.0005	0.0001	0.0004
100	0.0008	0.0001	0.0007
120	0.0011	0.0002	0.0009
140	0.0015	0.0002	0.0013
160	0.0020	0.0003	0.0017
180	0.0025	0.0004	0.0021
200	0.0031	0.0005	0.0026
220	0.0038	0.0006	0.0032
240	0.0045	0.0007	0.0038
260	0.0053	0.0008	0.0045
280	0.0062	0.0010	0.0052
300	0.0071	0.0011	0.0059
320	0.0080	0.0013	0.0067
340	0.0091	0.0014	0.0076
360	0.0102	0.0016	0.0085
380	0.0113	0.0018	0.0095
400	0.0126	0.0020	0.0106
420	0.0138	0.0022	0.0116
440	0.0152	0.0024	0.0128
460	0.0166	0.0027	0.0140
480	0.0181	0.0029	0.0152
500	0.0196	0.0031	0.0165

455. — *Remarque.* Il importe d'observer, à l'occasion de cette Table : 1° Qu'elle ne comporte pas, en ce qui concerne la quatrième et même la troisième décimale, un degré d'exactitude bien rigoureux ; 2° que dans les limites de distance où restent généralement les opérations d'un nivellement topographique, les corrections opérées au moyen de la troisième colonne n'affectent pas sensiblement les résultats ; 3° qu'au surplus, puisque ces corrections dépendent de la distance de l'observateur au point considéré, on peut s'en rendre indépendant au moyen d'une précaution qui sera indiquée bientôt (chapitre III).

—

CHAPITRE II

Description et usage des niveaux.

I. NIVEAUX D'EAU.

456. — Le *niveau d'eau* paraît être le plus ancien des instruments de nivellement connus (1). Il se compose essentiellement (fig. 393) d'un tube métallique AB, de 1^m à $1^m,30$ de longueur sur $0^m,02$ à $0^m,03$ de diamètre et dont les bouts, recourbés normalement, portent deux fioles de verre sans fond, de même calibre et ouvertes à leur partie supérieure; une douille conique K, soudée au milieu du cylindre AB, sert à fixer l'instrument sur un pied à trois branches, en lui laissant le jeu nécessaire pour tourner sur lui-même sans qu'il y ait ballottement. L'axe de rotation est perpendiculaire au plan CD déterminé par les bases des fioles. Celles-ci se remplissent d'eau jusqu'aux deux tiers environ de leur hauteur.

Pour la mise en station, on place la tige K verticalement: cette condition est suffisamment satisfaite si la hauteur d'eau ne change pas *sensiblement* lorsqu'on fait faire à l'instrument un tour complet d'horizon. Il faut au moins que le liquide, pendant ce mouvement, ne puisse atteindre le goulot, ni descendre sous le plan CD.

D'après la loi qui régit l'équilibre des liquides dans les vases communiquants, les surfaces libres, dans les deux fioles, appartiennent à un même plan horizontal ; il en résulte qu'un rayon visuel, mené tangentiellement à ces surfaces, est une horizontale.

(1) Les Romains qui, pour la conduite des eaux, ont fait des travaux immenses, exigeant une connaissance complète du terrain, se servaient, dans leurs nivellements, d'un instrument appelé *chorobate*, dont le principe est identique à celui du niveau d'eau.

Héron d'Alexandrie et Vitruve le décrivent. C'est vers le milieu du dix-septième siècle qu'on donna au niveau sa forme actuelle.

Dans toutes les positions du niveau, le plan qui contient les deux couches supérieures du liquide est toujours le même, car la partie CABD renferme constamment la même quantité d'eau, de sorte que la *somme* des deux colonnes formant le surplus est aussi une quantité *constante*. Or, les bases de ces colonnes, c'est-à-dire les sections droites des fioles, étant égales, la *somme* des hauteurs NC et N'D est invariable, et la longueur de la verticale $FE = \frac{NC + N'D}{2}$ ne change pas pendant les mouvements de rotation que l'on imprime à l'instrument; le point E est donc *fixe*, et comme il doit appartenir à tous les plans horizontaux déterminés par les deux surfaces libres du liquide, ceux-ci se réduisent, comme il est dit plus haut, à un seul plan horizontal.

457. — Pour pointer avec facilité, il faut se tenir à 1^m ou $1^m,50$ de la fiole oculaire. En effet, les couhces supérieures, obéissant à l'attraction moléculaire, se relèvent vers les parois du verre et forment deux *onglets* annulaires qui, vus à la distance de 1^m à $1^m,50$, paraissent comme deux traits noirs, suivants lesquels l'œil dirige avec assurance sa visée horizontale.

La figure 397bis, pl. XXXI, représente avec détail un niveau d'eau susceptible de se démonter en trois parties. Les fioles sont préservées par une sorte d'armature.

458. — Limite de l'emploi du niveau d'eau. — Dans la pratique, il existe toujours, relativement à la direction du rayon visuel, une incertitude due à l'épaisseur des onglets sur lesquels ce rayon s'appuie; il en résulte, sur la mire (fig. 395, pl. XXXI), un écart $vv' = e$ d'autant plus grand que le point visé est plus éloigné.

Soient *ab* une horizontale et *cd* la direction du rayon visuel, dans le cas d'une erreur *en moins* sur l'une des fioles, *en plus* sur l'autre. Les triangles semblables $mv'v$, mbd donnent $mv : vv' = mb : bd$; proportion qui devient, en supposant l'écart probable de visée $= 0^m 0005$ et en désignant par l la longueur de l'instrument, $mv : e = \frac{l}{2} : 0^m,0005$.

Si l'on veut, par exemple, que l'approximation du coup de niveau ne dépasse pas $0^m,02$, on obtient la portée maxima par

la relation $mv, = \frac{\frac{l}{2} \times 0^{m},02}{0^{m},0005} = 40 \times \frac{l}{2}$, c'est-à-dire que la distance de la mire au point de station ne devra pas excéder vingt fois la longueur du niveau. En général, *il faudra réduire les portées à* 25 ou 30^{m}.

459. — Vérification du niveau d'eau. — Cette vérification consiste à reconnaître si les deux fioles ont le même diamètre.

Le premier inconvénient résultant de l'inégalité des calibres, est d'avoir des onglets différents (1), ce qui ajoute à la difficulté de diriger un rayon visuel bien horizontalement.

Le second inconvénient est la variabilité qui se produit dans le niveau de l'eau, quand on fait décrire à l'instrument un tour d'horizon. Supposons (fig. 396, pl. XXX) le tube AB *incliné*, et soit XZ une horizontale déterminée par les onglets QP, ON. Faisons exécuter une demi-révolution au niveau en imaginant, pour un instant, le liquide congelé: dans cette hypothèse, les ménisques ON, QP viendront respectivement en Q'P', O' N' et l'on aura Q'E = N'K. Les choses étant ainsi, si l'eau reprend sa fluidité, le volume P'Q'EH sera évidemment plus que suffisant pour remplir l'espace KIO'N'; il y aura donc un excédent de liquide qui se répartira aux deux extrémités et qui déterminera un niveau Z'X', s'écartant d'autant plus de XZ, que l'instrument est plus incliné et la différence des diamètres des fioles plus sensible.

On peut d'ailleurs démontrer par le calcul que, par suite de l'inégalité des diamètres, la demi-somme des hauteurs de liquide dans les fioles, à chaque moment, n'est plus constante et que, partant, le plan X Z doit s'élever ou s'abaisser.

Soient $(D + d)$ et D les deux diamètres. Supposons que la fiole de plus grand diamètre s'élève dans la rotation d'une quantité h; l'autre s'abaissera de la même quantité (h). La première perdra un cylindre liquide exprimé par $\pi h (D + d)^2$, tandis que l'autre en gagnera un cylindre mesuré par $\pi h D^2$.

Il restera, par conséquent, un excédent de liquide $\pi h [(D + d)^2 - D^2]$ qui se répartira dans les tubes sur une égale hauteur x, et qui, par suite, occupera un volume $\pi x [(D + d)^2 + D^2]$.

(1) L'épaisseur de l'onglet est d'autant plus prononcée que le tube est plus étroit.

En égalant ces deux expressions, il vient:

$$\pi\, h\, [(D + d)^2 - D^2] = \pi\, x\, [(D + d)^2 + D^2]$$

ou $x = h \dfrac{2\, d\, D}{(D + d)^2 + D^2}$, ce qui peut se traduire, approximativement, par $x = h \dfrac{2\, d\, D}{2\, D^2} = h \dfrac{d}{D}$.

En faisant $d = 0^m001$; $D = 0^m,03$ et $h = 0^m,04$, on trouve $x = 0^m,00133$, erreur très faible eu égard à l'incertitude des lignes de visées.

Remarque. — Aucune erreur ne résulterait de ce fait si l'on pouvait, à chaque station, placer le niveau *parfaitement horizontal*, c'est-à-dire rendre la tige K (fig. 393) verticale ; mais la réalisation de cette condition n'est pas pratique; d'ailleurs, elle ne détruirait pas l'inconvénient relatif à l'inégalité des onglets : donc, *tout niveau dont les fioles ne sont pas de même calibre doit être rejeté.*

460. — On peut démontrer, par le calcul, que l'excentricité de la douille et l'inégalité des diamètres des fioles n'entraînent aucune erreur, lorsqu'on a soin d'établir exactement la verticalité de la tige de l'instrument, c'est-à-dire lorsque M′ R (fig. 397) se confond avec M′ N.

Il suffit, à cet effet, de prouver qu'après avoir exécuté une demi-révolution sur sa douille, l'horizontale P′Q′ est toujours à la même hauteur ou que mn = M′N, ce qui revient au même.

Faisons $m\, n = v'$ et $M'N = v$; appelons 2L la longueur du tube SE; $MM' = e$, l'excentricité; b et $n\, b$ les bases des fioles; H, H′, h, h', les hauteurs d'eau indiquées sur la figure; enfin désignons par α les angles égaux RM′N, BM′S, R′ m n, B′ m S′.

La masse d'eau contenue dans les deux fioles restant constante, nous avons :

$$n\, b \times H + b \times h = n\, b \times H' + b \times h'$$

ou bien : $$n\, H + h = n\, H' + h' \quad (a).$$

En remplaçant H, H′, h, h' par leurs valeurs en fonction de v, v' et α, il est évident que nous obtiendrons une relation qui nous permettra de conclure la condition nécessaire pour que la différence $v - v'$ soit nulle.

Mais $H = AS = AB + BS = RM' + BS$, et comme on a $RM' = \frac{\nu}{\cos\alpha}$ et $BS = M'S\ tg\ \alpha$, il vient $H = \frac{\nu}{\cos\alpha} + (L - e)\ tg\ \alpha$.

De même, on a :

$$h = CD - EC = M'R - EC = \frac{\nu}{\cos\alpha} - (L + e)\ tg\,\alpha.;$$

$$H' = m\,R' - C'E' = \frac{\nu'}{\cos\alpha} - (L - e)\ tg\ \alpha,$$

et $$h' = A'S' = A'B' + B'S' = \frac{\nu'}{\cos\alpha} + (L + e)\ tg\,\alpha.$$

En substituant ces valeurs dans l'égalité (*a*) on obtient :

$$\cos\alpha + n\,(L - e)\,tg\alpha + \frac{\nu}{\cos\alpha} - (L + e)\ tg\ \alpha = \frac{n\,\nu'}{\cos\alpha} - n(L - e)\,tg\,\alpha + \frac{\nu'}{\cos\alpha} + (L + e)\ tg\ \alpha;$$

$$\nu\left(\frac{n + 1}{\cos\alpha}\right) - \nu'\left(\frac{n + 1}{\cos\alpha}\right) = 2\,(L + e)\ tg\,\alpha - 2\,n\,(L - e)\ tg\,\alpha;$$

$$(\nu - \nu')\left(\frac{n + 1}{\cos\alpha}\right) = 2\,(L + e)\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - 2\,n\,(L - e)\,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha};$$

$$(\nu - \nu')\,(n + 1) = 2\,(L + e)\sin\alpha - 2\,n\,(L - e)\sin\alpha;$$

$$(\nu - \nu')\,(n + 1) = 2\,L\sin\alpha + 2\,e\sin\alpha - 2\,n\,L\sin\alpha + 2\,n\,e\sin\alpha;$$

$$(\nu - \nu')\,(n + 1) = 2\,e\sin\alpha(n + 1) - 2\,L\sin\alpha\,(n - 1);$$

$$\nu - \nu' = 2\,e\sin\alpha - 2\,L\sin\alpha\,\frac{n - 1}{n + 1}.$$

Cette dernière égalité montre que pour $\alpha = o$ on a $\nu = \nu'$, quelles que soient d'ailleurs les valeurs de n et e; on peut donc conclure que lorsque M'R est verticale, les erreurs provenant de l'excentricité du tube et l'inégalité des diamètres des fioles n'ont aucune influence sur l'horizontale fournie par l'instrument, qui reste constante.

La formule montre aussi que pour $e = o$ et $n = 1$, ν est égal à ν'; c'est, du reste, ce qui doit être, puisqu'alors l'excentricité est nulle et que les diamètres des fioles sont égaux.

461. — *Observations relatives au maniement du niveau d'eau.* — 1° Avant de se servir de l'instrument, il est utile de chasser les bulles d'air qui auraient pu rester dans la tige : enlever, à cet effet, le niveau de son pied ; boucher avec la main une des

fioles et dresser la colonne d'eau à peu près verticalement : dans cette position, les bulles d'air cédant à leur tendance de toujours gagner la surface du liquide, s'échappent par la seconde fiole ;

2° On voit plus distinctement les onglets ainsi que le point de mire, en dirigeant le rayon visuel tangentiellement non pas au même côté des verres, mais en le faisant passer à gauche du premier et à droite du second ;

3° Les fioles doivent être bouchées pendant le transport de l'instrument ;

4° Il sera également bon de s'assurer, durant les observations faites d'une même station, que les jointures des pièces ne laissent pas fuir le liquide, sinon les différentes horizontales ne seraient évidemment pas dans un même plan ;

5° Dans les instruments soignés, les verres sont garnis d'*obscurateurs*. On donne ce nom à des enveloppes cylindriques échancrées latéralement et ne laissant voir que les portions de la surface supérieure du liquide nécessaires pour diriger le rayon visuel. Lorsque la paroi intérieure de ces enveloppes est noircie, l'eau en reçoit un reflet noirâtre et tranche mieux dans l'atmosphère. Quelques opérateurs préférant la teinte rouge, l'obtiennent en appliquant un papier de cette couleur entre le verre et l'obscurateur. On arrive à des résultats analogues avec des niveaux ordinaires, en colorant l'eau avec du carmin ;

6° La pratique du niveau exige une bonne vue et une certaine justesse de coup d'œil ; c'est d'autant plus nécessaire que les onglets, étant inégalement distants de l'observateur, ne sont pas vus avec la même netteté. Si la vue de l'opérateur ne lui permet pas de pointer avec la précision désirable, il peut, d'après le conseil donné par M. Busson-Descars, faire faire les visées par un jeune paysan bien constitué : n'ayant pas la vue fatiguée par l'étude, celui-ci nivellera avec précision, d'un seul coup, deux points éloignés de 50^m ;

7° Les visées d'une même station doivent être faites par la même personne, deux observateurs prenant rarement les mêmes points des onglets pour déterminer le plan de niveau ;

8° Lorsqu'une station est de quelque durée, il convient d'avoir égard à l'évaporation de l'eau, si le soleil frappe l'instrument, où à l'augmentation du liquide, s'il pleut avec quelque abondance. C'est pour remédier à ces inconvénients que souvent les fioles sont munies de couvercles métalliques ;

9° En hiver, on se sert d'eau alcoolisée pour éviter la congélation.

Niveau d'eau à long tube.

462. — M. Blondat, ingénieur en chef des ponts et chaussées apporta, vers 1840, au niveau d'eau ordinaire plusieurs perfectionnements qui n'ont pas passé dans la pratique, mais qui n'en présentent pas moins d'intérêt. Voici comment il décrit d'abord le niveau à long tube :

Ce niveau, dit-il, n'est autre que le niveau d'eau actuellement en usage, mais établi sur des dimensions colossales (fig. 398 et 399, pl. XXXI). Le niveau d'eau ordinaire consiste, en effet, dans un tube de $1^m,20$ de longueur, pourvu à chaque extrémité d'un tube de $0^m,15$ de hauteur, tandis que le niveau que nous avons exécuté est formé d'un tuyau de 50 mètres de longueur, et de deux tubes verticaux en verre gradués, d'une hauteur de 2 mètres.

Le grand tube a, comme on le voit sur la figure 398, $0^m,014$ de diamètre intérieur; il est en toile doublée avec une feuille de gomme élastique, et soutenue dans sa rondeur par une spirale en fer étamé qui permettrait de le fouler aux pieds sans l'écraser. Pour le préserver de l'usure, on le revêt d'un étui ou enveloppe en grosse toile.

Les deux tubes verticaux sont enclavés dans des règles en bois divisées en mètres, centimètres et millimètres.

Ce niveau, tout rempli d'eau, est très maniable, puisqu'il ne pèse, y compris tout l'attirail, que 20 kilogrammes.

On voit que le haut des tubes verticaux est prolongé de $0^m,15$ en fer-blanc, pour former entonnoir et pour servir de réservoir dans le cas où l'ascension trop rapide de l'eau tendrait à dépasser la hauteur du tube.

La manœuvre se fait au moyen de quatre hommes, dont deux pour porter les tubes verticaux et deux pour soutenir et empêcher le tuyau de communication de s'user en traînant à terre.

La manière de se servir de cet instrument se devine sans explication. Le niveau s'établit instantanément dans les deux tubes verticaux et avec non moins de promptitude que dans les petits niveaux d'eau ordinaire.

Le remplissage, qu'il importe de faire sans lacune de vide ou d'air, s'exécute aisément en versant l'eau dans un des tubes verticaux et en ayant soin de disposer le grand tuyau, au moment

du versement, de manière que son développement aille toujours en s'élevant sans présenter de coudes descendants.

La sensibilité de cet instrument se reconnaît en approchant l'un de l'autre les deux tubes en verre. La moindre élévation de l'un se manifeste par une égale et subite ascension de l'eau de l'autre.

Les avantages qu'il présente sont nombreux et importants :

1° Les opérations, au moyen de ce niveau, ont la même exactitude que si l'on avait constamment un étang à sa disposition pour mesurer la différence de hauteur des deux points qu'il s'agit de comparer. Elles ne se ressentent pas, comme dans les instruments ordinaires, de la plus ou moins grande justesse du coup d'œil de l'opérateur ou du plus ou moins parfait règlement de leur mécanisme;

2° Il existe entre la cote du coup d'avant et celle du coup d'arrière, une relation telle que leur somme est constante, propriété précieuse, puisqu'elle sert d'avertissement, soit quand on a commis une erreur dans la lecture des cotes, soit quand le niveau est obstrué en dedans par une cause imprévue.

Cette propriété permet, quand on est pressé, de ne prendre qu'une cote à chaque station, ou donne un moyen de contrôle lorsqu'on les prend toutes deux;

3° Les opérations au moyen de cet instrument peuvent être continuées la nuit tout aussi bien que le jour, en employant une lumière à l'examen des cotes, ce qui n'est pas sans mérite pour les travaux des grandes villes. Les brouillards, le vent, la pluie et toutes les autres intempéries ne sont plus des causes d'interruption et d'arrêt pour le zèle de l'ingénieur, pressé d'arriver à la fin d'opérations de nivellement.

Les bois touffus ne ralentissent plus sa marche, il peut tenter mille tracés à travers les arbres et les taillis, sans être obligé de faire ces abatages à la hache, qui retardent les études et entraînent dans des indemnités considérables ;

4° Cet instrument résout aussi des questions qui n'ont jamais pu l'être par les instruments basés sur la rectilignité des rayons visuels. Il est, en effet, le seul qui soit susceptible d'être employé aux opérations judiciaires qui ont pour objet, soit le règlement des contestations relatives à des hauteurs d'eau, soit la fixation des droits d'usine ou d'arrosage. Les différentes cotes de hauteur qui servent à conclure le nivellement peuvent, en effet, être

consignées dans un procès-verbal signé de tous, sans qu'on soit obligé de s'en rapporter à la bonne foi et à la justesse du coup d'œil d'un seul arbitre.

La dépense d'exécution de ce genre de niveau est moins élevée que celle des niveaux ordinaires à bulle d'air ; elle consiste, savoir :

Robinets et raccords en cuivre des différentes parties du tuyau . . . . fr.	24
50^m de longueur de tube en gomme élastique de 0^m,012 de diamètre à fr. 2-50 (ceux employés aux essais ont coûté 4 fr., mais ils ont 0^m,014 de diamètre) . .	125
Tubes en verre appliqués contre les règles. . . .	12
Bénéfice d'artiste.	19
Dépense totale. . . fr.	180

La précision, l'exactitude des résultats, la célérité des manœuvres, la facilité d'opérer en tout temps, la nuit comme le jour, malgré les intempéries, à travers les bois et en rase campagne ou dans les galeries souterraines obscures, le bon marché, tels sont les avantages de l'instrument que nous venons de décrire.

Cet instrument peut être modifié en donnant au tube un diamètre de 0^{m}005 seulement et en le remplissant de mercure; il a été exécuté aussi sur ce système dans les essais qui ont été faits. Il devient alors susceptible d'être manœuvré pendant les plus grands froids de l'hiver, il est beaucoup plus portatif, mais il présente un inconvénient qui est l'augmentation de 100 francs pour achat de mercure, ce qui doit lui faire préférer les niveaux à eau.

463. — *Description d'un niveau à long tube à eau et à mercure.* — Nous avons obtenu un genre de niveau propre à mesurer de grandes différences de hauteur et à faire d'une seule station, en peu de temps, des profils en travers très compliqués, en appliquant, à une extrémité de notre tuyau de 50 mètres, un tube rempli de mercure, et, à l'autre extrémité, une boule métallique remplie d'eau.

Le tube à mercure est gradué à raison de 0^m,074 par mètre, qui est le rapport entre les pesanteurs spécifiques de l'eau et du mercure. Ce tube, ainsi que la boule d'eau, sont pourvus de soupapes qui permettent l'action de la pression atmosphérique.

La manœuvre de cet instrument est aussi des plus faciles. L'observateur (fig. 400) restant assis au point auquel il s'agit de rapporter le nivellement, tenant le tube à mercure entre ses mains, mesure l'ascension et la descente du mercure des hauteurs respectives des différents points sur lesquels il ordonne à l'aide de poser successivement la boule fixée à l'autre extrémité du tuyau.

Niveau d'eau à mire fixe et à pied montant et descendant.

464. — Ce niveau est le niveau d'eau ordinaire monté sur une tige susceptible d'être élevée ou abaissée à volonté, au moyen d'une crémaillère et d'une roue dentée manœuvrées par l'opérateur (fig. 401).

La mire à employer avec cet instrument peut consister en un simple jalon peint alternativement en rouge et en noir, sur une longueur de $0^m,50$.

Cet instrument présente les avantages suivants :

1° Suppression des signes du geste et de la voix, si fatigants pour ceux qui opèrent avec les niveaux ordinaires ;

2° Célérité et augmentation de précision dans les opérations ;

3° Dispense d'employer des aides lettrés, car les cotes de hauteur se lisent sur la tige graduée du niveau.

Niveau d'eau à double tube.

465. — Dans les opérations de longue haleine faites en pays de montagnes, on peut améliorer le niveau d'eau ordinaire par l'application d'un tube en fer-blanc (fig. 401), reliant l'extrémité supérieure des deux fioles. Ce lien permet de fermer toute issue à l'eau, rend l'instrument plus portatif et dispense de l'emploi des bouchons.

Un niveau d'eau ordinaire de ce système, mais dont le tube est plus court ($0^m,35$ à $0^m,40$), peut être employé avec avantage dans les reconnaissances de terrain (fig. 402).

§ 2. NIVEAUX A PERPENDICULE.

466. — Les *niveaux à perpendicule* sont fondés sur la propriété qu'a le fil à plomb de prendre une direction verticale sous

l'action de la pesanteur. Nous décrivons trois de ces instruments : le *niveau de maçon*, le *niveau de Bertren* et le *niveau à collimateur* du colonel *Goulier* (1).

Niveau de maçon.

467. — Le niveau de maçon ou de charpentier (fig. 403) se compose d'une équerre en bois ou en cuivre, de forme isocèle, au sommet de laquelle est suspendu un fil à plomb battant une traverse MN ; lorsque les pieds A, C reposent sur un appui horizontal, le fil vient se loger dans un trait FD, nommé *ligne de foi* et situé à égale distance de M et de N.

Cet instrument est surtout employé pour assurer l'horizontalité d'une direction. Dans le nivellement, on n'en fait guère usage que pour obtenir la différence de hauteur entre deux points *très rapprochés* ; exemple : soit à déterminer la différence d'élévation des points E et D (fig. 404) ; la règle BC étant placée horizontalement au moyen du niveau A, on mesure les quantités BD et CE sur des règles verticales : BD—CE donne la différence demandée.

Soit, comme second exemple, à chercher la hauteur relative des deux points A et B (fig. 405). Cheminant de A vers B, on place successivement le quadruple-mètre dans la position indiquée sur la figure, et l'on mesure, à chaque portée, les quantités CD, EF........ sur une règle graduée que l'on dispose verticalement ; la somme de ces hauteurs donne la différence de niveau entre A et B.

Exceptionnellement, on a employé le niveau de maçon pour niveler à d'assez longues distances ; on l'a alors monté sur une règle bien dressée RR (fig. 406, pl. XXXII), reliée à un trépied par un genou à coquilles, et l'on a adapté aux extrémités de RR, deux pinnules RN, RM, la première, percée d'une fenêtre *ff*, garnie de deux fils en croix, *ac*, *gh* ; la seconde, munie d'un trou oculaire *t*. L'instrument se met en station en amenant, par tâtonnement, le fil à plomb sur la ligne de foi : cette condition satisfaite, la direction du rayon visuel sera horizontale si, toutefois, le point de croisement des fils et l'oculaire sont également distants du plan RR.

(1) Le niveau à réflexion du colonel Burel, prendra sa place au tome II, chapitre du nivellement.

Cet appareil ne peut donner qu'une approximation grossière. Il ne présente d'ailleurs aucune commodité spéciale.

469. — Il existe une autre manière de faire servir le niveau de maçon à la détermination de la différence de niveau de deux points A et B (fig. 407) : on suspend l'instrument, renversé, au milieu d'un cordeau HH dont les extrémités sont attachées à des *boîtes* E, F, pouvant glisser le long des règles AX, BZ; lorsque le perpendicule fixé en *a* passe exactement par la ligne de foi *av*, les deux extrémités du cordeau déterminent l'horizontale P. La différence FB — EA est la hauteur du point A au-dessus de B (1).

470. — Vérification et rectification du niveau de maçon. — Le fil BP (fig. 403) doit couvrir la ligne de foi lorsque la base AC est horizontale. Si, pour vérifier cette condition, on ne dispose pas d'un plan parfaitement horizontal, on place l'instrument en ABC sur un plan incliné VZ, et l'on marque, en EG, la trace de BP sur la traverse; retournant ensuite le niveau bout pour bout, dans la position C'B'A', on marque un second trait HP' symétrique au premier E'G'. Les angles HB'I, ZVY, EBF, IB'E', sont égaux; si donc on posait le niveau sur l'horizontale VY, le fil devrait suivre la direction de la bissectrice B'R et couvrir la ligne de foi; partant, celle-ci doit joindre les milieux des bases du petit trapèze HP'G'E'. Lorsque cette condition ne se vérifie pas, on rectifie, soit en traçant une nouvelle ligne de repère, soit en faisant varier l'écartement des pieds A et C.

471. — Limite de l'emploi du niveau de maçon. — On ne peut guère apprécier la coïncidence du perpendicule avec le trait de repère qu'à $0^m,001$ près. Soient *gi* (fig. 408) cette erreur de lecture $= 0^m,001$, et *cb* l'écartement qui en résulte entre l'horizontale approchée *ac* et la réelle *ab*. Les deux triangles semblables *cab*, *gei* donnent :

$$gi : ie = cb : ab, \text{ où } 0^m,001 : ie = cb : ab.$$

Supposons qu'on demande la différence de niveau entre R et K, à $0^m,05$ près. Dans ce cas, la relation ci-dessus devient :

$$0^m,001 : ie = 0^m,05 : ab;$$

on a donc : $$ab = ie \times \frac{0^m,05}{0^m,001} = ie \times 50.$$

(1) Le niveau de maçon peut être également transformé en *éclimètre*. (*Voir* ci-après, chapitre IV).

Cette expression signifie que, dans notre hypothèse, les portées doivent être inférieures à 50 fois la longueur de *l'apothème ei* de l'instrument.

Conclusion. Le niveau de maçon ne saurait servir à faire un nivellement sérieux.

Niveau de Bertren.

472. — M. Bertren, chef de section aux chemins de fer russes, a imaginé un niveau à pendule qui permet d'opérer avec la plus grande célérité.

Il se compose d'une boule très pesante (fig. 409), supportant deux boules plus petites, susceptibles de se déplacer et qui servent à régler l'appareil. Cette masse est suspendue à une tige métallique *b* qui se termine par un miroir plan. L'ensemble oscille autour d'un axe à la Cardan. Lorsque le pendule est vertical, le miroir est horizontal.

Pour viser, l'observateur place l'œil dans le plan du miroir; lorsqu'il voit son image réfléchie, se confondre avec la ligne de foi du voyant, c'est que l'œil est bien dans le plan du miroir.

Le grand avantage de ces instruments, c'est de fournir non pas seulement une horizontale, mais bien un plan horizontal.

Niveau à collimateur du colonel Goulier.

473.— Ce niveau, dont la coupe est représentée en grandeur naturelle sur la figure 410, se compose d'un cylindre de cuivre contenant un pendule P, suspendu au chapeau B par une double articulation, que l'examen de la figure fera facilement comprendre. Ce pendule contient, à hauteur convenable, une cavité cylindrique FF′ munie à une extrémité d'une lentille I et à l'autre extrémité d'un verre dépoli V ; *m* est un fil de soie floche tendu horizontalement et placé de telle façon que son image paraisse se produire à 30ᵐ du niveau. Lorsque l'instrument est au repos, la partie inférieure U du pendule P est logée dans l'évidement L et la couronne supérieure repose en D : le pendule est alors complètement immobilisé. Après avoir fixé le niveau sur le trépied, au moyen de la vis *b*, tout en lui laissant la faculté de tourner autour de cette vis, on imprime au chapeau B un mouvement circulaire de droite à gauche; une vis force ce chapeau à prendre un mouvement héliçoïdal et, par suite, le pendule

soulevé de 7 millimètres devient complètement libre. Le collimateur se trouve alors placé devant les ouvertures F et F'.

S'étant assuré de la liberté des oscillations du pendule, on presse, d'une façon intermittente, sur le bouton b' qui, à l'aide d'un petit ressort, permet d'obtenir très rapidement l'immobilité du collimateur ; on vise ensuite par la fenêtre F, et l'on aperçoit à la fois dans le collimateur le fil horizontal m et, par la partie vide de la fenêtre,(le collimateur ne la bouche pas entièrement), la mire placée sur le point à niveler. Il suffit de faire placer la ligne du foi du voyant en concordance avec l'image du fil m, et de noter, comme on le fait toujours, à quelle division de la mire correspond le zéro du vernier. Il est bon, lorsqu'on déplace le niveau, de refermer le chapeau B.

Il nous paraît utile d'insister sur les avantages que présente ce niveau. Son petit volume (il a $0,^{m}14$ de hauteur) rend son transport très facile : on peut le porter en sautoir dans un étui de cuir. Il faut le briser ou tout au moins le secouer avec une violence extrême, pour le dérégler ; enfin, sa mise en station est très rapide. Quant à son degré de précision, il est supérieur à celui du niveau d'eau et il n'est pas douteux qu'entre des mains exercées, il ne soit égal à celui qu'on obtient avec les petits niveaux à bulle d'air et à pinnules.

§ 3. NIVEAU A BULLE D'AIR.

474. — Ce niveau (fig. 411) se compose essentiellement d'un tube de verre que l'on a fermé aux deux bouts avec la lampe d'émailleur, après l'avoir rempli d'un liquide fluide, de manière toutefois à y laisser un petit espace occupé par une *bulle d'air* ou de vapeur, sinon absolument vide.

En vertu de sa légèreté relative, la bulle se porte constamment vers le point le plus élevé du tube. Celui-ci est protégé, sur pres-

(1) D'après M. HOUZEAU (*L'Étude de la nature, ses charmes et ses dangers*, 1876), « les Arabes se servaient du niveau à bulle d'air, qui était une importation de l'Inde. »

La réinvention de ce niveau est due à THÉVENOT, savant parisien, qui en donna la première description dans le *Journal des savants*, nº du 15 novembre 1666. Mais ce n'est qu'un siècle plus tard (1768) que l'ingénieur français DE CHÉZY trouva le moyen de travailler l'intérieur des tubes et de leur donner une courbure parfaite.

que toute sa surface, par une armature, en cuivre, qui ne permet d'apercevoir le tube que par une sorte de fenêtre quadrangulaire.

Cette monture en cuivre est fixée sur une règle RR ou *patin*, de même métal et parfaitement dressée.

Si la capacité intérieure du tube était exactement cylindrique, il s'y formerait, une fois l'instrument disposé horizontalement, une bulle très allongée le long de la génératrice supérieure *vv* (fig. 412). A la *moindre* inclinaison, cette bulle se transporterait à la partie supérieure; elle serait «*folle*», et cette extrême mobilité rendrait le niveau trop sensible et même inutile, par l'impossibilité où l'on serait d'apprécier une très petite inclinaison de l'appareil. Afin de remédier à cet inconvénient, on donne au tube (fig. 413) une légère courbure : il se forme ainsi une bulle moins sensible et d'une longueur telle qu'on en peut voir facilement les extrémités *ee*.

475. — La couche de séparation *aa* de *l'index* et du liquide est horizontale; il en est de même de la tangente menée par le point de la surface correspondant au milieu de la bulle (1). La courbure du tube étant *régulière*, les points H et D, pris sur la surface inférieure, seront à égale distance de l'horizontale VX, par conséquent la droite ZK sera elle-même horizontale. Si donc le patin RR (fig. 411) est parallèle à la tangente menée au point N, milieu de la courbe intérieure du tube, il suffira de repérer la bulle en ce point, pour que la règle RR soit horizontale.

Sur la partie supérieure du niveau est gravée une échelle de divisions allant à gauche et à droite des traits *a*, *b* (fig. 411), entre lesquels la bulle vient se placer lorsque le patin est horizontal Ces divisions ont pour but de faire apprécier de combien l'index s'écarte de ses repères *a*, *b*, et faire juger, par son déplacement, des changements d'inclinaison.

Quand la bulle se trouve entre les repères de l'instrument, on dit qu'il est *calé*.

476. — *Sensibilité du niveau à bulle d'air*. — Plus son rayon de courbure est considérable, plus un niveau est sensible, c'est-à-dire plus grand sera le déplacement de l'index pour une inclinaison donnée. Quand le rayon est infini, on a un tube tout à fait cylindrique, et alors la bulle est *folle*. Dans certains

(1) On sait, en effet, que la tangente au point le plus élevé d'une courbe est une horizontale.

niveaux, l'index marche de $0^m,002$ à 0,003 par seconde (sexagésimale) d'inclinaison; cette sensibilité répond à un rayon de courbure de 413 à 619^m; elle peut être utile dans un observatoire, mais elle ne saurait servir sur le terrain, attendu qu'il serait impossible de rappeler la bulle exactement à ses repères et de l'y maintenir pendant la durée d'une station.

Les niveaux adaptés aux appareils géodésiques ont un rayon maximum de 60^m ; les rayons compris entre 15 et 30^m peuvent être considérés comme suffisants pour les instruments de la topographie.

La sensibilité d'un niveau dépend aussi de la longueur de la bulle : celle-ci éprouve d'autant moins de résistance à se mouvoir qu'elle est plus longue. Une très petite bulle serait toujours *paresseuse* ; même pour des inclinaisons bien accusées, on pourrait la voir rester stationner ou ne se déplacer qu'avec lenteur vers le point culminant : la bonne longueur paraît être de $0^m,025$ à $0^m,03$.

Afin de rendre l'index aussi mobile que possible, on doit choisir, pour remplir le tube, un liquide ***mouillant le verre*** et bien fluide, par exemple, l'alcool ou l'éther, et ne laisser dans l'espace libre que la vapeur même du liquide. On emploie rarement l'eau, qui se congélerait en hiver; on préfère l'alcool ou l'éther qui ont encore sur l'eau l'avantage de fournir une bulle plus épaisse se détachant plus nettement sur le verre.

Sous l'action de la température le liquide se contracte ou se dilate ; il en résulte que les dimensions ordinaires de l'index se modifient et que la sensibilité du niveau s'altère dans certaines circonstances de chaleur ou de froid.

477. — Vérification et rectification. — 1° La section transversale du tube doit être constante et sa section longitudinale parfaitement régulière (1), sinon la bulle serait capricieuse et sa longueur changerait à tout déplacement du niveau.

Cette condition essentielle se vérifie en amenant la bulle dans deux positions également distantes du point milieu M (fig. 414) : si sa longueur, mesurée à une échelle sensible,

(1) « Les procédés de fabrication découverts par de Chézy permettent de réaliser rigoureusement ces conditions.

» Pour donner une idée des différences qui peuvent exister entre des instruments dont souvent l'apparence est la même, nous dirons que le prix d'une fiole de niveau peut varier entre 0 fr. 50 et 600 francs. » (Bertrand).

reste invariable, on peut en conclure que le tube est bien *rodé* à l'intérieur.

2° L'index doit se trouver entre les repères quand le patin est horizontal. Supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et que le niveau, placé suivant VL, sur un plan légèrement incliné RK (fig. 415), montre la bulle entre ses repères H et I. Dans cette position, la droite PX, tangente au point M, milieu de la courbure *cd*, est une horizontale parallèle à RS, et fait par conséquent, avec RK, un angle *a* égal à l'angle de pente KRS du plan RK. En retournant exactement l'appareil bout pour bout, la bulle quitte ses repères H, I, et son milieu vient au point M', en se déplaçant d'une quantité MM' qui correspond à l'angle central MOM'. Or MOM', dont les côtés MO et M'O sont respectivement perpendiculaires à *n'm'* et à RS, est égal à l'angle $2a$ de ces deux droites; si donc on agit sur la *vis de correction* W de manière à faire arriver le milieu de l'index au point M" également distant de M et de M', on annule l'angle $m'n'r' = a$, et il est évident que si, après cette rectification, le niveau est posé sur un plan horizontal RS, la bulle viendra exactement se placer entre ses repères I et H, ce qu'il fallait obtenir.

Ce procédé de rectification s'énonce comme suit :

Observer la bulle avant et après le retournement, puis corriger la moitié de l'écart entre ses deux positions par les vis de l'instrument sur lequel est posé le niveau, et l'autre moitié par la vis de rappel du niveau même.

On n'arrive pas du premier coup à une rectification complète; on rend seulement l'instrument moins défectueux. C'est après plusieurs retournements que la bulle finit par rester immuable entre ses repères.

3° Les repères H et I (fig. 415) doivent être également distants, le premier du point *c*, le second du point *d*. Pour vérifier cette condition : produire le parallélisme entre la droite *nm* et le patin LV; placer le niveau en *mn* (fig. 414); marquer, au moyen d'un pinceau enduit de couleur, les deux extrémités *a* et *b* de la bulle; retourner l'instrument bout pour bout, et tracer de même deux traits fins en *a'*, *b'* : le milieu de l'intervalle *aa'* doit se trouver à égale distance des deux traits de repère gravés sur le tube.

478. — Emploi du niveau a bulle d'air. — Il sert à assurer l'horizontalité d'une ligne ou d'une surface plane. Il est en cela

bien supérieur au niveau de maçon : on peut en juger par la comparaison des limites d'emploi des deux instruments. Nous avons déjà fait usage de ce niveau pour mettre en station la planchette et la boussole ; on le trouve adapté à tous les appareils qui doivent servir aux nivellements de précision.

479. — LIMITE D'EMPLOI DU NIVEAU A BULLE D'AIR. — Soit $0^m,0005$ l'erreur *mn* (fig. 416) que l'on peut commettre dans l'appréciation de la position occupée par la bulle. La base *cb*, sur laquelle repose le patin, au lieu de se confondre avec l'horizontale *ca*, fera avec celle-ci un angle $bca = mon$, et les deux triangles semblables *mon*, *bca* donneront $ba : ca = mn : mo$ ou bien (en posant $ba = e$, $mo = r$, $ca = x$),

$$e : x :: 0^m,0005 : r, \text{ d'où } x = \frac{e \times r}{0,0005}. \quad (p)$$

Supposons $r = 30^m$, et admettons que l'approximation $e = 0^m,005$ soit suffisante, on a

$$x = \frac{0,005}{0,0005} \times 30^m = 10 \times 30^m = 300^m.$$

Pour $r = 50^m$, on obtiendrait $x = 10 \times 50^m, = 500^m$.

On le voit, plus r est grand, plus il est possible d'opérer exactement aux longues distances ; ce résultat vient corroborer ou plutôt démontrer la proposition énoncée au n° 476.

Il ne faut pas conclure de ces chiffres que les portées des niveaux *topographiques* à bulle et à lunette peuvent aller jusqu'à 500^m. Autant que possible, on restera dans les limites de 150 à 200^m, pour ne jamais dépasser 300^m. On remarquera, en effet : 1° que pour $e = 0^m,003$ et $r = 20^m$, la valeur de x de la formule (p) tombe immédiatement à 120^m ; 2° que l'erreur due à la réfraction de l'air est très inconstante ; 3° que le mécanisme du genou de l'instrument n'est jamais assez parfait pour permettre à la bulle de rester entre ses repères pendant un tour d'horizon. Or cet inconvénient entraîne un défaut d'horizontalité pouvant compromettre la justesse des nivellements à grandes portées ; enfin, 4° qu'un imperceptible défaut dans la construction de l'instrument auquel le niveau à bulle sert de régulateur, peut amener une erreur appréciable dans les longues visées.

480. — *Détails de construction du niveau à bulle* (1). — Nous avons admis, dans tout ce qui précède, que la courbure de

(1) D'après Laussedat, *Cours de géodésie de l'école polytechnique de* Paris.

la surface intérieure du niveau était parfaitement régulière, au moins à sa partie supérieure, où l'on observe la bulle. On employait autrefois, et l'on emploie encore aujourd'hui, mais seulement dans la fabrication des instruments de qualité médiocre, des tubes formés par le ramollissement du verre sous leur propre poids, lorsqu'ils ont été suspendus horizontalement par leurs extrémités. Une pareille courbure ne pouvait évidemment être régulière que par hasard. Pour l'obtenir d'une manière certaine, on a remplacé les tubes bruts par des tubes rodés, c'est-à-dire usés intérieurement et dans le sens longitudinal par le frottement du verre sur une tige métallique recouverte d'émeri.

Lorsque l'artiste croit le tube assez bien rodé, il trace la graduation en donnant aux parties égales une grandeur arbitraire; puis, après avoir rempli de liquide la plus grande partie du tube, dont il bouche provisoirement les extrémités, il le soumet à l'éprouvette, sorte de règle à laquelle on donne des inclinaisons connues en se servant de vis micrométriques. S'il trouve le niveau d'une sensibilité convenable et la courbure régulière, il ferme définitivement le tube en étirant les deux bouts à la lampe; après quoi, le niveau doit être éprouvé une dernière fois, pour voir si cette opération ne l'a pas altéré.

On a construit ainsi des niveaux très réguliers, sur lesquels une seconde sexagésimale correspondait à $0^m,002$ ou $0^m,003$, ce qui donnait un rayon de courbure de 400 à 600 mètres de longueur; mais, lorsqu'on dépasse une certaine limite, la trop grande mobilité de la bulle devient à son tour un inconvénient, en empêchant de bien observer. Les niveaux sur lesquels une seconde est représentée par $0^m,001$ environ, sont ceux dont l'emploi est le plus avantageux pour les appareils de précision, parce qu'ils ont une sensibilité suffisante et que la bulle atteint encore assez rapidement sa position d'équilibre.

Les tubes doivent être disposés dans leurs montures métalliques de telle sorte que les dilatations produites sur celles-ci par les changements de température puissent s'exercer librement et sans réagir sur la courbure.

On emploie des tubes d'un grand diamètre, et on laisse à la bulle assez de longueur pour atténuer, autant que possible, les effets de la capillarité. Les dilatations inégales du verre, du liquide et de la vapeur produisent, sur la longueur de la bulle, des changements sensibles, qui sont cependant sans inconvé-

nient, puisqu'on doit toujours observer les deux extrémités de la bulle, en supposant du moins que la courbure du tube ne varie pas.

§ 4. NIVEAUX A BULLE ET A LUNETTE.

481. — Ce genre de niveaux se compose essentiellement d'une lunette dont on rend l'axe horizontal, en se servant d'un niveau à bulle dont la tangente au milieu de l'arc compris entre les repères est parallèle à la ligne de visée de la lunette.

Avant de parler de la description et de l'usage des niveaux à lunette les plus répandus, nous allons expliquer, une fois pour toutes, comment on opère avec chacun des différents systèmes de calage des niveaux.

Voici trois procédés de calage adoptés par la maison *Sécrétan* de Paris.

1° *Calage à l'aide de deux ressorts et de deux vis.* — L'instrument est supporté par deux plateaux.

Pour rendre le plateau supérieur horizontal, on se sert de deux vis et de deux ressorts interposés entre les plateaux supérieur et inférieur. Les deux vis sont placées aux extrémités de deux rayons à angles droits l'un sur l'autre; les points où les ressorts soutiennent le plateau supérieur sont sur le prolongement des rayons passant par les pointes des vis. Il est clair, d'après cette disposition, que si l'on place d'abord l'axe de la lunette dans le plan vertical passant par un de ces rayons, rien ne sera plus aisé, en manœuvrant la vis correspondante, que d'amener le plateau à une disposition telle que la bulle d'air du niveau corresponde à son zéro de graduation; dans cette position la ligne passant par le pied de cette vis et l'extrémité supérieure du ressort correspondant sera horizontale. Si l'on fait la même opération relativement à l'autre rayon et si l'on s'assure ensuite que pendant cette seconde opération on n'a en aucune façon altéré les résultats de la première, qu'aucune circonstance étrangère n'a dérangé l'instrument, on aura la certitude que le plateau supérieur sera horizontal, puisqu'il comprendra dans son plan deux droites horizontales perpendiculaires entre elles.

2° *Calage à l'aide de deux vis et deux charnières.* — Dans ce cas, l'axe repose sur un premier plateau que supporte une charnière d'un côté et une vis de l'autre; cette charnière et cette vis

se rattachent à un second plateau mobile, aussi au moyen d'une charnière et d'une vis. Ce second système faisant avec le premier un angle de 90°, on a ainsi deux directions rectangulaires que l'on peut rendre horizontales afin que le pivot soit vertical.

3° *Calage à l'aide d'une base triangulaire à trois vis calantes.* — L'instrument est supporté par un seul plateau, monté par une douille sur un trépied formé de trois branches égales, faisant entre elles des angles de 120° et terminées par des écrous dans lesquels passent trois vis, dont les extrémités s'engagent dans les crapaudines fixées aux pieds à six branches. L'horizontalité du plateau étant établie à vue, on amène le niveau à bulle d'air dans une direction parallèle à celle donnée par deux des vis calantes que nous appellerons V_1, V_2, et en agissant sur l'une de ces deux vis, ou mieux sur les deux simultanément, mais en sens contraire, on amène la bulle entre ses repères. On place ensuite le niveau sur un diamètre perpendiculaire au premier, et au moyen de la vis V_3 (celle qui n'a pas encore servi) on ramène de nouveau la bulle entre ses repères. Il est évident que le plateau est alors horizontal, puisque deux lignes de son plan sont horizontales. Il est bon de répéter plusieurs fois l'expérience, pour assurer exactement l'horizontalité.

Ce dernier système de calage est le plus sûr, mais le plus coûteux.

Niveau à bulle et à lunette de Chézy.

482. — Le niveau de Chézy sert de transition entre le niveau à bulle et à pinnules (qui n'est plus usité aujourd'hui) (fig. 417), et les niveaux à lunette perfectionnés qui sont exclusivement employés maintenant dans les administrations publiques.

Le niveau de Chézy, dont nous donnons la théorie d'après le *Manuel de l'Ingénieur* par Debauve, se compose simplement d'une lunette (fig. 418) à laquelle est relié un niveau à bulle, l'ensemble étant supporté par un triangle métallique évidé, mobile autour d'un axe horizontal. Cette base reçoit son mouvement d'une vis horizontale *c*. L'appareil s'engage par une douille sur un bâton que l'on rend autant que possible vertical.

La ligne de visée ne reste pas toujours dans le même plan horizontal. Soit *i* l'angle du bâton avec la verticale ; l'axe optique de la lunette sera le plus élevé possible lorsqu'il se trouvera dans le plan vertical qui comprend l'axe longitudinal du bâton,

et il sera le plus bas possible dans la position qui est rectangulaire avec la précédente. Soit d la plus courte distance de l'axe horizontal de rotation et de l'axe optique de la lunette ; l'abaissement total, lorsqu'on passera de la première position ci-définie à la seconde, sera égal à $d\ (1 - \cos.\ i)$, ou bien $d \times 2\ \sin^2 \frac{i}{2}$, ou encore $d\ \frac{i^2}{2}$. Il est facile de trouver cette formule en se représentant les choses dans l'espace. Faisons $d = 0^m,08$, $i = \frac{1}{10}$, approximation facile à obtenir dans la pratique : on aura, pour la déviation verticale maxima de la ligne de visée, une quantité très faible, quatre dixièmes de millimètre.

483. — *Centrage de la lunette.* — L'appareil est construit de telle sorte que l'axe de figure de la lunette soit parallèle à l'horizontale de la bulle ; mais il ne faut pas oublier que la ligne de visée est dirigée, non pas suivant l'axe de figure, mais suivant l'axe optique, qui ne coïncide pas nécessairement avec le premier.

L'axe optique est déterminé par deux points : le centre optique de l'objectif et la croisée des fils du réticule.

Le centre optique de l'objectif devrait toujours se trouver sur l'axe de figure dans un appareil bien construit ; cependant, les meilleurs opticiens n'y arrivent pas toujours, et, généralement, le centre optique est en c (fig. 419), en dehors de l'axe de figure am.

La croisée des fils n'est pas non plus forcément sur l'axe de figure ; elle sera, par exemple, en r en dehors de am.

De sorte qu'avec un appareil disposé comme on le voit sur la figure 419, si l'on regarde une mire placée en b, on lira une cote trop faible bm', la cote vraie étant bm.

Pour rectifier l'appareil, c'est-à-dire pour centrer la lunette, on commencera par rendre bien horizontal le fil du réticule ; on monte l'instrument sur un pivot vertical, on vise un point dont l'image se fasse précisément sur le fil, et on fait tourner la lunette : le fil sera horizontal si, pendant le déplacement, l'image du point visé reste constamment sur ce fil. Lorsque la coïncidence n'a pas lieu, on l'établit en élevant ou en abaissant une des extrémités du fil au moyen de la vis de rappel à laquelle elle est fixée. (On voit sur la figure 418 trois des quatre vis de

rappel *v* qui, sur l'oculaire, correspondent aux quatre extrémités des fils du réticule.)

Le fil étant horizontal, on vise la mire et on note la cote *bm'*; on dessert les taquets *a* (fig. 418), qui empêchent la lunette de tourner autour de son axe de figure et l'on fait subir à la lunette une rotation de 180° autour de son axe de figure. La droite *rc* (fig. 419) prendra la position *r'c'*, symétrique de la première par rapport à l'axe de figure *am*, et on lira la cote *bm''*. Cette dernière dépasse la cote vraie *bm* d'une quantité *m''m*, égale à la quantité *mm'* dont la cote vraie dépasse la première cote trouvée *bm'*; on aura donc la véritable hauteur en prenant la moyenne arithmétique des élévations *bm'*, *bm''*.

Pour centrer la lunette, on fera mouvoir le fil horizontal de manière à amener la ligne de visée sur le point *m*. Le point *c* ne peut se déplacer, donc le point *r* vient en *q* et la ligne *cq* passe au point *m*. On a corrigé, avec le fil horizontal, la moitié de l'écart observé après le retournement de 180°.

On peut maintenant faire tourner la lunette autour de son axe de figure, et son axe optique décrira, autour de celui-ci, un cône de révolution dont le sommet sera toujours en *m*.

On voit, en définitive, qu'avec un appareil dont le centre optique de l'objectif se trouve en dehors de l'axe de figure, on ne peut obtenir le centrage que pour une distance donnée de la mire; pour toute autre distance, il faudrait recommencer le centrage.

Avec un appareil bien construit, le centrage serait fait une fois pour toutes.

Heureusement, nous venons de donner le moyen d'obvier au défaut de centrage, c'est de faire deux lectures, dans l'intervalle desquelles on imprime à la lunette une rotation de 180° autour de son axe de figure; la moyenne des deux lectures donne la cote vraie.

484. — *Rendre l'axe de figure de la lunette parallèle à l'horizontale de la bulle.* — Nous expliquons cette opération, comme la précédente, en nous servant du niveau de Chézy, mais il est bien entendu que l'on opérerait de la même manière pour les autres niveaux.

Amener la bulle entre ses repères (fig. 418) en faisant tourner l'appareil autour de l'axe horizontal *b*, au moyen de la vis *c*, et viser un point de la mire posée à une distance moyenne.

Faire tourner l'appareil de 180°, de sorte que l'objectif de la lunette est maintenant tourné vers l'observateur, et l'oculaire vers la mire; ouvrir les taquets *a*, soulever la lunette, la retourner de 180° dans un plan vertical, de manière à amener l'oculaire du côté de l'observateur, la remettre en place, ramener la bulle entre ses repères et regarder dans la lunette. Si l'image du point visé la première fois est encore à la croisée des fils, c'est que la lunette est réellement horizontale et avait bien son axe de figure parallèle à l'horizontale de la bulle; mais, généralement, il n'en sera pas ainsi, et l'on trouvera à la croisée des fils un autre point de mire.

Que s'est-il passé?

Dans la première observation, l'axe de figure de la lunette n'était pas parallèle à l'horizontale de la bulle; il était, par exemple, incliné d'un angle *a* au-dessus de l'horizontale; dans la deuxième observation, on a donné à l'axe de figure une position symétrique de la première par rapport à l'horizon, et il est maintenant incliné d'un angle *a* au-dessus de l'horizontale de la bulle. L'écart $m'm''$ observé sur la mire entre les deux observations correspond donc à un angle $2a$, et l'on aura corrigé le défaut de parallélisme, si l'on agit sur la vis de rappel du niveau à bulle, de manière à faire tomber la ligne de visée au milieu de l'intervalle $m'm''$.

Remarque. — Ici encore, la méthode de rectification de l'appareil donne, en même temps, une méthode d'élimination de l'erreur : elle consiste à faire deux pointés, dans l'intervalle desquels on fait subir à la lunette une rotation de 180° dans un plan vertical, et à prendre la moyenne des deux cotes observées; il est évident que l'appareil doit, lui aussi, recevoir dans l'intervalle des deux pointés, une rotation azimutale de 180, sans quoi l'observateur, lors du second pointé, aurait devant lui l'objectif au lieu de l'oculaire.

Pour la rectification que nous venons de décrire, il est indispensable que l'axe de figure de la lunette et l'horizontale de la bulle soient dans un même plan : c'est au constructeur de ne point perdre de vue cette importante condition.

485. — *Influence de l'inégalité des anneaux de la lunette.* — La lunette repose sur des étriers par deux anneaux, situés l'un près de l'objectif, l'autre près de l'oculaire. Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que l'axe de figure de la lunette

est parallèle aux génératrices par lesquelles s'établit le contact de la lunette et de ses étriers, c'est-à-dire que ces génératrices appartiennent à un cylindre de révolution, ou encore que les anneaux ont rigoureusement le même diamètre. Si cela n'est pas, les génératrices de contact appartiennent à un cône de révolution : elles ne sont plus parallèles à l'axe de figure puisqu'elles le rencontrent, et les vérifications précédentes deviennent illusoires, puisque leur point de départ est faux.

Cette inégalité des anneaux ne peut être corrigée que par le constructeur ; mais l'observateur peut la reconnaître comme suit : Soient deux points *a* et *b* dont il faut prendre la différence d'altitude : rectifier le niveau comme nous l'avons indiqué au paragraphe précédent, se placer au milieu de l'intervalle *a b* et chercher la différence de niveau des deux points donnés. Stationner ensuite en *a*, mesurer avec un fil à plomb la distance qui sépare du sol le centre de l'oculaire pour obtenir ainsi la cote de *a* ; celle de *b* s'obtient en visant une mire avec la lunette, et, si la distance est notable, on la corrige des erreurs dues à la réfraction atmosphérique et à la sphéricité de la terre ; on obtient par soustraction la différence d'altitude : si cette différence n'est pas t la même que celle qu'on a trouvée par la première , on en conclut que les anneaux ont des diamètres inégaux.

Cherchons l'influence numérique de cette inégalité : appelons r et $r + dr$ les deux rayons ; l'inclinaison de la génératrice de contact sur l'axe de figure, et, par suite, l'inclinaison de celui-ci sur l'horizon sera $\frac{dr}{l}$, l étant la distance qui sépare les centres des deux anneaux. Pour une distance D de la mire à l'appareil, il en résultera une erreur sur la cote, égale à

$$\frac{dr}{l} \times D.$$

Supposons $D = 100^m$; $l = 0^m20$ et $dr = 0^m0001$, l'erreur sera de 0^m05, ce qu'on ne saurait admettre.

La différence des rayons est-elle seulement de $\frac{1}{100}$ de millimètre, l'erreur sur la cote sera de 0^m005 à la distance de 100^m, et ce n'est toujours pas là une quantité négligeable.

Il est donc de toute nécessité que les constructeurs apportent un soin minutieux à réaliser l'égalité des anneaux de la lunette.

Niveau d'Egault.

486. — Ce niveau se compose d'une lunette (fig. 420) munie d'un réticule formé de deux fils en croix, et supportée par deux montants verticaux ou étriers EE, implantés normalement aux extrémités d'une traverse T. La lunette repose sur les deux étriers par deux anneaux cylindriques de même diamètre et placés exactement dans le prolongement l'un de l'autre. Un niveau à bulle d'air rectifiable au moyen d'une vis *v* est fixé à la traverse T et sert à assurer la verticalité de l'axe.

L'instrument est construit de telle sorte que le plateau *p* étant horizontal, la traverse et la lunette le sont également.

Pour mettre l'appareil en station et pour le rectifier, on opère comme suit : La traverse étant placée parallèlement à la direction de deux des vis du trépied, agir sur les vis pour amener la bulle entre ses repères, puis retourner la traverse et, par suite, la bulle de 180°; si le niveau est réglé, la bulle restera entre ses repères; sinon, corriger la moitié de l'écart en agissant sur la vis de rectification du niveau, et l'autre moitié en agissant sur une des deux vis calantes, mettre ensuite la traverse à l'aplomb de la troisième vis V et caler le niveau dans cette position : le plateau est alors horizontal, puisque deux lignes de son plan sont horizontales.

Il est ordinairement nécessaire de répéter l'opération plusieurs fois ; mais avec un peu d'habitude, on arrive promptement à établir l'axe vertical et la traverse horizontale.

487. — Voici comment le constructeur du niveau dont la figure 420 donne l'image, vérifie et rectifie l'appareil :

La lunette du niveau peut tourner sur elle-même entre les étriers qui la maintiennent, mais elle est limitée dans ce mouvement par deux petits arrêts qui tournent avec elle et viennent butter contre les extrémités de deux vis buttantes fixées dans les montants; ces vis sont réglées de telle façon que, lorsque les arrêts de la lunette y sont amenés, celle-ci ayant été retournée bout pour bout ou simplement tournée sur son axe, un des fils du réticule se trouve parallèle à l'axe du système, c'est-à-dire vertical.

On reconnaît que cette condition est remplie si, dans les quatre positions possibles de la lunette, le fil couvre exactement un fil à plomb placé au loin. Dans le cas contraire, il suffira de

corriger en agissant, moitié sur les petites vis buttantes, moitié sur le porte-oculaire que l'on fera tourner légèrement sur lui-même après avoir desserré la vis qui le guide dans le corps de la lunette.

Il faut encore s'assurer que *la lunette est centrée*, c'est-à-dire que l'axe optique coïncide avec l'axe de figure. Cette condition est remplie lorsque, ayant visé un point déterminé, la coïncidence entre l'intersection des fils et l'image de ce point se maintient pendant qu'on fait tourner la lunette autour de son axe. Si la lunette n'est pas centrée, pour corriger ce défaut, on place à une certaine distance une mire dont on fait glisser le voyant jusqu'à ce que sa ligne de foi vienne se placer sur le fil horizontal et on en lit la hauteur. On tourne alors la lunette de 180° sur elle-même, de manière à replacer le même fil à la position horizontale; on ramène la ligne de foi du voyant en coïncidence avec ce fil et on lit sa nouvelle hauteur. Prenant ensuite la moyenne des hauteurs précédentes, on y amène le voyant, puis le fil du réticule, en agissant sur sa vis de rectification. On recommencera la même opération avec le deuxième fil. Il sera bon de répéter plusieurs fois ces rectifications pour arriver au centrage exact de la lunette.

L'axe optique coïncidant avec l'axe de figure, il faut maintenant le rendre *perpendiculaire à l'axe vertical de l'instrument*. On procède encore par retournement: après avoir visé une mire et lu la cote correspondante, on enlève la lunette de ses étriers et l'on retourne la traverse bout à bout; puis on replace la lunette, et, visant la mire indiquée plus haut, on lit de nouveau la cote qui devra être la même que la première, si l'axe optique est perpendiculaire à l'axe de rotation. Si ces cotes sont différentes, on corrige de la moitié de la différence au moyen de la vis à carré placée sous un des étriers de la lunette. Lorsque cette rectification est faite, l'axe de la lunette est devenu perpendiculaire à l'axe vertical, et par suite est horizontal, la bulle du niveau étant entre ses repères. Dès lors, l'instrument est disposé pour servir au nivellement.

Pour assurer l'immobilité de la traverse pendant une opération, celle-ci porte une pièce, munie à son extrémité d'une vis de rappel, qui vient se rattacher à une vis de pression pouvant courir autour d'un plateau faisant corps avec la colonne de l'instrument.

488. — *Méthode des compensations.* Le niveau d'Egault a l'avantage de permettre d'opérer, en toute sécurité, avec un instrument décentré et comportant un défaut de parallélisme de l'horizontale de la bulle et de l'axe de figure de la lunette.

La méthode de compensation est due encore à M. Egault, ingénieur en chef des ponts et chaussées. Elle consiste, en principe, à donner (après avoir rendu le plateau horizontal) quatre coups de niveau, deux en faisant tourner la lunette de 180° sur son axe, deux en la retournant bout à bout et la faisant de nouveau tourner de 180° sur son axe. La moyenne des quatre hauteurs observées donne la cote demandée.

En effet, supposons que l'axe du niveau soit bien vertical, mais que l'axe de rotation LL de la lunette ne lui soit pas perpendiculaire (fig. 421) et que cet appareil soit décentré.

Si $f'oh_1$ est la direction de la première visée, après avoir fait tourner la lunette de 180° autour de son axe de figure, on aura avec le second fil réticulaire, une seconde visée $f'oh_2$.

Dégageons maintenant la lunette de ses étriers, faisons-lui subir une rotation de 180° dans le plan vertical de son axe et ramenons l'oculaire à l'observateur : on visera suivant la direction $fo'h_3$ et, après avoir fait tourner la lunette de 180° sur elle-même, on aura avec le deuxième fil le quatrième coup de niveau $f'o'h_4$.

Le point L est le milieu de $h_1\ h_2$, de même que le point L' partage $h_3\ h_4$ en deux parties égales. Il en résulte que la cote vraie H' est donnée par l'une des trois formules suivantes :

$$H' = \frac{h_1 + h_4}{2} = \frac{h_2 + h_3}{2}, \text{ d'où } H' = \frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4}{4}$$

et l'on peut, avec un instrument non rectifié, trouver la cote exacte d'un point par quatre coups de niveau.

On remarquera qu'à la rigueur deux suffiraient : en effet, après avoir lu la première cote h_1, si l'on enlève la lunette de ses étriers et que, la faisant tourner de 180° dans son plan vertical, on imprime à l'appareil une rotation de 180° sur lui-même, on aura la hauteur h_4, et la cote H' sera égale à $\frac{h_1 + h_4}{2}$. Mais il est préférable de donner quatre coups de niveau, parce qu'ainsi on a une vérification possible, en ce sens que la somme des deux lectures extrêmes est égale à la somme des deux lectures moyennes.

Niveau Brünner.

489. — Le meilleur modèle du niveau d'Egault est le modèle Brünner à bulle indépendante. La figure 422 représente le type décrit dans le catalogue de la maison *Secrétan*, de Paris.

Pour éviter le retournement bout à bout de la lunette, opération pendant laquelle il peut lui arriver un accident, Brünner a imaginé de construire un niveau d'Egault dans lequel le retournement de la lunette est remplacé par le retournement de la bulle.

Dans cet instrument, la lunette, au lieu d'être supportée par une simple traverse dont un des étriers peut s'élever ou s'abaisser au moyen d'une vis, est posée sur des étriers invariablement fixés à une première traverse. Cette première traverse repose sur une seconde; elles sont réunies, d'un bout par une vis, de l'autre par une charnière. Cette construction présente l'avantage d'avoir une ligne d'étriers invariable et de permettre à la lunette d'établir son contact sur toute la longueur des anneaux, ce qui ne pouvait avoir lieu avec un des étriers mobiles et ce qui diminue l'usure. La bulle est indépendante; elle est placée à l'aplomb de la lunette et repose sur les anneaux de celle-ci au moyen de deux fourches métalliques; un système de leviers et d'excentriques permet soit de la fixer complètement pour le transport de l'instrument, soit de la soulever seulement pour son retournement, soit enfin de l'enlever tout à fait.

On rend l'axe vertical et on centre la lunette comme nous l'avons indiqué en parlant des niveaux d'Égault.

Néanmoins, on a toujours recours à la méthode des compensations : on amène la bulle entre ses repères au moyen de la vis de la traverse et l'on prend une première cote (a). Puis on fait tourner la lunette autour de son axe de 180° et en même temps on soulève la bulle, on la retourne de 180° et on la pose de nouveau sur les anneaux de la lunette. On la ramène entre ses repères et l'on prend une seconde cote (b). La cote vraie est la moyenne des deux cotes : $\frac{a+b}{2}$.

On voit que le retournement bout pour bout de la lunette est remplacé par le retournement de la bulle, opération plus expéditive, plus simple et remplissant parfaitement le but proposé, puisque l'horizontale de la bulle est parallèle à l'axe de rotation de la lunette.

L'instrument porte une chiffraison sur ses divers organes, qui permet d'éviter les erreurs de retournement. Le côté droit de l'étrier situé près de l'oculaire, la partie du tube de la lunette située près du collet correspondant et une des extrémités du niveau à bulle d'air portent le chiffre 1; le côté de l'étrier situé près de l'objectif, la partie du tube de la lunette diagonalement opposée à celle marquée 1 et le côté opposé de l'extrémité du niveau marqué 1 portent le chiffre 2. On est assuré de ne pas s'être trompé dans les retournements, quand la première position a donné les trois chiffres 1 du côté droit de l'oculaire, et que la seconde position a donné les trois chiffres 2 du côté droit de l'objectif.

Niveau de Lenoir.

490. — Le *niveau-cercle* ou *niveau à plateau* de Lenoir (fig. 423) se compose d'un plateau annulaire plein ou d'un cercle évidé SS, en cuivre, monté sur une colonne D que supporte un trépied à vis calantes, et d'une lunette LL, fixée d'une manière invariable dans des *collets* de forme prismatique, rigoureusement égaux et dont les faces *a*, *b* sont dans un même plan exactement parallèle à celui des faces *c*, *d*. A égale distance des deux collets, se trouvent deux *tourillons* A, B dont l'un, A, s'engage dans une crapaudine située au centre du cercle, et l'autre, B, dans une ouverture circulaire pratiquée au milieu du patin du niveau NN.

Cette disposition des pivots rend facile la rotation de la lunette autour du centre du cercle, les collets s'appuyant constamment sur les bords du limbe; elle permet, en outre, d'enlever le niveau NN, pour le placer sur SS et en établir l'horizontalité par l'intermédiaire des vis calantes.

La mise en station s'effectue en établissant, *à vue*, le plateau SS horizontalement, puis en appliquant le niveau NN sur le cercle et l'amenant entre ses repères dans deux directions perpendiculaires, dont une est parallèle à deux vis calantes.

Pour vérifier si les deux prismes ont des hauteurs rigoureusement égales, le plateau étant horizontal, on place le niveau sur les collets et l'on amène la bulle entre des repères. En retournant alors le niveau à bulle bout pour bout, il faut que la bulle revienne au milieu. Si cette condition n'est pas remplie, on ne peut corriger l'erreur qui résulte de cette défectuosité, qu'en

usant la base de l'un des prismes, de manière à corriger la moitié de l'écart, ou bien en se plaçant à égale distance des points à niveler, ce qui rend les opérations indépendantes de l'imperfection dont il s'agit.

Le centrage de la lunette se fait en lisant deux cotes et en posant, dans l'intervalle des deux lectures, la lunette alternativement sur les faces supérieures et inférieures des prismes.

On agit ensuite sur les vis du fil horizontal du réticule, de manière à corriger la moitié de l'écart.

On peut d'ailleurs se dispenser de centrer la lunette en prenant, sur chaque point, comme pour le niveau d'Egault, la moyenne des deux visées correspondant aux deux positions de la lunette sur le limbe.

Enfin, si la bulle ne s'écarte que légèrement de ses repères en passant d'une direction à l'autre, on peut l'y ramener en agissant convenablement sur une des vis du pied, sans qu'il en résulte une modification sensible dans la hauteur du plateau ou dans celle du plan horizontal des visées.

Niveau de Lyngke.

491. — Les niveaux à lunette offrent les dispositions les plus variées. Chaque constructeur veut présenter un type qu'il croit supérieur à celui de son concurrent.

Il ne peut entrer dans notre cadre de décrire en particulier les spécimens nombreux de niveaux que l'on rencontre dans les collections des écoles spéciales. Si, en général, les instruments sont très soignés, l'ensemble pèche souvent par une certaine massivité. Or, le niveau étant un instrument qui doit être constamment transporté d'un point a un autre, réclame la plus grande légèreté possible, alliée à une solidité suffisante et à la plus grande simplicité.

492. — Le niveau Lyngke (fig. 424) est beaucoup plus simple et plus léger que le précédent. Dans la tige terminale du trépied pénètre une douille en cuivre qui, à son extrémité supérieure, sert d'axe de rotation à la tablette du niveau. Sur cette tablette est établi un niveau à bulle d'air. Au-dessus est installée la lunette, pénétrant dans les collets du support. Voilà les organes essentiels.

Pour mettre l'instrument horizontal, la partie supérieure de

la douille porte quatre vis de rappel susceptibles d'agir horizontalement sur l'axe du support et qui, plus ou moins serrées, permettent de donner à celui-ci la position voulue.

Ce type ne présente pas les conditions de précision rigoureuse fournies par le précédent, mais il échappe au reproche de massivité signalé plus haut.

§ 5. LES MIRES.

493. — Dans les opérations de nivellement exécutées avec les niveaux, les hauteurs du plan horizontal déterminé par l'instrument au-dessus des points à niveler, sont lues sur une mire que l'on fait porter successivement par un aide à ces différents points.

La *mire à coulisse ou à voyant* (fig. 426) se compose d'une forte règle de 2^m de hauteur, susceptible d'être portée à 4^m, au moyen d'une seconde règle MM' nommée *allonge*, qui peut s'élever en glissant le long d'une rainure pratiquée dans la première. Le voyant est mobile et se fixe à la hauteur convenable au moyen d'un collier et d'une vis de pression S. Le contraste des couleurs permet d'en apprécier nettement le centre à de grandes distances; c'est par ce centre que passe la ligne de foi.

La mire porte sur sa face postérieure une graduation en centimètres, et le collier une graduation en millimètres, dont le zéro correspond au centre de la plaque.

Un sabot allongé, par lequel se termine le pied de la mire, aide à la maintenir dans une position verticale.

L'opérateur et le porte-mire étant placés à des distances qui excèdent souvent la portée de la voix, c'est par signes que la communication doit s'établir entre eux. En voici quelques-uns qui sont *généralement* en usage :

1° Pour indiquer que la mire penche à droite ou à gauche, on porte la main du côté opposé;

2° Pour faire élever ou abaisser le voyant, on élève ou l'on abaisse la main à plusieurs reprises, d'autant plus rapidement que le voyant est moins rapproché de la position qu'il doit occuper;

3° Pour faire manœuvrer la coulisse, porter la main au-dessus de la tête, en l'élevant à plusieurs reprises;

4° Pour faire serrer la vis de pression, lorsque le voyant est à la hauteur voulue, faire avec le bras un mouvement horizontal bien accentué, de gauche à droite.

494. — *Mires parlantes.* Si les mires à voyant sont presque toutes employées lorsqu'on se sert d'instruments imparfaits comme les niveaux d'eau, par contre, dès qu'il s'agit de nivellements plus précis ou à longue portée, on emploie exclusivement les règles parlantes.

Ces règles sont semblables à celle que nous avons décrite au n° 114, sauf qu'elles n'ont pas de voyant. Nous n'y reviendrons pas.

Observation.— Si la mire, au lieu d'être tenue d'aplomb, fait un certain angle avec la verticale, dans le plan de la visée, la hauteur lue sera évidemment erronée. Si bien exercé que soit le porte-mire, il se produit toujours des déviations de l espèce ; voici quelques chiffres qui donnent une idée du degré d'adresse que l'on doit exiger de son aide:

Pour une haut. de mire	**= 1m,**	**l'erreur est de**	**0m0006**	**pour un**	**angle d'écart de**	**2°;**
»	= 3m,	»	0,0018	»	»	2°;
»	= 4m,	»	0,0097	»	»	4°;
»	= 2m,	»	0,0027	»	»	3°;
»	= 4m,	»	0,0006	»	»	1°;
»	= 3m,	»	0,0019	»	»	4°;
»	= 1m,	»	0,0001	»	»	1°.

495. — *Mires souterraines.* Dans les nivellements souterrains, on doit se servir de mires spéciales. La figure 427 montre une disposition de mire souterraine fort en faveur en Allemagne.

Une tige prismatique est appendue librement par un crochet au ciel de la galerie. Cette tige, munie d'un disque circulaire se mouvant à frottements doux, est retenu à volonté par une vis de pression.

Suivant un diamètre horizontal, sont percées dans le disque trois ouvertures circulaires, les deux extrêmes ayant 0m01 de diamètre et l'une *a* pouvant être recouverte par un verre dépoli.

La troisième, beaucoup plus petite, est située entre la tige et la seconde ouverture circulaire.

Une règle servant de vernier, et dont le zéro correspond au diametre dont il s'agit, est mobile le long de la tige.

Pour de tres courtes stations, on vise sur la petite ouverture

circulaire, derrière laquelle est placée une lampe de mineur et l'on élève ou abaisse le disque jusqu'à ce que le réticule horizontal de la lunette couvre le diamètre de cette ouverture. On obtient ce résultat après quelques tâtonnements; on serre alors la vis pour fixer le disque et on lit sur l'index le niveau de l'axe optique de la lunette.

Pour les stations d'environ 200 m., on utilise la grande ouverture circulaire, en abaissant le verre dépoli; pour des visées plus fortes, on relève ce verre.

—

CHAPITRE III

Pratique du nivellement par visées horizontales.

§ 1. GÉNÉRALITÉS.

496. — On a vu au livre II que pour exécuter la planimétrie d'un terrain, on en partage la surface en grands polygones formant la base du canevas topographique; chacun d'eux est ensuite subdivisé par des lignes appelées *traverses*, et enfin, procédant du grand au petit, on rattache, aux côtés du canevas ainsi déterminé, les îlots de détails qu'ils circonscrivent.

Cette manière de conduire les opérations planimétriques est à la fois sûre et facile; elle est pratiquée dans le nivellement : on fixe d'abord les cotes de niveau des sommets des grands polygones, puis celles des sommets des traverses. A ces cotes, déterminées avec la plus grande exactitude, on repère le nivellement des détails. Dans ces opérations, on suit exactement l'ordre établi par le numérotage des points relevés et inscrits dans le registre de la planimétrie.

La pratique du nivellement est tout entière dans la détermination de la différence de hauteur entre deux points du terrain; nous allons examiner successivement les procédés suivis pour arriver à ce résultat.

§ 2. NIVELLEMENT SIMPLE.

497. — Il a été dit (n° 450) qu'en plaçant le niveau au-dessus de l'un des points A, à niveler (fig. 428), et en dirigeant le rayon visuel sur la mire placée dans la verticale d'un autre point C, la quantité BC — DA représentait la cote élémentaire par rapport à l'horizontale DB. D'autre part, pour des portées, qui dépassent 100 à 150^{m}, l'erreur RG, provenant de l'excès du niveau apparent sur le niveau vrai et de la réfraction de l'air, commence déjà à altérer d'une manière sensible la différence de niveau cherchée (tableau du n° 454) ; il y aurait donc, de ce chef, souvent lieu de faire des corrections. Pour les éviter et se dispenser en même temps de mesurer DA (1) et de se livrer, à chaque station, à des tâtonnements dans le but de mettre le niveau dans la verticale de A, on dispose l'instrument en un point D (fig. 429), ***également éloigné*** de A et de C, ce point pouvant, du reste, se trouver hors de l'alignement AC.

Par ce procédé, les erreurs de sphéricité et de réfraction qui affectent dans le même sens et de la même quantité les deux hauteurs de mire, disparaissent d'elles-mêmes.

En effet, nous avons $AE = AF + FB - EB = AF + \frac{\overline{DB}^2}{2R} - \frac{1}{6} \times \frac{\overline{DB}^2}{2R} = AF + \frac{5}{6} \times \frac{\overline{DB}^2}{2R}$ (n° 451).

De même, $CE' = CF' + F'B' - B'E' = CF' + \frac{5 \times \overline{DB'}^2}{6 \times 2R}$.

Ces relations donnent $AE - CE' = (AF - CF') + \frac{5 \times 1}{6 \times 2R} \times (\overline{DB}^2 - \overline{DB'}^2)$ (*a*)

Mais dans notre hypothèse DB = DB' ; de plus, à cause du parallélisme des courbes FF' et KC, on a AF — CF' = AK ; la relation (*a*) devient donc AE — CE' = AK.

Ainsi, *en plaçant l'instrument à égale distance de deux points à niveler, leur différence de niveau s'obtient (sans qu'on doive la corriger), en retranchant l'un de l'autre les deux coups de niveau donnés sur ces deux points.* Ce procédé est à la fois expéditif et exact ; aussi est-il généralement employé.

(1) Quantité difficile à déterminer exactement, comme on le verra dans la suite.

On nomme ***coup de niveau*** la hauteur de mire fournie par l'horizontale que donne l'instrument ; en visant vers le point dont la cote est connue, on obtient le ***coup d'arrière***, le ***coup d'avant*** étant déterminé par la visée sur le point dont on veut connaître la cote.

498. — Lorsque le niveau est bien réglé, c'est-à-dire quand les rayons visuels DB, DB′ sont bien horizontaux, il n'est pas indispensable que la station D soit ***exactement*** à égale distance de A et de C : il suffit, dans ce cas, de remplir cette condition à *simple vue*. En effet, supposons DB > DB′ : l'excès F′B′ (fig. 429) du niveau apparent ne compensera pas, à la vérité, l'excès correspondant FB, mais l'erreur *e*, qui provient de cette inégalité, sera toujours négligeable tant que l'écart entre DB et DB′ ne dépassera pas 40 à 50^{m}; le tableau suivant en fait foi :

Valeurs de DB + DB′	Valeurs corresp. de DB — DB′ pour e = 0^{m}0001	0^{m}0005	0^{m}001
100^{m}	15^{m}00	75^{m}75	»
200,	7,50	37,75	75,75
300,	5,00	25,25	50,50
400,	3,75	19,00	37,75
500,	3,00	15,25	30,25

499. — Dans la pratique, il peut se présenter quelques cas particuliers qui n'offrent d'ailleurs aucune difficulté.

Exemple : il faut parfois, pour donner un coup de niveau, opérer avec le *voyant renversé*. Soit à déterminer la différence d'élévation entre A et B (fig. 430). On accroche la mire par son patin au couronnement du mur M et l'on donne un coup de niveau, à *voyant direct* sur A, et à *voyant renversé* sur B ; la différence cherchée = BK = DA + BE = la *somme* des deux hauteurs de mire.

Si la distance du point B au sol était moindre que la longueur de la mire, on substituerait à celle-ci un fil à plomb dont le plomb serait amené dans le plan visuel; on mesurerait ensuite la longueur du fil pour en conclure la différence demandée.

Le même moyen serait employé si la distance BE dépassait la longueur totale de la mire.

500. — La différence de cote entre deux points tels que M et N (fig. 431) s'obtient par deux coups de niveau à voyant renversé. Cette différence MV = MP — TS = l'*excès* d'une hauteur de mire sur l'autre.

Remarque. — Afin d'éviter des erreurs, on adopte, une fois pour toutes, la règle énoncée au n° 497 qui ne devient réellement générale qu'en adoptant la convention suivante, à savoir : que les hauteurs de mire lues à voyant renversé doivent être considérées comme étant négatives.

En supposant la cote de A connue (fig. 430), et en appliquant cette convention, nous trouverons :

Coup d'arrière — coup d'avant = — DA — (— BE) = DA + BE = + BK.

BK est donc la quantité qu'il faut ajouter à la cote de A pour obtenir celle de B.

Si, au contraire, la cote du point B était donnée, nous dirions:

Coup d'arrière — coup d'avant = — BE — DA = — BK.

Il faudrait donc retrancher BK de la cote de B pour avoir celle de A.

Ce raisonnement est applicable à tous les cas; nous laissons au lecteur le soin de le vérifier pour l'exemple de la figure 431.

§ 3. NIVELLEMENT RÉCIPROQUE.

501. — Le procédé du nivellement réciproque permet de déterminer, sans qu'on doive avoir égard aux corrections de sphéricité et de réfraction, la différence de niveau de deux points A et B *entre lesquels on ne peut stationner*. Voici comment on opère pour arriver à ce résultat.

Se placer en A. — Donner un coup de niveau sur B. — Inscrire la hauteur b du voyant au-dessus du point B, et l'élévation h de l'instrument au-dessus du point A : en négligeant les erreurs de sphéricité et de réfraction, la différence de hauteur entre A et B serait $h-b$. (m) — Se transporter en B. — Viser la mire placée en A. — Noter a et h' : abstraction faite des erreurs, la différence de niveau entre A et B serait ici $a-h'$. (n)

Mais les visées étant égales, la correction $\frac{5}{6} \times \frac{\overline{DB}^2}{2R}$ (n° 497), à faire subir à chaque observation, peut être représentée par une même quantité d; par conséquent, les différences (m) et (n) deviennent, en tenant compte de d,

$$h - (b - d) \text{ et } (a-d)-h'.$$

La somme de ces deux expressions donne rigoureusement le *double* de la différence de niveau entre A et B; partant, leur demi-somme $= \frac{h - b + d + a - d - h'}{2} = \frac{h - h' + a - b}{2}$ $= \frac{a + h}{2} - \frac{b + h'}{2}$, représente la différence de hauteur cherchée, dégagée de la correction d; ce qu'il fallait démontrer.

§ 4. NIVELLEMENT COMPOSÉ.

502. — Il arrive souvent, dans le nivellement du canevas topographique, que la différence de hauteurs entre deux sommets consécutifs ne puisse se déterminer par une *seule* station, soit parce que les deux points sont trop éloignés l'un de l'autre, soit par suite des inégalités du sol. Dans ce cas, on relie les extrémités de la longueur considérée, par ***une suite de nivellements simples*** : ce procédé constitue le ***nivellement composé.***

Pour déterminer, d'après cette méthode, la différence de niveau entre A et B (fig. 432), on opère comme suit :

Stationner en C. — Faire sur A une première visée, c'est-à-dire donné le *coup d'arrière*. — Relever la hauteur de mire AG et choisir *à vue* un point P à une distance CP = CA. — Donner sur P le *coup d'avant* et noter HP. — Transporter le niveau en D. — Lancer le coup d'arrière IP et le coup d'avant KQ. — Continuer à soumettre au nivellement simple les points R et B. — La différence de hauteur entre A et B est évidemment BZ; mais BZ = PS + QT + RU + BV, ces quantités représentant respectivement les différences de cote entre A et P, P et Q, Q et R, R et B. Or, PS = GA — HP; QT = IP — KQ; RU = LQ — MR; BV = NR — OB; donc BZ = (GA + IP + LQ + NR) — (HP + KQ + MR + OB) = la ***somme des coups d'arrière, moins celle des coups d'avant***.

Considérons maintenant deux points A et B (fig. 433, pl. XXXV) non situés sur une pente uniforme. Menons les horizontales AS, BT. La différence de hauteur entre A et B = ST = LT — LS (*a*); or, des nivellements simples exécutés entre A et L, L et B, donnent :

LS = différence de niveau entre A et L = CA — EL,
LT = » » » L et B = MB — KL;

donc, en substituant dans la relation (*a*), il vient ST = LT — LS = (MB—KL) — (CA — EL) = EL + MB — (CA + KL) = la somme des coups d'arrière, diminuée de la somme des coups d'avant.

La règle est donc bien générale : ***Étant donnée une série de points liés deux à deux par une suite de nivellements simples, on fait séparément la somme des coups d'arrière et celle des coups d'avant : en retranchant la seconde de la première, on a la différence de niveau des points extrêmes.***

Application. On a nivelé sans interruption de A jusqu'en B (fig. 434), en passant par les points intermédiaires C, D, E, F ; déterminer l'excès de hauteur de B sur A.

	Coups d'arrière.	Coups d'avant.
	GA = 0^m,723	HC = 1^m,410
	IC = 1,312	KD = 1,367
	LD = 2,623	ME = 1,516
	NE = 2,467	OF = 1,260
	PF = 2 390	QB = 2,020
Totaux.	9^m,515	7^m,573

Somme des coups d'arrière. . . . . 9^m,515
» » d'avant . . . . — 7^m,573

Excès de hauteur de B sur A . . . + 1^m,942

Telle est la méthode à suivre pour calculer, par le nivellement composé, la différence de niveau entre deux points.

§ 5. COMMENT ON RAPPORTE TOUS LES POINTS D'UN NIVELLEMENT A UN PLAN GÉNÉRAL DE COMPARAISON.

503. — Soit XZ (fig. 434) la trace de la surface de niveau cotée *zéro*, et supposons égale à 20^m la hauteur du point de départ A au-dessus de ce plan général de comparaison. Prolongeons les verticales des points C, D, E, F, B jusqu'en R, S, T, U, Z.

On a CR = AX + GA — HC, DS = CR + IC — KD et ainsi de suite. De là cette règle :

Lorsqu'on rapporte les différents points d'un nivellement à une surface de comparaison donnée, chaque cote s'obtient en ajoutant à la précédente le coup d'arrière qui lui correspond,

et en retranchant de cette somme le coup d'avant donné sur le point que l'on considère.

Application. Prenons les données de la figure 435 et supposons que le plan général de comparaison choisi passe à 10^m au-dessous du point A.

Cote donnée du point A.	10^{m}000
Coup d'arrière Aa'.	+ 0,306
Cote du plan de visée $a'a$	10,306
Coup d'avant sur aB	— 1,708
Cote du point B.	8,598
Coup d'arrière b'B.	+ 0,716
Cote du plan de visée $b'b$.	9,314
Coup d'avant bC.	— 0,320
Cote du point C	8,994
Coup d'arrière c'C.	+ 1,812
Cote du plan de visée cc'.	10,806
Coup d'avant cD.	— 0,513
Cote du point D.	10,293
Coup d'arrière d'D.	+ 1,401
Cote du plan de visée $d'd$.	11,694
Coup d'avant dE.	— 1,313
Cote du point E.	10,381
Coup d'arrière e'E	+ 0,512
Cote de plan de visée $e'e$.	10,893
Coup d'avant eF	— 1,406
Cote du point F.	9,487
Coup d'arrière f'F.	+ 0,900
Cote du plan de visée $f'f$.	10,387
Coup d'avant fG.	— 0,187
Cote du point G.	10,200

Dans la pratique, on supprime les écritures qui se trouvent en regard des chiffres et l'on ne laisse subsister que les signes + et —, ainsi que les lettres désignatives des points A, B, C, D...., devant 10^m; 8^m, 598; 8,994....

La règle générale du n° 502 peut servir à faire la preuve des calculs ci-dessus.

504. — Quelquefois, on fait entrer les données et les calculs dans un tableau à colonnes, dont voici le dispositif :

POINTS nivelés.	COUPS DE NIVEAU		DIFFÉRENCES		COTES calculées.	COTES corrigées.	Observations.
	arrière.	avant.	en +	en —			
A	0m306				10m000	10m000	
B		1,708		1,042	8,598	8.601	La surface de comparaison passe à 10m au-dessous du point A.
B	0.716				8,598		
C		0,320	0,396		8,994	9,000	
C	1,812				8,994		
D		0,513	1,299		10,293	10,302	
D	1,401				10,293		
E		1,313	0,088		10,381	10,393	
E	0,512				10,381		
F		1,406		0.894	9,487	9,492	
F	0,900				9,487		
G		0,187	0,713		10,200	10,218	

On remplit les 4e et 5e colonnes d'après la règle suivante : *Retrancher le coup d'avant du coup d'arrière* (n° 497); *si le résultat de cette soustraction est positif, l'inscrire aux différences positives; s'il est négatif, aux différences négatives.* Par conséquent, lorsque le coup d'*arrière* A est à voyant *direct* et le coup d'*avant* B à voyant renversé (celui-ci devant être affecté au signe —, n° 500, *remarque*), on a une soustraction de la forme A —(—B) = A + B, signifiant qu'on doit faire la *somme* des lectures et l'inscrire aux différences *positives*.

Au contraire, quand le coup d'*arrière* est à voyant *renversé* et le coup d'*avant à voyant direct*, la règle générale conduit à la formule — A — B = — (A + B) et, dans ce cas, la *somme* des deux coups de niveau doit figurer aux différences *négatives*. Enfin, les deux visées peuvent être l'une et l'autre à voyant renversé; la traduction algébrique de la règle générale devient alors — A — (—B) = — A + B = B — A, c'est-à-dire que si le coup d'arrière est plus grand que le coup d'avant, la différence de lecture se place aux différences *négatives* et réciproquement.

505. — On peut faire la preuve des *cotes calculées* en appli-

quant la règle du nº 502 (1); mais il est plus rationnel de profiter des inscriptions faites dans les 4e et 5e colonnes, et qui ne sont autre chose que les hauteurs dont on descend ou remonte, en cheminant de A vers G (fig. 435); or, la somme des secondes, moins celle des premières, indique évidemment de combien l'on s'élève de A jusqu'à G. En effectuant ces opérations, on trouve :

Distances verticales parcourues	en montant	$2^m,496$
	en descendant	$2^m,296$
Donc G est plus élevé que A de.		$0^m,200$

résultat identique à celui fourni par la 6e colonne.

§ 6. FERMETURE DU NIVELLEMENT.

506. — Lorsque le dernier côté du polygone sur lequel on chemine vient se terminer au point de départ ou sur un point dont la cote est déjà connue, il faut, pour que le nivellement soit exact, retomber sur la cote de ce point. La vérification obtenue ainsi se nomme *fermeture du nivellement*; il est rare qu'elle se fasse rigoureusement. L'erreur tolérée varie avec le degré de précision que comporte l'instrument dont on se sert, avec l'approximation recherchée, avec la nature du terrain à lever (2), etc.

D'après Busson-Descars, lorsqu'on fait deux fois le même nivellement au moyen du niveau d'eau, on ne doit pas trouver, entre les résultats des deux opérations, une différence supérieure à $0^m,12$ sur 10 kilom. de longueur.

Le niveau à bulle d'air et à lunette ne peut pas, selon le même praticien, accuser une erreur excédant $0^m,02$, pour un développement de 50 kilom. D'après le commandant du génie Quiquandon, toute erreur de fermeture de $0^m,03$ et au-dessus n'est point admissible, quel que soit le nombre des côtés du polygone.

Lorsque l'écart de fermeture n'est pas assez considérable pour

(1) Soustraire la somme des coups d'avant de celle des coups d'arrière ($5^m,647 - 5^m,447 = 0^m,200$).

(2) Plus le terrain est couvert, plus nombreuses seront les stations, circontance qui multiplie nécessairement les chances d'erreur.

forcer à recommencer les opérations, on le répartit entre tous les sommets du polygone.

Supposons qu'on doive trouver $10^m,218$ pour cote de G, au lieu de $10^m,200$ (tableau du n° 504). On divise la différence 10,218 — 10,200 par le nombre de stations (lequel est de 6 dans notre exemple), et l'on ajoute

à la cote de B, la correction $\frac{0^m,018}{6} \times 1 = 0^m,003$,
» C, » $\frac{0^m,018}{6} \times 2 = 0^m,006$,
» D, » $\frac{0^m,018}{6} \times 3 = 0^m,009$,
. . . .
» G, » $\frac{0^m,018}{6} \times 6 \times 0^m,018$.

Les cotes ainsi corrigées s'inscrivent dans une colonne spéciale, en regard des cotes calculées (1).

On se borne quelquefois, sur le terrain, à inscrire les hauteurs de mire sans calculer les cotes : la fermeture se vérifie alors en faisant la somme des coups d'arrière et celle des coups d'avant : ces deux additions doivent donner le même résultat (nos 502 et 504). On ne perdra pas de vue, en effectuant ces opérations, que les coups de niveau à voyant renversé sont affectés du signe —.

507. — Quelquefois, le nivellement s'étend sur une seule ligne : par exemple, pour le tracé des routes, des canaux, des chemins de fer; dans ce cas, lorsque la cote du point d'arrivée n'est pas connue, on refait les opérations en revenant sur ses pas, pour fermer sur le point de départ, comme s'il s'agissait d'un polygone.

§ 7. NIVELLEMENT RAYONNANT.

508. — La méthode rayonnante s'applique au nivellement des détails, c'est-à-dire d'un grand nombre de points appartenant aux lignes caractéristiques du terrain, et dont les cotes con-

(1) Il y a lieu d'observer, à ce propos, que la grandeur de l'erreur qui peut se produire dans la détermination de chaque cote étant due en grande partie à la longueur de la ligne de visée, il serait plus exact de répartir la différence de fermeture proportionnellement aux longueurs des côtés du polygone.

courent, comme on le verra bientôt, à déterminer les traces des *courbes horizontales*. Cette méthode est plus expéditive que celle du cheminement, mais elle oblige parfois à faire les corrections relatives aux erreurs de sphéricité et de réfraction. Voici une application de ce procédé :

Soient A (fig. 436) un point de repère coté $100^m,676$, appartenant au canevas, et *a*, *b*, *c*, ... *i* les points du détail à niveler. —Stationner en B.—Donner un coup de niveau sur A.— Si, par exemple, on trouve $1^m,120$ de hauteur de voyant, la cote du plan horizontal de visée est évidemment alors de $101^m,796$. — Faire porter la mire successivement aux points *a*, *b*, *c*, *d*. — Retrancher, de la cote $101^m,796$ du plan de niveau, les hauteurs de mire correspondant à chacun de ces points; on obtient ainsi leurs cotes. — Les inscrire dans un carnet du modèle ci-dessous. — Se porter en C. — Lancer un coup d'arrière sur *d*, pour lequel le rayonnement fait en B nous a donné, par exemple, $99^m,850$. — Ajouter la hauteur du voyant, soit $1^m,40$, à $99^m,850$, afin d'avoir la cote du nouveau plan de visée. — Retrancher de la somme $99^m,850 + 1^m,40 = 101^m,250$, les hauteurs de mire lues en *e*, *f*, *g*, *h*, *i* afin d'obtenir les cotes de ces points. — Continuer ces opérations jusqu'au plus prochain repère, F, sur lequel on doit fermer. — On a ainsi une suite de nivellements partiels embrassant divers groupes de points rapportés à autant de plans particuliers . Or, il suffit que deux groupes consécutifs aient un point de commun pour qu'on puisse, ainsi qu'il vient d'être fait, les rapporter tous à un même plan de comparaison.

Voici, au surplus, une traduction numérique des opérations que nous venons d'esquisser.

NUMÉROS des STATIONS.	POINTS nivelés.	HAUTEUR du VOYANT.	COTE du PLAN DE VISÉE	COTE de CHAQUE POINT	Observations.
	A+	1m120		100m676	+ Repère marqué par une croix
	a	2,243		99,553	sur la culée de droite du pont de
1	*b*	1,132	101,796	100,664	
	c	1,800		99,996	
	d	1,946		99,850	
	d	1,400		99,850	
	e	1,000		100,250	
2	*f*	1,350	101,250	99,900	
	g	2,255		99,995	
	h	1,200		100,050	
	i	1,345		99,905	
	g	3,500		99,995	
3	*l*	2,100	103,495	101,395	
	k	1,050		102,445	
	F+	0,625		102,870	+ Repère coté 102m,860.

CHAPITRE IV

Éclimètres (1).

§ I. GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉCLIMÈTRES.

509. — Les *éclimètres* ou *clisimètres* sont des instruments servant à déterminer l'angle de pente d'une droite ou son complément.

Il suffit de connaître l'inclinaison *a* d'une ligne AB (fig. 437) ou son complément 90° — *a*, ainsi que la longueur de AB ou celle de sa projection AE, pour pouvoir calculer la différence de niveau BE des deux points extrêmes A et B. On a, en effet, les relations BE = AE × *tangente a* et BE = AE × *cotangente*

(1) « L'éclimètre, que les Européens attendirent jusqu'à Tycho Brahé, était connu des Arabes. » (HOUZEAU. — *L'Étude de la nature.*)

$(90^\circ - a) = AE \times cot.\ Z$ (1), dans lesquelles la distance horizontale AE nous est toujours fournie par la planimétrie.

510. — Un angle de pente, tel que BAC (fig. 439), mesuré au-dessus de l'horizon AC, se nomme angle d'*ascension*; il est de *dépression* si on le mesure au-dessous de AC.

Un angle d'ascension, considéré comme angle de dépression, ou réciproquement, occasionne une erreur double de la différence de niveau entre la station A et le point visé B. En effet, supposons qu'on prenne l'angle BAC comme étant de dépression; le point B est par le fait même rapporté au niveau de D et l'erreur commise est $BD = 2BC$.

511. — Pour éviter, dans la pratique, de devoir noter à chaque observation si l'angle compris entre AB et sa projection horizontale est d'ascension ou de dépression, on préfère se servir de l'angle KAB déterminé par la direction AB et la verticale AK. Cette quantité angulaire $KAB = Z = (90^\circ - a)$, se nomme la *distance zénithale* de la droite AB. Contrairement à ce qui a lieu pour les angles de pente, la grandeur numérique des distances zénithales indique si le point B est plus haut ou plus bas que A, car dans le premier cas on lit $Z < 90^\circ$ et dans le second, $Z' > 90^\circ$.

Avant d'aborder l'étude détaillée de l'éclimètre proprement dit, nous allons, en peu de mots, faire connaître trois *clisimètres à perpendicule* ou *niveau de pente*.

(1) *Démonstration.* Soit AB (fig. 438bis) l'arc mesurant l'amplitude de l'angle $AOB = a$. L'angle $FOB = (90^\circ - a)$, est le *complément* de a, et l'angle $A'OB = (180^\circ - a)$, en est le *supplément*. De plus :

$$BD = sin.\ a = OG = cos.\ (90^\circ - a),$$
$$OD = cos.\ a = BG = sin.\ (90^\circ - a),$$
$$AC = tang.\ a = cotang.\ (90^\circ - a),$$
$$OC = séc.\ a = coséc.\ (90^\circ - a).$$

Ainsi, le *sin.*, le *cos.*, la *séc.* et la *tangente* d'un angle a sont respectivement égaux au *cos.*, au *sin.*, à la *coséc.* et à la *cotangente* du complément $(90^\circ - a)$ de cet angle.

Ces définitions connues, décrivons du point A comme centre (fig. 437), avec un rayon R égal à celui des tables, un arc de cercle MK, et menons la tangente MN. On a, entre les triangles semblables ABE, AMN, la relation $AE : AM = BE : MN$ ou $AE : R = BE : tang.\ a$; ce qui donne $BE = \frac{AE \times tang.\ a}{R} = \frac{AE \times cot.(90^\circ - a)}{R} = AE \times cot.Z$, en faisant $R = 1$.

Clisimètre à fil-à-plomb.

512. — Cet instrument est simplement un niveau de maçon dont on a partagé chacune des demi-traverses OC, OE (fig. 440), en un certain nombre de parties égales : 100 par exemple.

Soit à mesurer, au moyen de cet instrument, une différence de niveau MN ; les deux triangles semblables MAN, ODP donnent MN : AN = OP : OD ; mais l'apothème OD devant, par construction, être de même longueur que OC = OE, si le fil à plomb vient *battre*, par exemple, la 15ᵉ division, et si AN = 150^m, on aura MN : 150^m = 15 : 100 ; d'où MN = $150^m \times 15 : 100 = 22^m,50$.

On peut rendre ce niveau propre à donner l'*amplitude* des angles de pente en subsituant, à la traverse rectiligne CE, un arc de cercle RS, portant, à partir de *o'* et dans les deux sens, les divisions ordinaires d'un limbe. Par suite de cette modification, une différence de niveau MN devient égale à AN × *tang* PDO=AN × *tang. a.*

Ce clisimètre, auquel il est impossible d'adapter un vernier, ne donne pas une approximation suffisante pour être employé dans un nivellement régulier.

Clisimètre de Delambre.

513. — La précision du niveau à perpendicule de Delambre est telle que l'on peut faire usage de cet instrument dans les opérations géodésiques. Sa construction repose sur le même principe que le précédent. Le fil à plomb y est remplacé par une tringle, mobile autour d'un axe D (fig. 440), et qui entraîne, dans son mouvement, un vernier permettant de lire les angles avec une grande exactitude. Au moyen d'un niveau à bulle d'air, perpendiculaire à l'axe de la tringle, on peut obtenir la parfaite verticalité de celle-ci.

Niveau pantomètre de Baudessé (1).

514. — Cet appareil est un véritable pantomètre suscep-

(1) Agent voyer d'arrondissement à Toulon.

tible de rendre des services pour les tracés de routes, pour relever des profils en travers, etc.

Il se compose essentiellement des parties suivantes (fig. 441) :

1° Une boussole B dont le plan est perpendiculaire à la tige T;

2° Une lunette L, mobile autour de son axe horizontal, et garnie de pinnules;

3° Un limbe gradué, à la partie inférieure du bâti AA ;

4° Un niveau N, qui sert à rendre verticale la tige T;

5° Un plateau horizontal gradué, pour servir de graphomètre.

L'appareil étant en *o*, la distance horizontale qui sépare cette station d'un point *a* se mesure en plaçant en *a* un jalon portant deux lignes de foi *m* et *n* dont l'intervalle *h* est connu. Si l'on vise successivement les lignes *m* et *n*, on aura les angles de pente α et β des droites *am*, *an*, et la distance horizontale *d* sera donnée par la relation :

$$d = \frac{h}{tang.\ \beta - tang.\ \alpha}$$

Une table des tangentes que l'on dresse à l'avance simplifie les calculs.

Niveau de pente de Chézy.

515. — *Description.* — Le niveau de pente de Chézy est, en principe, un niveau à pinnules (fig. 442). Il se compose d'un niveau à bulle d'air porté par une règle en cuivre, munie à chaque extrémité d'une pinnule verticale. Chaque pinnule porte une fenêtre garnie d'un réticule et, à côté, un petit trou oculaire; le trou de l'une correspond à la croisée des fils de l'autre.

Ainsi disposé, cet instrument ne donnerait qu'un rayon horizontal et son usage serait analogue à celui des niveaux à lunette; mais la pinnule P est plus élevée que l'autre, et le châssis qui porte les crins est susceptible d'un mouvement vertical au moyen d'un bouton fileté qui engrène avec une crémaillère. Le bord vertical de la fenêtre porte une graduation de pentes et le bord correspondant du châssis porte un vernier dont le zéro est sur l'horizontale même du croisement des fils réticulaires.

La pinnule *p* n'est mobile que pour être rectifiée au moyen d'une vis à clef.

Si, par exemple, on amène le point *o'* à la position *o''*, le

niveau étant en station, la ligne oo'' aura une inclinaison exprimée par $\frac{o'o''}{oo'} = \frac{o'o''}{l}$. Si ce rapport est égal à 0m05, par exemple, la pente de $o'o''$ sera de 5 pour cent.

Une échelle tracée sur la pinnule P indique la valeur de l'inclinaison et dispense de faire le calcul.

Mode d'emploi. — Supposons maintenant qu'on veuille tracer une direction formant rampe de $\frac{1}{10}$; on met le zéro du vernier en coïncidence avec la division 1/10 du montant et l'on a une ligne de visée inclinée au 10e.

S'il s'agissait d'une pente à tracer, au lieu d'une rampe, la visée se ferait par le trou de la pinnule P et la croisée de la pinnule *p*.

Remarque. — Cet instrument est d'autant plus exact que la distance oo' est plus grande, parce que, pour une petite erreur ε' commise dans le placement du zéro du vernier devant la graduation qui marque l'inclinaison à obtenir, cette erreur n'ajoute à l'inclinaison qu'une quantité égale au quotient de ε par la longueur oo' qui sépare les pinnules.

516. — ***Réglage de l'instrument.*** — Avant de se servir du niveau de pente, il faut le régler. Pour cela, on amène la coïncidence du zéro du vernier et du zéro de la coulisse, on vise une mire, puis on retourne l'appareil de manière que l'œil vienne s'appliquer sur le trou oculaire de la grande pinnule. On dirige un rayon visuel comme le premier : s'il donne la même hauteur de mire, l'instrument est réglé. Dans le cas contraire, on prend la moyenne des deux coups de niveau, on y place le voyant, on monte ou descend la pinnule *p* jusqu'à ce que le rayon visuel corresponde à la ligne de foi du voyant.

Les niveaux de pente ne sont que de médiocres instruments, dont la portée doit être limitée à 30 ou 40m. Celui dont nous venons de parler n'est guère employé que dans le service des ponts et chaussées, pour le tracé des routes en pays accidenté.

§ 2. ÉCLIMÈTRES PROPREMENT DITS.

Éclimètre ancien modèle.

517. — *Description.* — L'éclimètre ancien modèle, dont la

face extérieure est représentée sur la figure 443, se compose essentiellement des deux arcs égaux L, L', divisés généralement en demi-grades et liés entre eux par une règle s'appuyant contre la face latérale de la boussole, qui correspond à la graduation 90 (1) du limbe horizontal. Autour du centre C se meut une lunette faisant corps avec une alidade portant un vernier à chacune de ses extrémités. La figure montre comment L et L' sont gradués : la division 100 correspond au point milieu de chacun des deux arcs. A la partie postérieure du limbe, une vis R, selon qu'elle est serrée ou non, fixe l'alidade à l'éclimètre ou la laisse libre. Une *vis de rappel* R' permet d'amener exactement, sur le point de mire, la croisée des fils de la lunette (2). L'axe optique est parallèle aux zéros des verniers.

Mise en station. — L'éclimètre est en station, lorsque le limbe se trouve dans le plan vertical contenant le point de station A et le point visé B (fig. 444). La distance zénithale Z, de la direction déterminée par le rayon visuel OB, se lit aux zéros des verniers. La verticalité de l'éclimètre est suffisamment assurée lorsque les niveaux à bulle d'air de la boussole sont calés : en effet, en appelant *d* la quantité angulaire dont le plan du limbe s'écarte de la verticale, Z la distance zénithale observée, Z' la distance zénithale vraie, on trouve :

Pour Z =	45°,	une erreur Z — Z' = 30''	lorsque	*d* =	0° 58' 38''
id.	55,	id.	id.	=	1° 10' 4''
id.	65,	id.	id.	=	1° 25' 52''
id.	75,	id.	id.	=	1° 53' 16''
id.	85,	id.	id.	=	3° 18' 16''

518. — VÉRIFICATION. — 1° *L'axe optique de la lunette doit*

(1) Si, bien entendu, ces graduations vont de gauche à droite, comme nous l'avons supposé jusqu'ici.

(2) Voici la destination de cette vis de rappel : lorsqu'on pointe un signal au moyen de là lunette, on la dirige d'abord à peu près sur l'objet, puis il reste à amener exactement, par des mouvements doux, le rayon de visée sur le signal ; ce sont ces mouvements doux que l'on obtient par l'intermédiaire de la vis de rappel. Le jeu de ce mécanisme est simple : la pince P étant serrée contre le limbe au moyen de la vis R, supposons qu'on fasse tourner la tige R'H dans le collet de la pince où elle est retenue par un renflement : la partie filetée mord dans l'écrou S, et R'H avance ou recule, à chaque révolution, d'une quantité égale au pas (très fin) de la vis ; dans sa marche, la tige entraîne avec elle l'alidade (qui est solidaire de la lunette) ; cette dernière prend, en conséquence, autour de son axe, un mouvement de rotation très lent et nécessairement très limité.

être parallèle au plan du limbe, c'est-à-dire que tous les points visibles sous la croisée des fils doivent appartenir à un même plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la lunette.

Lorsque cette condition n'est pas remplie, on est exposé à des erreurs analogues à celles qui figurent dans le tableau ci-dessus. Tant que l'écart angulaire du limbe et de la lunette n'excède pas 8 à 10′, l'effet est insensible; à la rigueur donc, pour vérifier et rectifier le parallélisme dont il s'agit ici, on peut se borner à observer un objet très éloigné le long de la surface du limbe, puis à déplacer, s'il y a lieu, le réticule de la lunette jusqu'à ce que la ligne de visée passe par ce même objet. Mais il est plus rationnel de faire la correction comme il a été dit à propos de l'alidade à lunette. A cet effet, viser un point A selon *op* (fig. 445); ramener l'objectif vers B en retournant la lunette bout pour bout : on verra un signal B′; agir sur la vis du réticule de manière à faire couvrir, par la croisée des fils, un point D, milieu de l'intervalle BB′ : le défaut de parallélisme entre l'axe optique et le limbe vertical se trouve ainsi corrigé.

2° *Il faut que le diamètre* 100 — 100 *(fig.* 443) *soit horizontal lorsque les niveaux sont calés.*

Placer la boussole en station, le limbe dans la verticale du point A (fig. 446); caler les niveaux à bulle d'air; diriger la lunette sur G; lire la distance zénithale de l'axe optique CG. S'il existe une erreur de *collimation*, le rayon fictif gradué *zéro*, au lieu de se confondre avec la verticale CD, prendra la direction CK ou CB, et l'erreur sera égale à DCK ou DCB.

Soit a la distance zénithale *lue*. Placer la lunette *à gauche* en la renversant bout pour bout et en faisant tourner la boussole de 180° sur elle-même, et viser de nouveau le point G. Si l'instrument est *réglé*, c'est-à-dire si le diamètre 100 — 100 est horizontal lorsque les niveaux sont calés, on doit, pour cette seconde observation, retrouver la même valeur a, comme distance zénithale de CG. Supposons qu'on lise un angle vertical b; appelons Z la distance zénithale vraie = DCG et e l'erreur de collimation ; on a $b = Z + e$, et $a = Z - e$; en ajoutant ces deux égalités membre à membre, il vient $a + b = 2Z$, d'où $Z = \frac{a+b}{2}$.

Rectification. — Connaissant de cette manière la *véritable* valeur de l'angle vertical de CG, rien de plus simple que de

régler l'instrument : Mettre le zéro du vernier sur la graduation donnée par la relation $Z = \frac{a+b}{2}$; se placer en station en A et *faire pivoter le limbe*, en agissant sur une vis spéciale de l'appareil, *jusqu'à ce que l'axe optique rencontre le point* G ; la vraie distance zénithale Z est alors accusée sur l'éclimètre, et si l'on remettait les zéros de l'alidade en coïncidence avec les traits 100 des arcs L et L', l'axe optique de la lunette serait horizontal. Pour achever de régler l'appareil, il faut, tout en observant le point G, agir sur la *vis de correction du niveau à bulle d'air*, afin de ramener l'index entre ses repères.

Cette opération du *réglage* se renouvellera plusieurs fois de suite.

3° *L'alidade doit pivoter autour du centre de l'éclimètre.*

Cette condition est satisfaite quand les deux verniers marquent des angles dont la somme est égale à 200^g.

Éclimètre nouveau modèle.

519. — L'éclimètre nouveau modèle ne comporte qu'un seul arc gradué, dont le centre est à l'une des extrémités de la boîte (fig. 447). Le rayon du limbe peut ainsi être double de celui de la figure 443, ce qui permet de pousser la graduation jusqu'au *quart de grade*. Les lectures s'y font avec une plus grande approximation : le vernier y donne généralement la *minute*. Cet éclimètre a pour inconvénients de ne pas permettre les doubles lectures sur le limbe vertical, de mal équilibrer l'instrument et de ne pas se prêter au retournement.

520. — Vérification. — 1° Le *parallélisme du limbe et de l'axe de la lunette* se vérifie comme il a été dit au n° 518 (1er moyen).

2° L'*éclimètre doit être réglé*, c'est-à-dire que la division 100 du limbe et le zéro du vernier doivent coïncider, quand l'axe optique est horizontal.

La méthode du retournement, décrite ci-dessus, n'est pas applicable à l'éclimètre modifié ; le réglage se fait ici par *visées réciproques*: Choisir deux points A et B (fig. 448) de manière que la distance AB permette de négliger l'erreur de sphéricité

et de considérer les verticales AX, BX′ comme parallèles (1) ; placer l'éclimètre en A et caler les niveaux ; *viser parallèlement au sol* en faisant porter, au point B, une mire dont le voyant a été placé à une hauteur KB = VA.

Soient *a* l'angle lu, *e* l'erreur de collimation, Z la distance zénithale vraie; on a $Z = a + e$ (*x*); transporter l'instrument en B; mettre, en A, le voyant de la mire à une hauteur LA = V′B; viser parallèlement au terrain, suivant V′L Appelant *b* la nouvelle lecture et Z′ la distance zénithale vraie, on obtient $Z' = b + e$ (*y*). Si l'on ajoute membre à membre les deux équations (*x*) et (*y*), il vient $Z + Z' = a + b + 2e$. D'autre part, puisque AX, BX′ sont parallèles, on a $Z + Z' = 200^g$; par conséquent, on peut poser $e = \frac{200^g - (a+b)}{2}$ (*z*). Connaissant la valeur de *e*, la substituer dans l'équation (*y*) pour en déduire Z′; placer le zéro du vernier sur la graduation $Z' = b + e$; faire tourner le limbe vertical, sans déranger l'alidade, jusqu'à ce que la croisée des fils de la lunette couvre le point de mire L; ramener la bulle aux repères, à l'aide de la vis de correction du niveau : l'éclimètre est ainsi *réglé*.

Comme il arrive presque toujours que ce réglage soit à recommencer au bout de quelques opérations, on préfère généralement calculer, à chaque visée, la valeur de *e* fournie par la formule $e = \frac{200^g - (a+b)}{2}$ et l'*ajouter*, avec son signe, aux distances zénithales lues.

Exemples : supposons que l'on ait obtenu $a = 96^g$, et $b = 104^g08$. En substituant ces valeurs dans l'équation (*z*), celle-ci devient $e = \frac{200^g - (96^g + 104^g08)}{2} = \frac{200^g - 200^g08}{2} = -0^g04$ = l'*erreur de collimation ;* de sorte que si l'on applique

(1) La Terre pouvant être considérée comme une sphère dont la circonférence $= 40000000^m$, un angle au centre de 1 grade correspond à l'arc de $\frac{40000000^m}{400} = 100000^m$, celui d'une *minute*, à $\frac{100000^m}{100} = 1000^m$. Le vernier de l'éclimètre ne permettant, en général, d'apprécier les angles qu'à une minute près, il en résulte, qu'en *topographie*, on peut toujours négliger l'erreur provenant de ce que les verticales AX, BX′ ne sont pas rigoureusement parallèles.

la correction aux angles lus, on trouve $a = 96^g00 - 0^g04 = 95^g96$; $b = 104^g08 - 0^g04 = 104^g04$. Si la différence $\frac{200^g - (a + b)}{2}$ donnait pour e une valeur positive, cette quantité s'ajouterait à toutes les lectures.

§ 3. FORMULE DU NIVELLEMENT A L'ÉCLIMÈTRE.

521. — Le moyen le plus simple pour déterminer la différence de niveau entre deux points A et B (fig. 437), est de viser parallèlement au sol (nº 520) : dans ce cas, la distance zénithale de CD étant lue sur l'éclimètre (et corrigée, s'il y a lieu), la différence de niveau cherchée BE=DR s'obtient par la formule (nº 509) : $BE = AE \times tang.\ a = AE \times cot.\ (100^g - a) = AE \times cot.\ Z$, la distance horizontale AE étant donnée par la stadia ou par un mesurage direct.

Cette manière d'opérer est certainement exacte, mais son application serait difficile, sinon impossible, sur des terrains couverts ou très accidentés; de plus, la nécessité de prendre à chaque observation la hauteur de l'instrument, avant de porter la mire au point à considérer, causerait une grande perte de temps. Pour éviter ces inconvénients, on fixe, d'une manière permanente, le voyant à une élévation plus ou moins grande selon les conditions locales dans lesquelles on doit opérer, sauf à tenir compte, dans le calcul, de l'excès de cette hauteur sur celle de l'instrument au-dessus du point de station.

522. — Soit à trouver la cote de C (fig. 449), connaissant celle du point de station S. La différence de niveau entre S et C est égale à CB et il est évident que cette quantité, ajoutée à la cote de S, fera connaître celle de C.

Cherchons donc à déterminer CB : stationnons en S et visons D situé dans la verticale de C : l'horizontale $OV = SB = K$, donne $BC = BV + CV$; mais $CV = VD - DC$; on a donc $BC = BV + (VD - DC)\ (x)$.

D'après ce qui vient d'être dit (nº 521), $VD = OV \times tang.\ a = K + cot.\ Z =$ la différence du niveau entre les points O et D, c'est-à-dire entre le *centre de l'éclimètre et la ligne de foi de la mire*. Représentons, une fois pour toutes, cette différence de niveau *fausse* par D*f* et, par opposition, la différence de

niveau *vraie* ou CB, par Dv. En substituant ces expressions dans la relation (x), celle-ci devient Dv = BV + Df — DC ou bien Dv = Df + I — J, si l'on convient d'appeler I la hauteur du centre de l'éclimètre au-dessus du sol, et J, la distance qui sépare le centre du voyant du pied de la mire.

On a donc :

Cote de C = cote de S + Dv = cote de S + Df — (J — I). (m)

523. — Examinons maintenant le cas d'une dépression (fig. 450). Soient B le point de station, D le point visé, AE, BX, et GC des horizontales et CX = Dv la quantité à retrancher de la cote de B pour avoir celle de C. La figure donne Dv = CX = CD — XD = CD — (EX — ED) = J — I + Df = Df + (J — I);

Par conséquent :

Cote de C = cote de B — (Df + J — I) = cote de B — Df — (J — I). (n)

524. — On a vu (n° 511) que le *point visé* est au-dessus ou au-dessous du centre de l'éclimètre selon que l'on a Z < ou > 100^g, mais il n'est pas exact d'énoncer d'une manière générale que l'on vise suivant une dépression quand l'éclimètre accuse un angle Z supérieur à 100^g, et suivant une ascension, lorsqu'on lit, au contraire, Z < 100^g. Les figures 438 et 451 montrent, d'une part, Z > un droit, bien que N soit plus élevé que M, et d'autre part, Z < 100^g, quoique B soit au-dessous de A.

Voyons à quelles formules d'application ces circonstances particulières donnent naissance : on a (fig. 438), Dv = NP = PH — HR — RN = I — Df — J = — Df — (J — I) ; c'est-à dire que :

Cote de N = cote de M + Dv = cote M — Df — (J — I). (o)

Quant au second cas (fig. 451), il fournit Dv = PB = DB — DE — EP = J — Df — I = — Df + (J — I);

D'où il résulte :

Cote B = cote de A — Dv = cote de A — (— Df + J — I) = cote de A + Df — (J — I). (p).

Les formules (m) et (p), correspondant aux distances zénithales *plus petites que* 100^g, sont semblables; il en est de même des formules (n) et (o), relatives aux distances zénithales *plus grandes que* 100^g.

On en conclut cette règle générale :

525. — *Lorsqu'on lit* Z < 100^g, qu'il s'agisse d'une ascen-

tion (fig. 449) ou d'une dépression (fig. 451), la cote du point sur lequel repose la mire s'obtient en ajoutant à celle du point de station, la quantité Df — (J — I) ou K *cot.* Z — (J — I);

Lorsqu'on lit Z > 100g qu'on ait à faire à une dépression (fig. 450) ou à une ascension (fig. 438), la cote du point sur lequel est placée la mire s'obtient en retranchant de celle du point de station, la quantité Df + (J — I) ou K *cot.* Z + (J — I).

526. — Le terme K *cot.* Z peut être calculé par logarithmes, mais ordinairement on le prend tout déterminé dans des tables construites à cet effet. On trouvera à la fin du tome I une table donnant les différences de niveau correspondant à 1000, 2000 ..... 9000m, pour des valeurs de Z inscrites dans les colonnes de droite et de gauche.

527. — *Applications.* 1° Soit à trouver la cote d'un point B, connaissant celle du point de station A = 111m,318; I = 1m,20; J = 3m; K = 98m,40 et Z = 103g,40.

Z étant > 100g, la règle générale du n° 525 donne : cote B = cote A — K *cot.* Z + (J — I). Or,

Le terme K cot. Z. pour 90m	=		4m81
id. id. 8.	=		0.428
id. id. 0.40	=		0.0217
id. id. 98.40	=	—	5.2597
+ J — I = + 3m — 1m20	=	—	1.80
		—	7.0597

D'où cote de B = 111m,318 — 7m,0597 = 104m,2583;

2° On connaît K = 149m,54; Z = 96g25; I = 1m,30; J = 3m; cote de A (point de station) = 112m,604, calculer la cote de B.

Z étant < 100g, la règle générale (n° 525) donne : cote de B = cote de A + K cot. Z — (J — I).

K cot. Z. pour 100m	=		5m900
» 40.	=		2.360
» 9.	=		0,531
» 0.50	=		0.0295
» 0.04	=		0.00236
» 149.54	=	+	8,82286
— (J — I) = — (3m — 1m30)	=	—	1.70
		+	7m,12286
Cote de A	=	+	112m,604
Cote de B.	=		119m,72686

3° Soit à calculer K *cot.* Z, Z valant $101^{g}43$ et K, 100^{m}. Cet angle n'étant pas inscrit dans la table, cherchons d'abord K *cot.* Z pour $Z=101^{g}40$, ce qui nous donne $2^{m},20$; prenons ensuite la différence entre $2^{m},20$ et la quantité qui correspond à $101^{g}45$ ou $2^{m},30$, et posons : $2^{m},30 - 2^{m},20 : 101^{g}45 - 101^{g}40 = x : 101^{g}43 - 101^{g}40$, d'où $x = 0^{m},06$.

Donc $100^{m} \times cot.\ 101^{g}43 = 2^{m},26$.

Erreurs de sphéricité et de réfraction.

528. — Il convient d'examiner maintenant quelle est la correction à faire subir à la formule du *nivellement à l'éclimètre*, lorsque, par suite de la grande distance qui sépare la mire du point de station, il y a lieu de tenir compte de la courbure des surfaces de niveau et de l'erreur due à la réfraction de l'air.

Supposons l'instrument installé en A (fig. 452, pl. XXXVII), et soit D le point visé, AB étant l'horizontale déterminée par le rayon 100 de l'éclimètre. A cause de la réfraction, D est vu en F, et l'axe optique de la lunette suit une direction AF faisant, avec le rayon lumineux DA, l'angle de réfraction *r*. La différence de niveau entre le centre de l'éclimètre et le point de mire, différence qui nous est donnée par le terme K *cot.* Z, est représentée sur la figure par FB; mais ce n'est pas l'élévation du point visé au-dessus du niveau *apparent* AB qu'il nous faut (n° 450); ce qu'il s'agit de déterminer, c'est sa cote de hauteur par rapport à la surface de comparaison AE. La différence de niveau *vraie* entre A et D est donc DE = BE + BF — FD (x).

D'après ce qu'on a vu (n° 451), $BE = \frac{K^2}{2R}$ (1); d'autre part on a $BF = K\ cot.\ Z$ et $FD = \frac{1}{6} \times \frac{K^2}{2R}$ (n° 453) (2). En substituant ces valeurs dans la relation (x), on trouve :

$$DE = K\ cot.\ Z + \frac{K^2}{2R} - \frac{1}{6} \times \frac{K^2}{2R} = K\ cot.\ Z + \frac{5}{6} \times \frac{K^2}{2R} = K\ cot.\ Z + q\ K^2,$$ q étant la constante $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2R}$.

(1) Excès du niveau apparent sur le niveau vrai.
(2) Erreur due à la réfraction.

La correction à faire subir à la formule du nivellement à l'éclimètre est donc $q\ K^2$, quantité qui s'obtient au moyen de la table du n° 454.

§ 4. REMARQUES SUR L'EMPLOI DE L'ÉCLIMÈTRE.

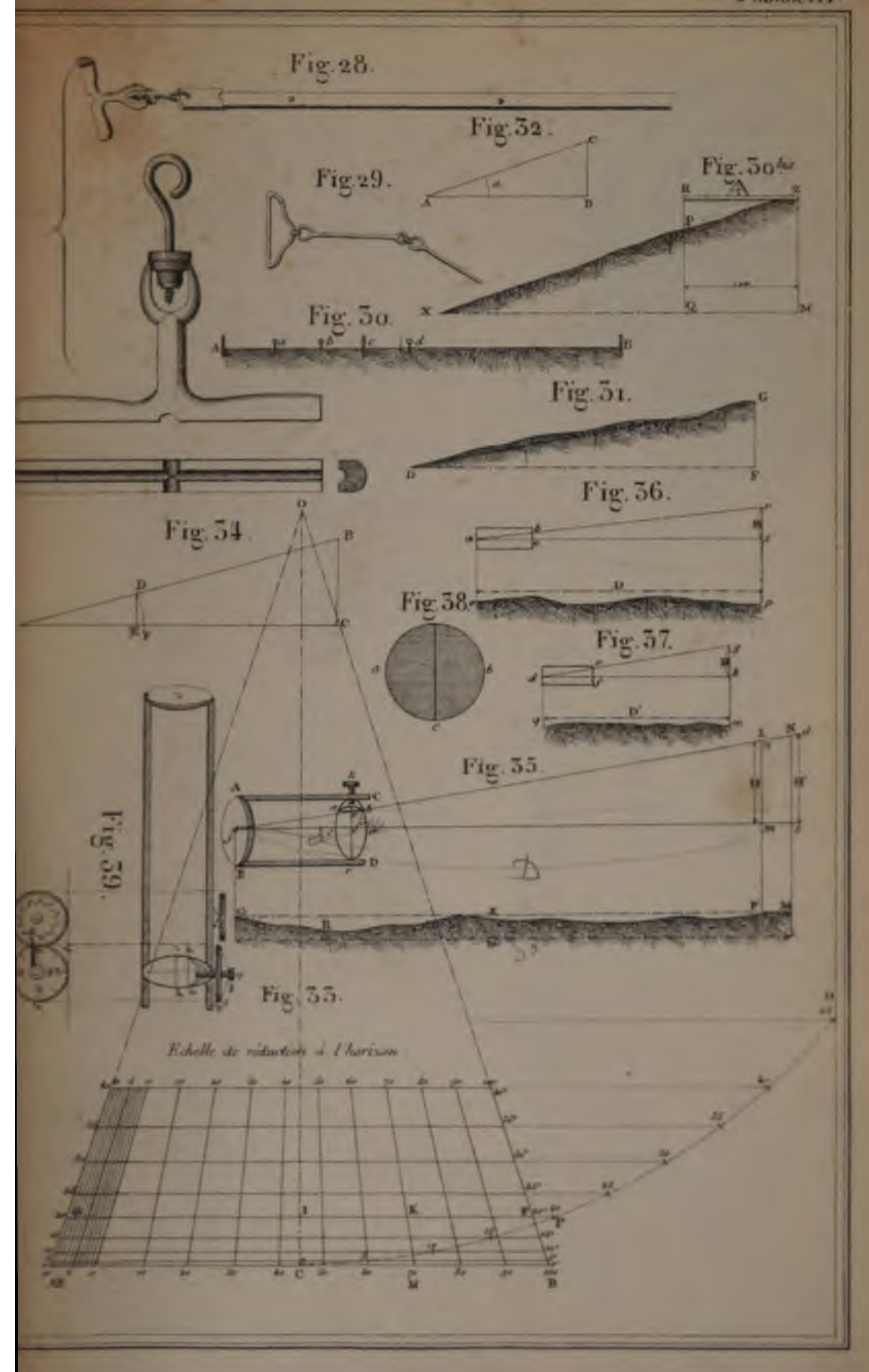
529. — Les cotes de nivellement déduites de mesures angulaires sont, en général, moins exactes que celles obtenues au moyen des niveaux à bulle et à lunette : les éclimètres, en effet, ne donnent guère les distances zénithales qu'à *une minute* près (1). Or, si l'on calcule les *variations de hauteur correspondant à une erreur de 1' commise dans la détermination de Z,* on trouve, à la distance K = 100m :

Pour Z = 90°	—	Différence de hauteur	= 0m0291
» = 85°	—	»	= 0,0293
» = 80°	—	»	= 0,0299
» = 75°	—	»	= 0,0312
» = 70°	—	»	= 0,0329
» = 65°	—	»	= 0,0355
» = 60°	—	»	= 0,0388
» = 55°	—	»	= 0,0434
» = 50°	—	»	= 0,0496
» = 45°	—	»	= 0,0582

On le voit, ces variations augmentent avec l'inclinaison de l'axe optique; elles sont aussi proportionnelles à la valeur de K; on obtiendra donc des résultats d'autant plus exacts que les portées seront plus petites et les points visés plus rapprochés de l'horizon.

Une autre cause altère encore les cotes déduites de la formule K *cot.* Z : c'est celle qui résulte de l'appréciation de la distance K; cette quantité, en effet, peut être sensiblement erronée et ne se détermine, dans tous les cas, qu'avec une certaine approximation (*voir* la stadia, liv. II). La réunion de ces causes d'erreur fait qu'en thèse générale l'éclimètre ne vaut pas, comme précision, les niveaux à bulle et à lunette. Toutefois, lorsque les points à niveler sont beaucoup plus élevés les uns que les autres, le nivellement par visées horizontales oblige à des stations très

(1) Les plus perfectionnés donnent la *demi-minute.*


Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 30 bis
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Echelle de réduction à l'horizon

tales. Dans cet ordre d'idées, il est toujours avantageux de niveler, par ce moyen, les grands polygones qui servent de base à un lever : on détermine ainsi rigoureusement quelques cotes qui servent de repères au topographe, lorsqu'il procède au remplissage à l'aide de l'éclimètre.

531. — Voici comment s'exprime le commandant Buchot (1) au sujet de l'exactitude que l'on peut attendre du nivellement d'un réseau trigonométrique, par des angles de pente lus à une *demi-minute* près.

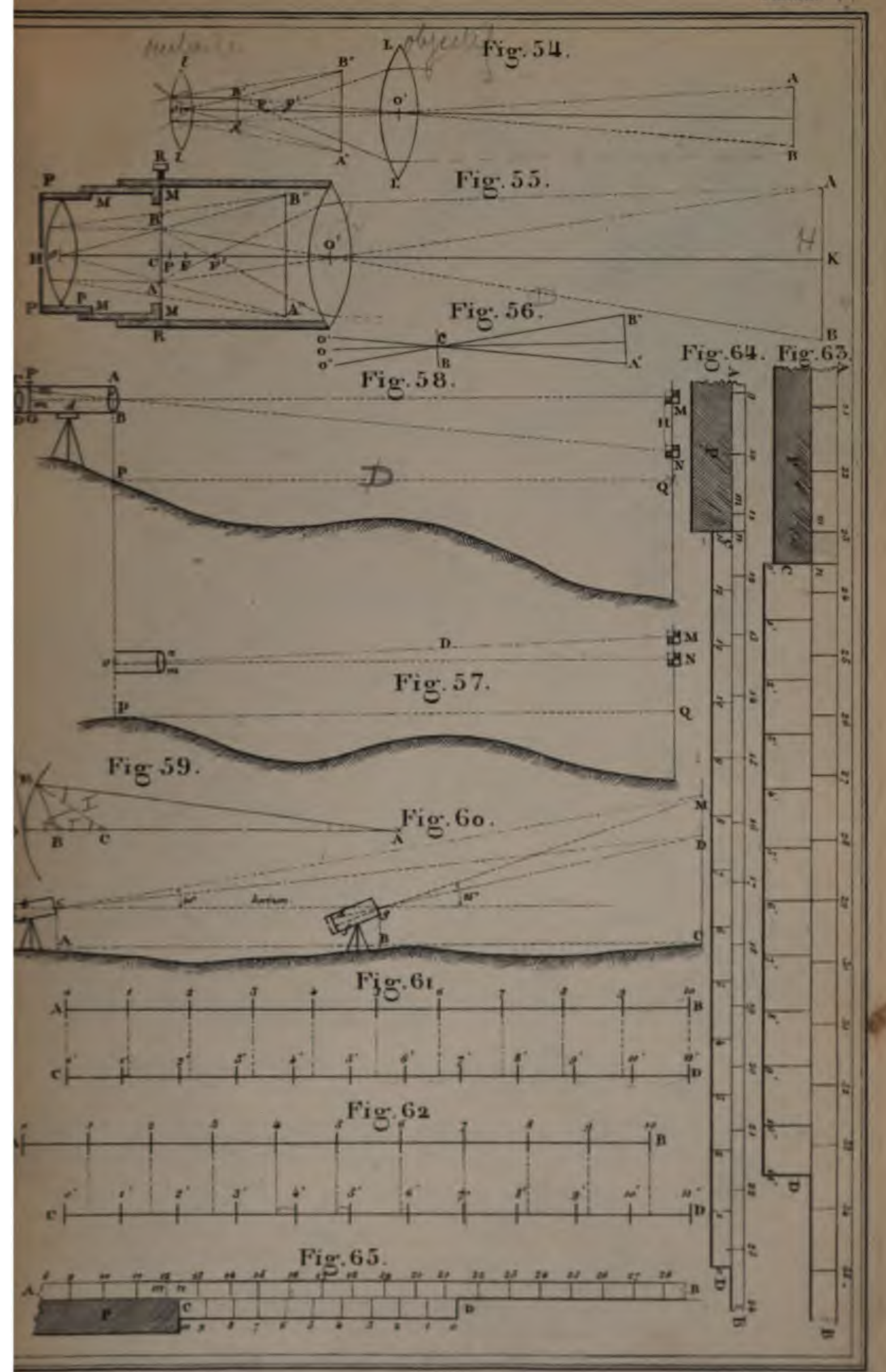
« Pour bien faire saisir, dit-il, le degré d'approximation que comporte ce genre de nivellement et l'économie qu'il introduit dans les opérations, nous allons citer quelques résultats obtenus dans l'un des levers que nous avons fait exécuter dans *les Pyrénées*.

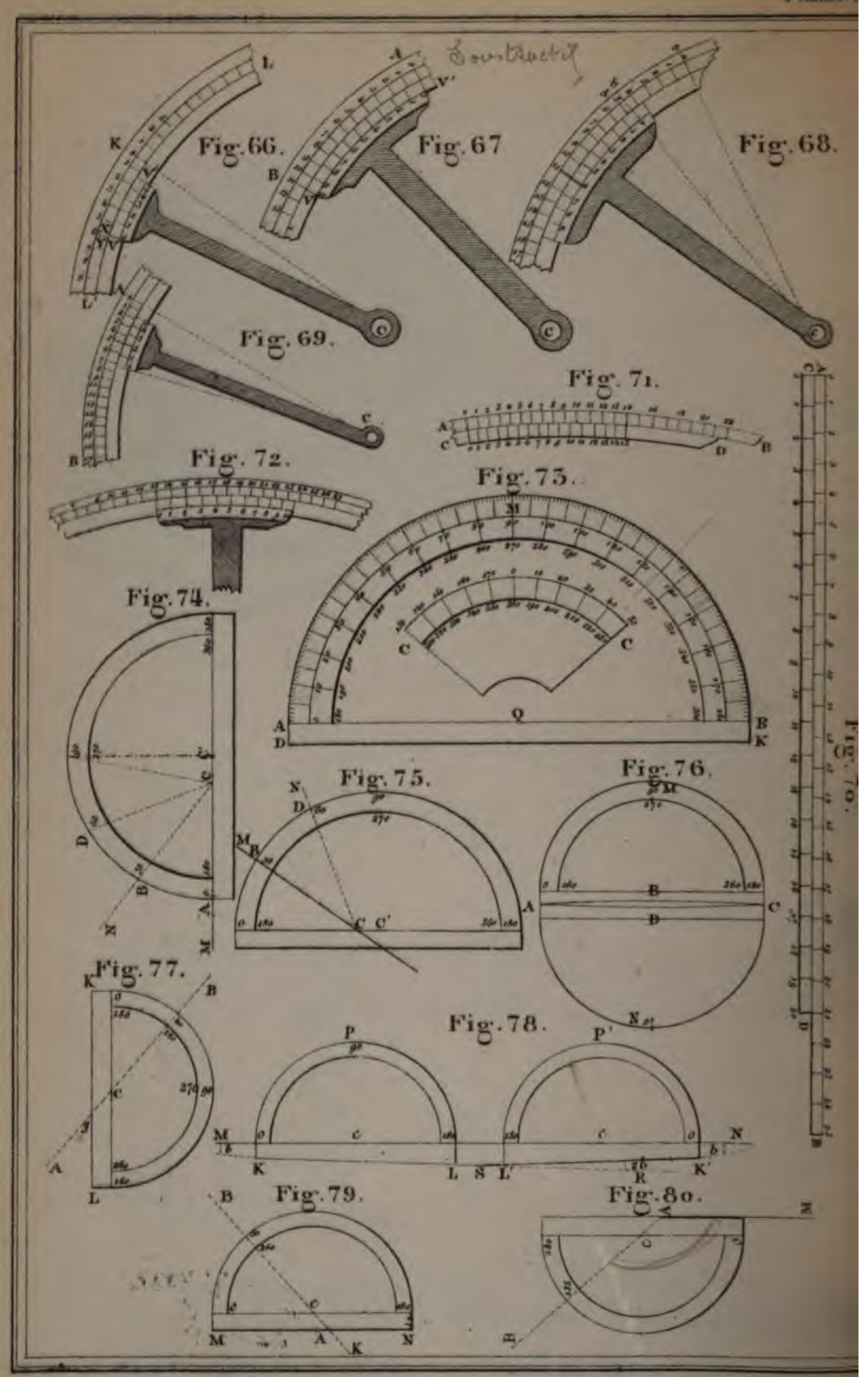
« Le chef de la section des leveurs n'avait pas l'habitude de l'éclimètre, et l'instrument qu'il avait à sa disposition était *moins parfait que ceux construits aujourd'hui*. Pour se faire la main, il s'exerça d'abord sur des points du réseau trigonométrique, nivelés à l'aide *du niveau à bulle d'air et à lunette*, suivant le mode ordinaire. Il fit ainsi *dix opérations séparées*. La moyenne des longueurs des diverses bases dont il se servait était de 750^m; *celle des différences de niveau, mesurées à chaque opération, était de* 100^m. Eh bien, la moyenne de l'erreur, pour chacune de ces opérations, était seulement de $0^m,15$; c'était juste $0^m,02$, en verticale, pour chaque centaine de mètres de distance horizontale. L'erreur *la plus forte* avait été de $0^m,45$, et la *somme totale*, abstraction faite des signes, était ainsi de $1^m,50$ pour près de 1000^m de différence de niveau...

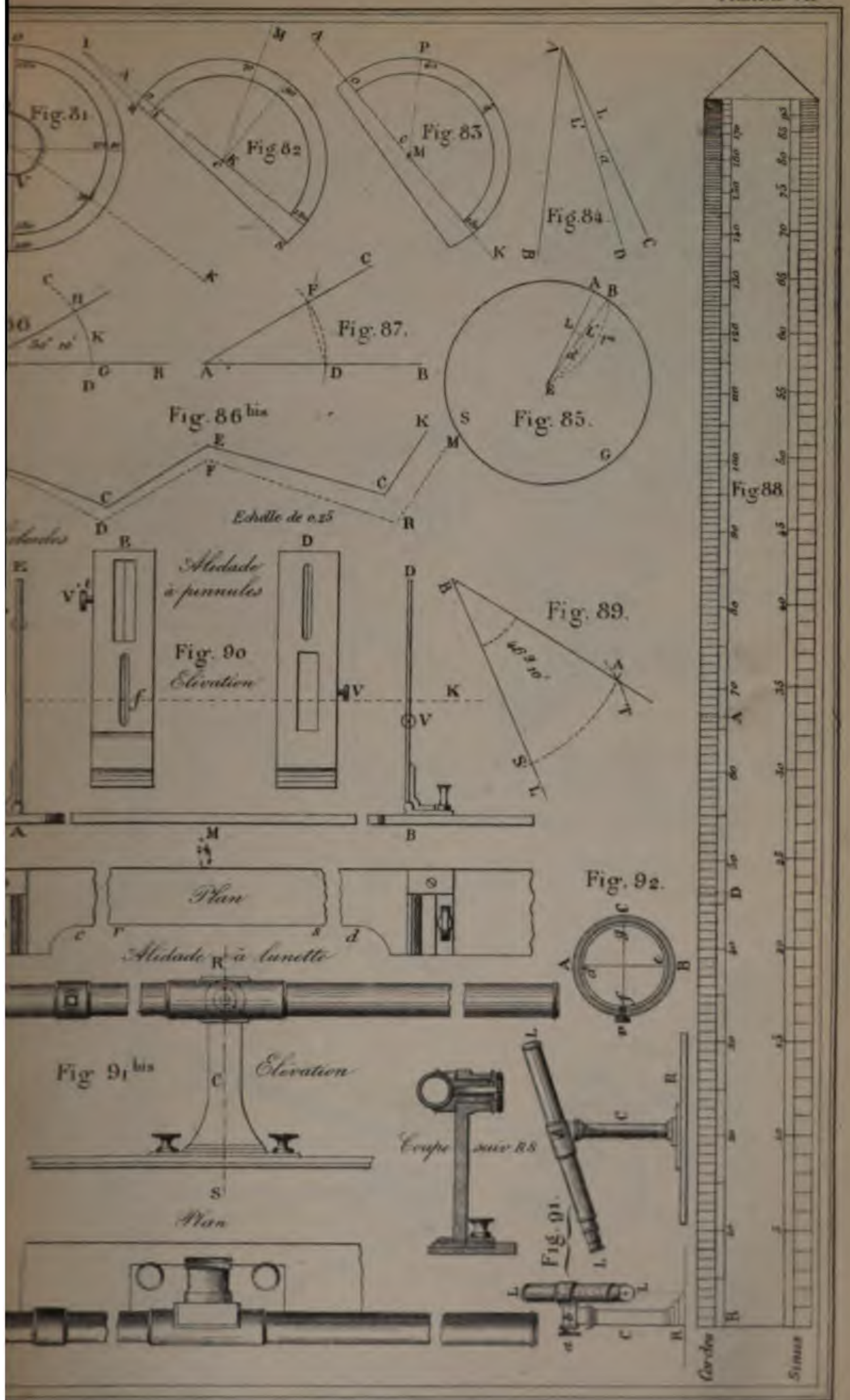
« Que l'on compare la vitesse et la facilité sûre de ces opérations, avec les lenteurs et les chances d'erreurs qu'aurait entraînées le nivellement par ressauts horizontaux, sur un sol hérissé de rochers, couvert de hautes broussailles, et coupé dans tous les sens par les plus âpres escarpements!... De plus, tous les résultats fournis par la première méthode (éclimètre) sont vérifiés, tandis que ceux, si péniblement obtenus par la seconde, sont seulement garantis par la conscience du niveleur. »

Ainsi, *en pays de montagnes*, l'approximation paraît être de

(1) Du génie français. *Notions élémentaires de trigonométrie rectiligne appliquées à l'art des levers*, Paris, 1849.

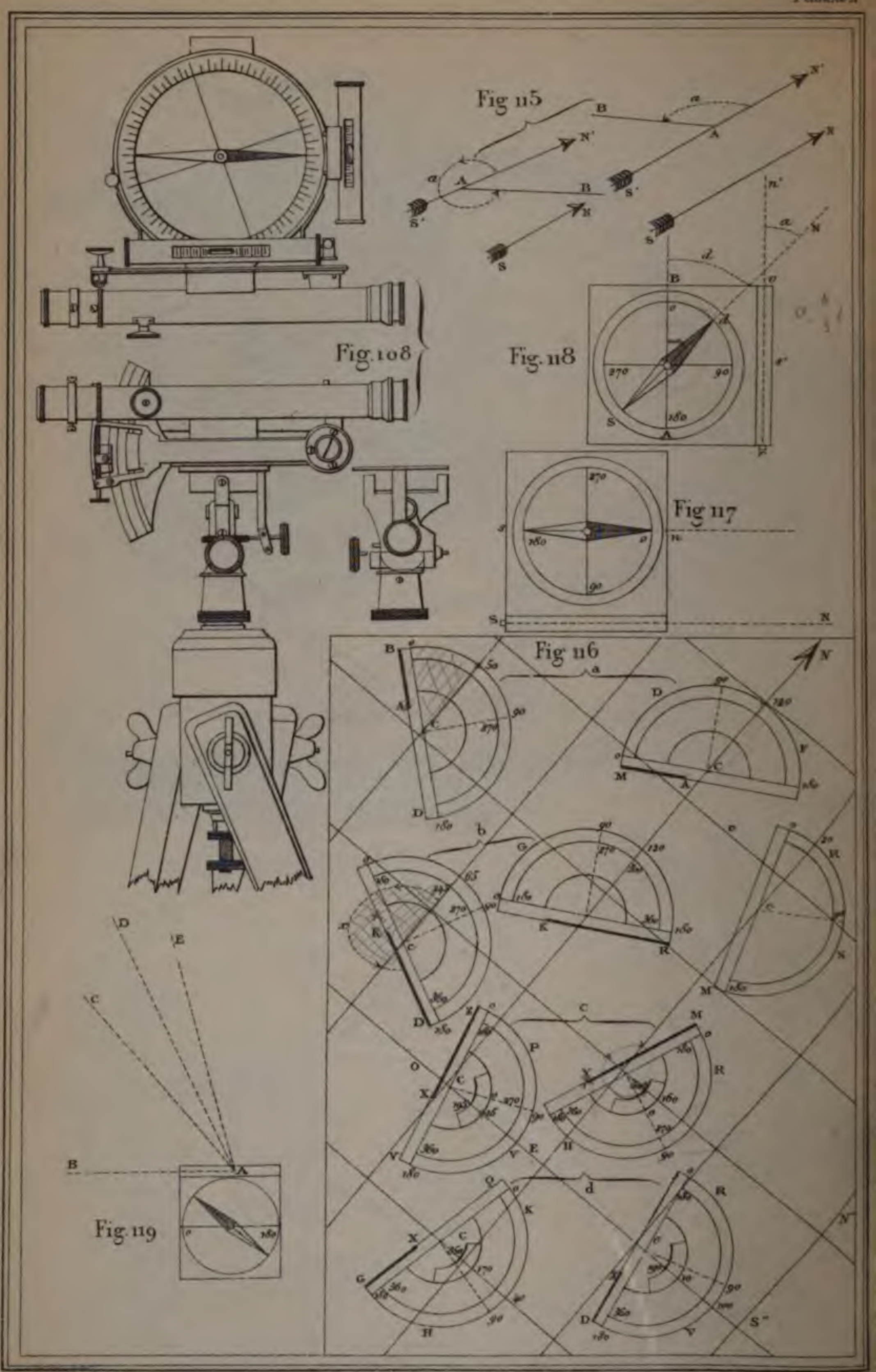

Fig. 54.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 58.
Fig. 57.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61
Fig. 62
Fig. 65.
Fig. 64.
Fig. 63.


Fig. 66.
Fig. 67
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.


Fig. 81
Fig. 82
Fig. 83
Fig. 84
Fig. 85
Fig. 87.
Fig. 86 bis
Echelle de 0.25
Alidade à pinnules
Fig. 90
Élévation
Fig. 89.
Fig. 88
Plan
Alidade à lunette
Fig. 92.
Fig. 91 bis
Élévation
Coupe suiv. RS
Plan
Fig. 91.
Cordes
Sinus

Z < 100g. Cot. +	INCLINAISON à l'horizon.	BASES HORIZONTALES 1000m	2000m	3000m	4000m	5000m	6000m	7000m	8000m	9000m	Z > 100g. Cot. —
		DIFFÉRENCES DE NIVEAU.									
gr. min.	g. m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.
92 00	8 00	126	253	379	505	632	758	884	1011	1137	108 00
90	10	128	256	384	512	640	768	895	1023	1151	10
80	20	130	259	389	518	648	777	907	1036	1166	20
70	30	131	262	393	524	656	787	918	1049	1180	30
60	40	133	265	398	531	664	796	929	1062	1194	40
91 50	8 50	134	269	403	537	672	806	940	1075	1209	108 50
40	60	136	272	408	544	680	815	951	1088	1222	60
30	70	138	275	418	550	688	825	963	1100	1238	70
20	80	139	278	417	556	696	835	974	1113	1252	80
10	90	141	281	422	563	704	844	985	1126	1266	90
91 00	9 00	142	285	427	569	712	854	996	1139	1281	109 00
90	10	144	288	432	576	720	864	1007	1151	1295	10
80	20	146	291	437	582	728	873	1019	1164	1310	20
70	30	147	294	441	589	736	883	1030	1177	1324	30
60	40	149	297	446	595	744	892	1041	1190	1339	40
90 50	9 50	150	301	451	601	752	902	1052	1203	1353	109 50
40	60	152	304	456	608	760	912	1064	1216	1367	60
30	70	154	307	461	614	768	921	1075	1228	1382	70
20	80	155	810	465	621	776	931	1086	1241	1397	80
10	90	157	314	470	627	784	941	1097	1254	1411	90
90 00	10 00	158	317	475	634	792	950	1109	1267	1425	110 00
90	10	160	320	480	640	800	960	1120	1280	1440	10
80	20	162	323	485	646	808	970	1131	1293	1454	20
70	30	163	326	490	653	816	980	1143	1306	1469	30
60	40	165	330	495	659	824	989	1154	1319	1484	40
89 50	10 50	166	333	499	666	832	999	1165	1332	1498	110 50
40	60	168	336	504	672	840	1008	1176	1844	1513	60
30	70	170	339	509	679	848	1018	1188	1357	1527	70
20	80	171	343	514	685	856	1028	1199	1370	1542	80
10	90	173	346	519	690	865	1037	1210	1383	1556	90
89 00	11 00	175	349	524	698	873	1047	1222	1396	1571	111 00
90	10	176	352	528	706	881	1057	1233	1409	1585	10
80	20	178	356	533	712	889	1067	1244	1422	1600	20
70	30	179	359	538	718	897	1076	1256	1435	1615	30
60	40	181	362	543	724	905	1086	1267	1448	1629	40
88 50	11 50	183	365	548	731	913	1096	1278	1461	1644	111 50
40	60	184	369	553	737	921	1106	1290	1474	1658	60
30	70	186	372	558	744	929	1115	1801	1487	1673	70
20	80	188	375	562	750	938	1125	1813	1500	1688	80
10	90	189	378	567	757	946	1135	1324	1513	1702	90
88 00	12 00	191	382	572	763	954	1145	1335	1526	1717	112 00
90	10	192	385	577	770	962	1154	1347	1539	1732	10
80	20	194	388	582	776	970	1164	1358	1552	1746	20
70	30	196	392	587	783	978	1174	1370	1565	1761	30
60	40	197	395	592	789	986	1184	1381	1578	1776	40
87 50	12 50	199	398	597	796	995	1193	1392	1591	1790	112 50
40	60	201	401	602	802	1003	1203	1404	1604	1805	60
30	70	202	404	607	809	1011	1213	1415	1617	1820	70
20	80	204	408	611	815	1019	1223	1427	1630	1834	80
10	90	205	411	616	822	1027	1233	1438	1644	1849	90
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	

% < 100°. Cot. +	INCLINAISON à l'horizon.	BASES HORIZONTALES									% > 100°. Cot. —
		1000m	2000m	3000m	4000m	5000m	6000m	7000m	8000m	9000m	
		DIFFÉRENCES DE NIVEAU.									
gr. min.	g. m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	gr. min.
95 50	4 50	71	142	213	283	354	425	496	567	637	104 50
45	55	72	143	215	286	358	430	501	573	644	55
95 40	4 60	72	145	217	290	362	434	507	579	652	104 60
35	65	73	146	220	293	366	439	512	585	659	65
30	70	74	148	222	296	370	444	518	592	666	70
25	75	75	150	224	299	374	449	523	598	673	75
95 20	4 80	76	151	227	302	378	453	529	604	680	104 80
15	85	76	153	229	305	382	458	534	611	687	85
10	90	77	154	231	309	386	463	540	617	694	90
05	95	78	156	234	312	390	468	545	623	701	95
95 00	5 00	79	157	236	315	394	472	551	630	708	105 00
95	05	80	159	239	318	398	477	557	636	716	05
90	10	80	161	241	321	401	482	562	642	723	10
85	15	81	162	243	324	405	486	568	649	730	15
94 80	5 20	82	164	246	328	409	491	573	655	737	105 20
75	25	83	165	248	331	413	496	579	661	744	25
70	30	84	167	250	334	417	501	584	668	751	30
65	35	84	169	253	337	421	506	590	674	758	35
94 60	5 40	85	170	255	340	425	510	595	680	765	105 40
55	45	86	172	258	343	429	515	601	687	772	45
50	50	87	173	260	347	433	520	606	693	780	50
45	55	87	175	262	350	437	524	612	699	787	55
94 40	5 60	88	176	265	353	442	529	617	706	794	105 60
35	65	89	178	267	356	445	534	623	712	801	65
30	70	90	180	269	359	449	539	629	718	808	70
25	75	91	181	272	362	453	543	634	725	815	75
94 20	5 80	91	183	274	366	457	548	640	731	822	105 80
15	85	92	184	277	369	461	553	645	737	829	85
10	90	93	186	279	372	465	558	651	744	837	90
05	95	94	188	281	375	469	562	656	750	844	95
94 00	6 00	95	189	284	378	473	567	662	756	851	106 00
90	10	96	192	288	384	481	577	673	769	865	10
80	20	98	195	293	391	489	586	684	782	879	20
70	30	99	199	298	397	496	596	695	794	894	30
60	40	101	202	303	404	504	606	706	807	908	40
93 50	6 50	102	205	307	410	512	615	717	820	922	106 50
40	60	104	208	312	416	520	624	728	832	936	60
30	70	106	211	317	423	528	634	739	845	951	70
20	80	107	214	322	429	536	643	751	858	965	80
10	90	109	217	326	435	544	653	762	870	979	90
93 00	7 00	110	221	331	442	552	662	773	883	994	107 00
90	10	112	224	336	448	560	672	784	896	1008	10
80	20	114	227	341	454	568	682	795	909	1022	20
70	30	115	230	346	461	576	691	806	921	1037	30
60	40	117	234	350	467	584	701	817	934	1051	40
92 50	7 50	118	237	355	473	592	710	828	947	1065	107 50
40	60	120	240	360	480	600	720	840	960	1080	60
30	70	122	243	365	486	608	729	851	972	1094	70
20	80	123	246	369	493	616	739	862	985	1108	80
10	90	125	249	374	499	624	748	873	998	1123	90
		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	


Fig.108
Fig 115
Fig 116
Fig 117
Fig. 118
Fig. 119

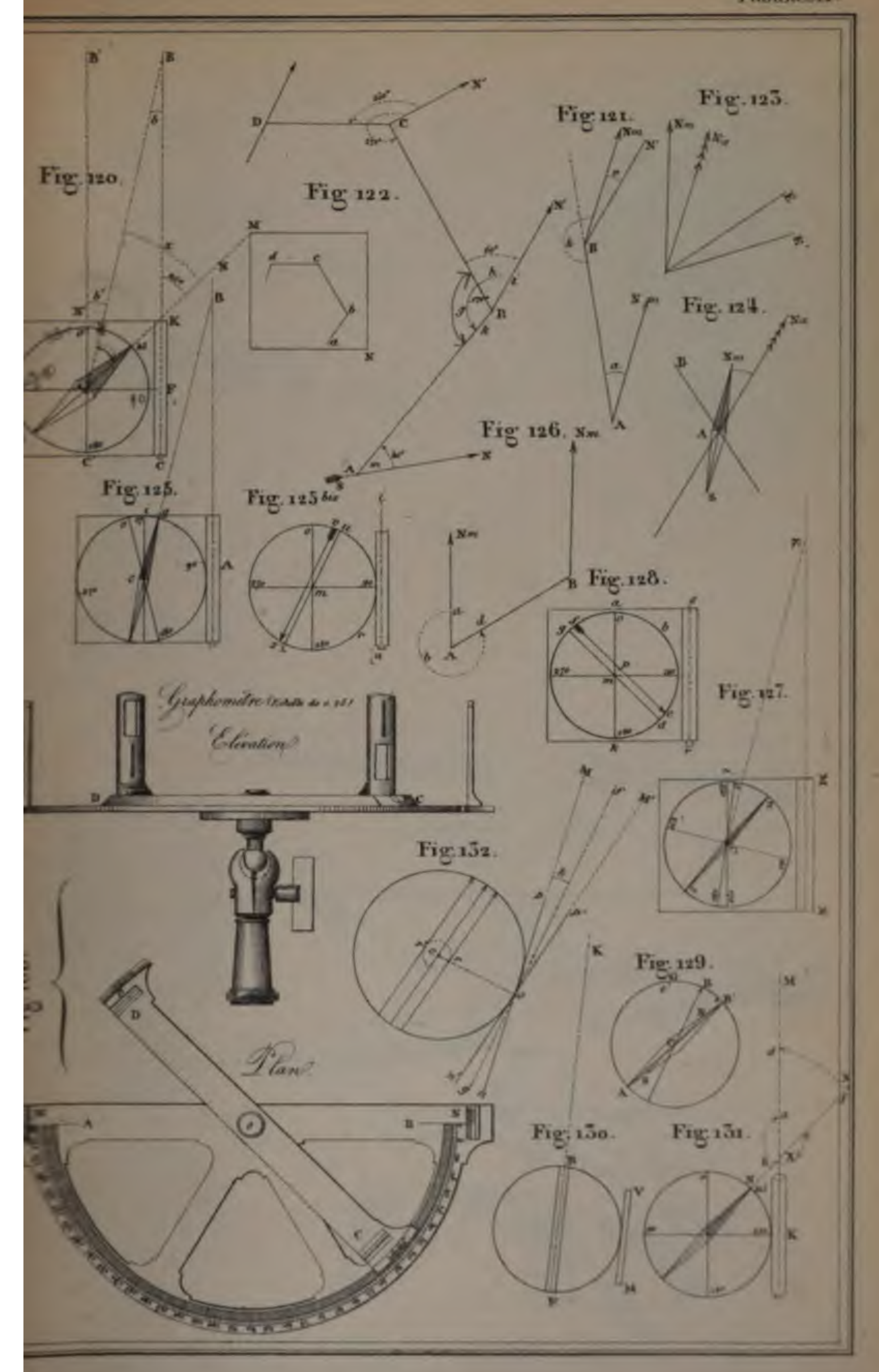
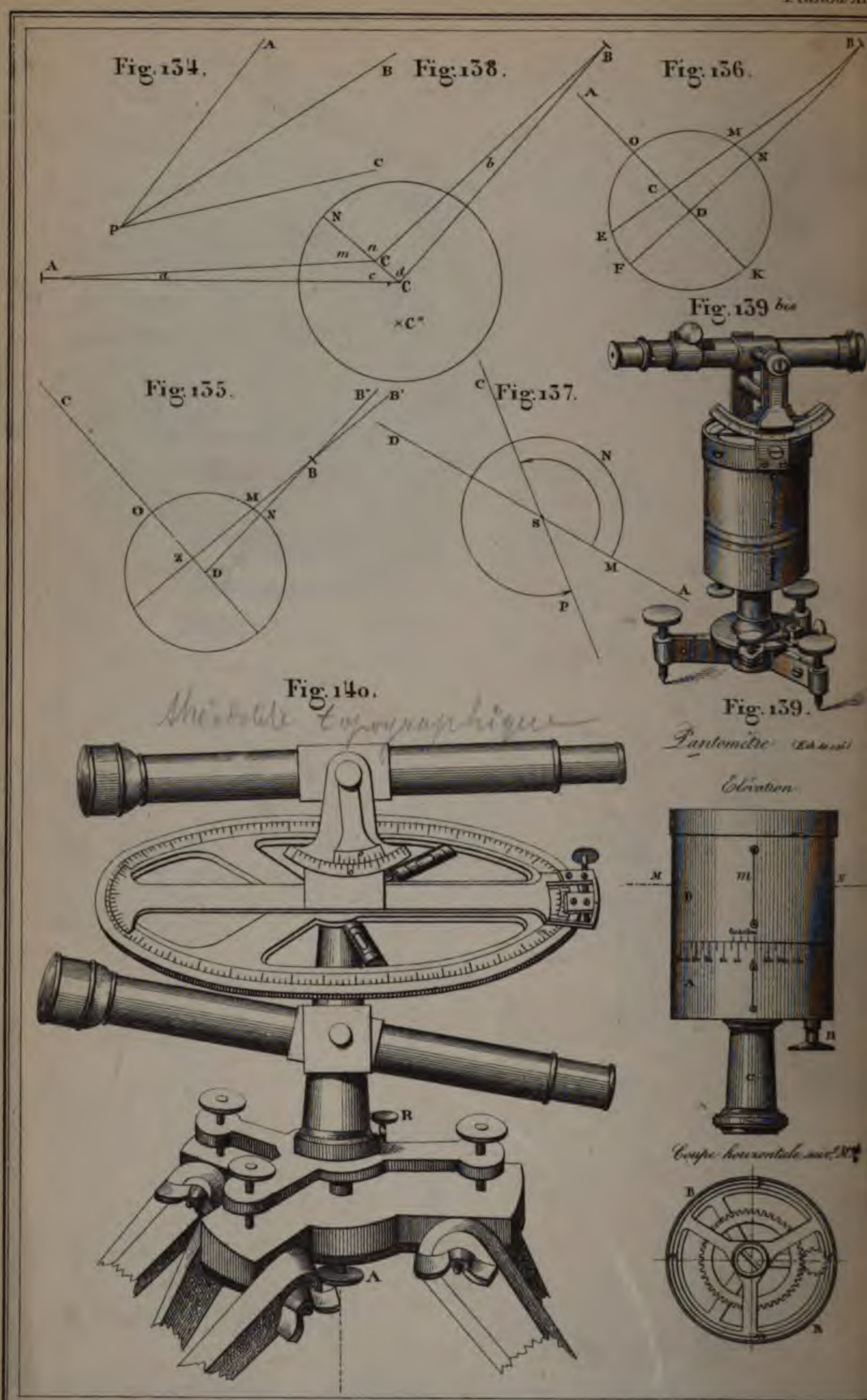
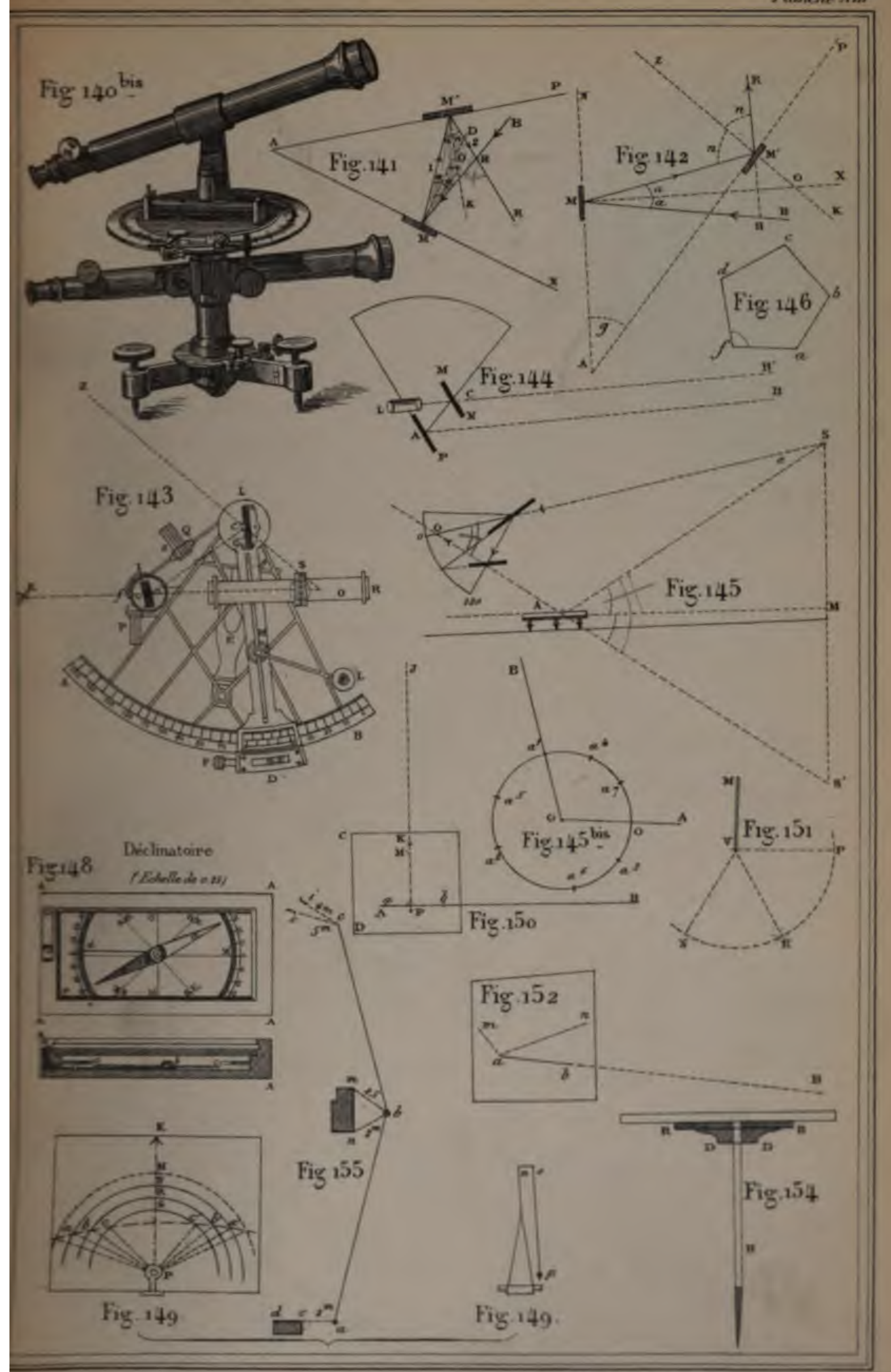


Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 122.
Fig. 123.
Fig. 124.
Fig. 125.
Fig. 125 bis
Fig. 126.
Fig. 127.
Fig. 128.
Fig. 129.
Fig. 130.
Fig. 131.
Fig. 132.
Graphomètre
Elévation
Plan


Fig. 134.
Fig. 138.
Fig. 136.
Fig. 139 bis
Fig. 135.
Fig. 137.
Fig. 140.
Théodolite topographique
Fig. 139.
Pantomètre
Élévation
Coupe horizontale


Fig. 140 bis
Fig. 141
Fig. 142
Fig. 143
Fig. 144
Fig. 145
Fig. 145 bis
Fig. 146
Fig. 148
Déclinatoire
(Echelle de 0.21)
Fig. 149
Fig. 150
Fig. 151
Fig. 152
Fig. 154
Fig. 155
Fig. 149.

PAGES

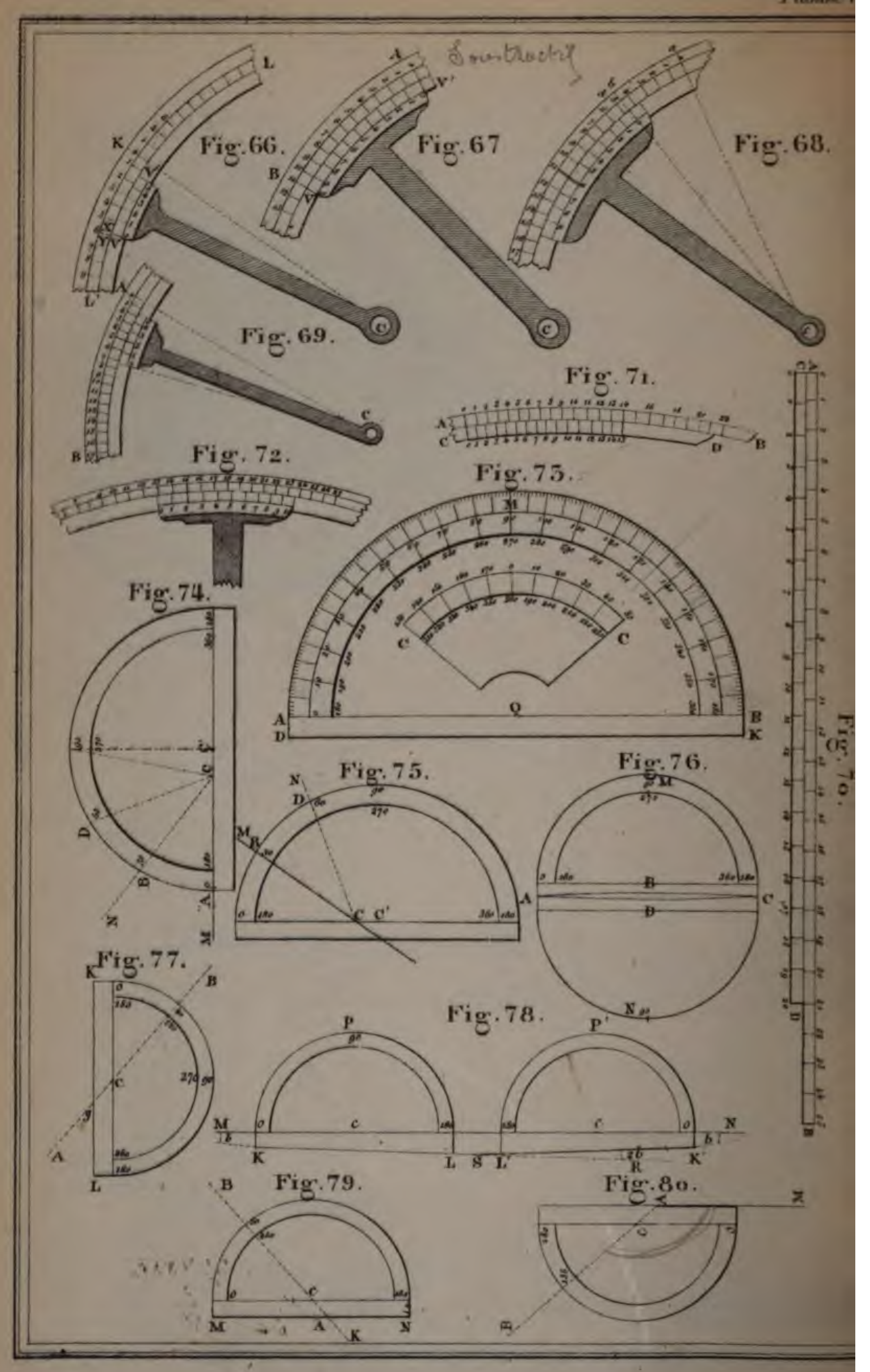
CHAP. III. — INSTRUMENTS ET MOYENS PROPRES A DÉTERMINER LES ANGLES ET A LES RAPPORTER SUR LE PAPIER. —
Lecture des angles 71
Le vernier 73
Le rapporteur 81
Table des cordes. 86
Echelle des cordes 88
Alidade à pinnules 89
Alidade à lunette 90
La planchette 92
Généralités sur les aimants 98
Description, vérification et usage de la boussole. 103
Le graphomètre à pinnules 117
Le pantomètre 121
Le théodolite. 123
Le grand sextant 125
Comparaison des goniomètres 129
CHAP. IV. — EXÉCUTION DES LEVERS. — Du canevas topographique. 132
Orientation du canevas 134
Levers au mètre. 138
Lever des détails 144
Problèmes au mètre et au jalon 146
Levers à la planchette 150
Problèmes à la planchette. 153
Levers à la boussole 159
Problèmes à la boussole 164
Emploi de croquis et de brouillons 167
Comparaison des procédés d'exécution des levers à la planchette et à la boussole 168
Levers au graphomètre et au sextant 170
Levers et problèmes au goniomètre pur . . . 171
Levers et problèmes au goniomètre et à la chaîne. 172
CHAP. V. — DESSIN DE LA PLANIMÉTRIE. — Généralités . . . 179
Dessin graphique 180
Lavis. 183
Figuré du détail. 186
Teintes topographiques 188
Cadre et écritures des dessins et lavis 193
CHAP. VI. — COPIE ET RÉDUCTION DES PLANS. — Copie des plans. 197
Réduction des plans. 198
Le pantographe. 200

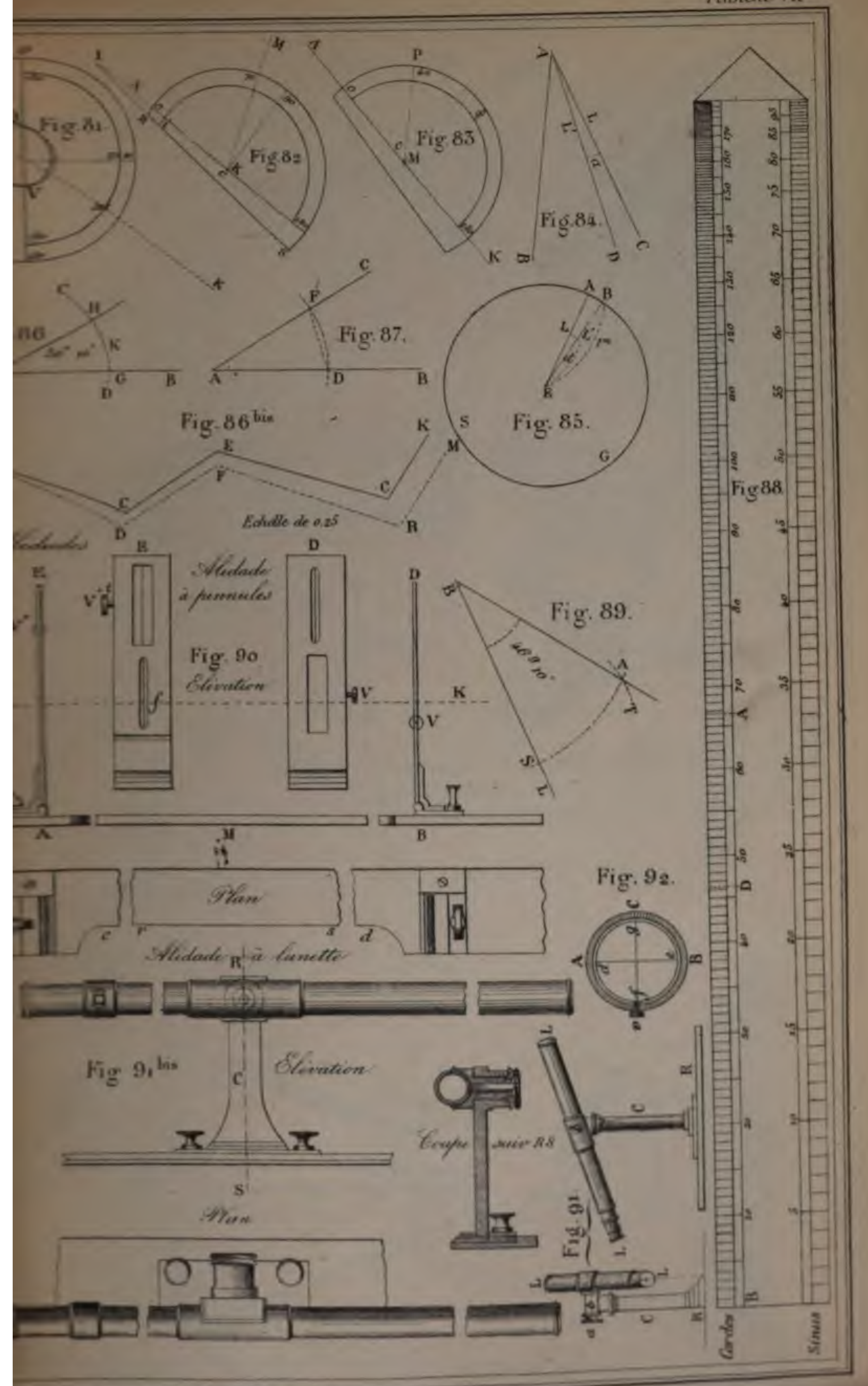
PAGES.
CHAP. VII. — ARPENTAGE. — Généralités 204
L'équerre d'arpenteur 206
Levers et problèmes à l'équerre 207
Evaluation des surfaces 209
Transformation et division des surfaces. . . . 221

Livre III. — NIVELLEMENT.

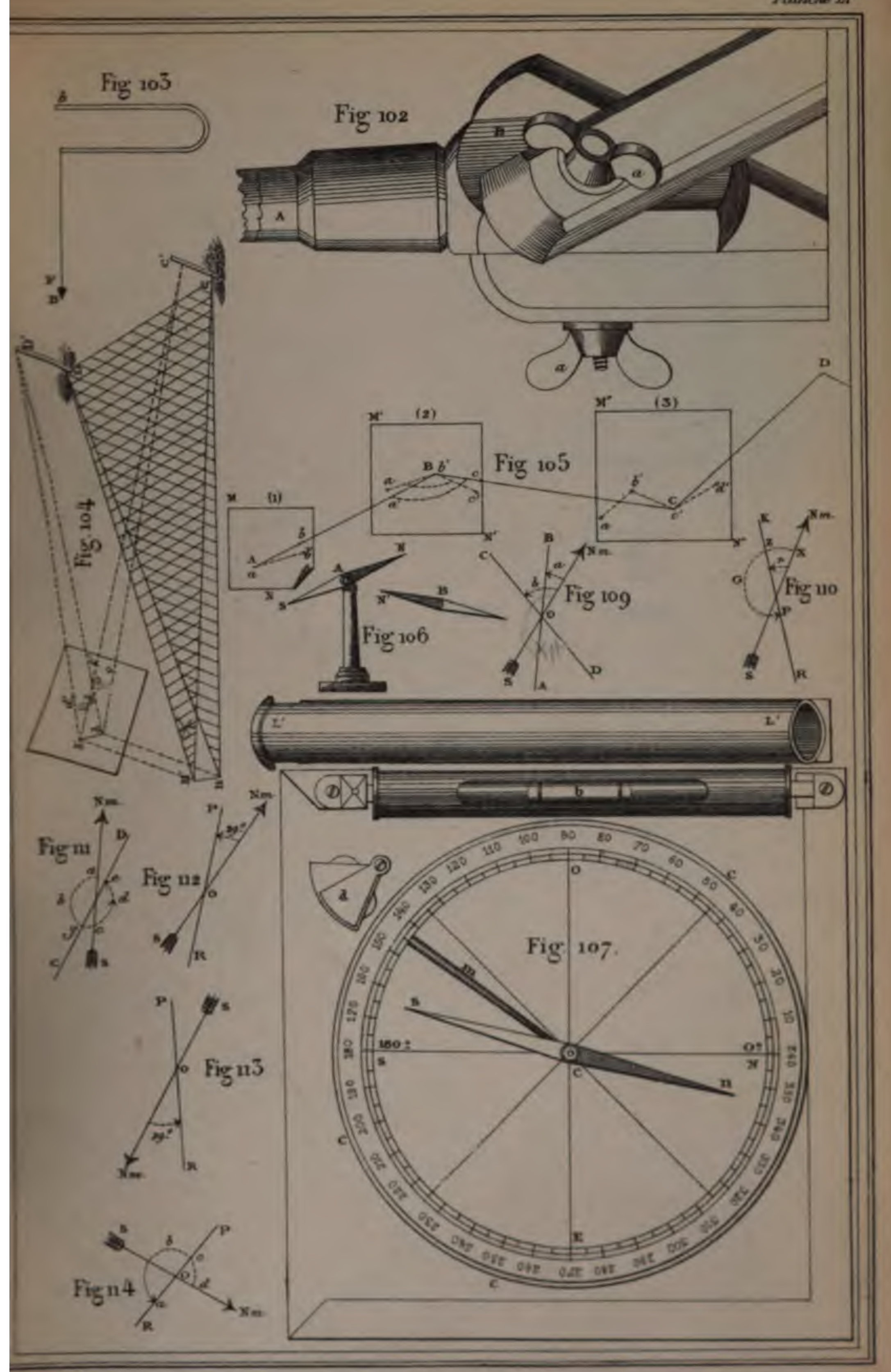
CHAP. I. — THÉORIE GÉNÉRALE. — Objet du nivellement. . . 225
Excès du niveau apparent sur le niveau vrai . . 228
Erreur due à la réfraction de l'air 230
CHAP. II. — DESCRIPTION ET USAGE DES NIVEAUX. — Niveaux d'eau 233
Niveau de maçon 243
Niveau Bertren 245
Niveau à collimateur du colonel Goulier . . . 245
Niveau à bulle d'air. 246
Niveaux à bulle et à lunette 252
Niveau à bulle de Chézy 253
Niveau d'Egault. 258
Niveau de Brünner. 261
Niveau de Lenoir 262
Niveau de Lyngke 263
Les mires. 264
CHAP. III. — PRATIQUE DU NIVELLEMENT PAR VISÉES HORIZONTALES.
Généralités 266
Nivellement simple. 267
Nivellement réciproque 269
Nivellement composé 270
Comment on rapporte tous les points d'un nivellement à un plan général de comparaison. . . 271
Fermeture du nivellement. 274
Nivellement rayonnant. 275
CHAP. IV. — ÉCLIMÈTRES. — Généralités sur les éclimètres . . 277
Éclimètres proprement dits 281
Formule du nivellement à l'éclimètre 286
Remarques sur l'emploi de l'éclimètre 290
Tables de Maissiat 295

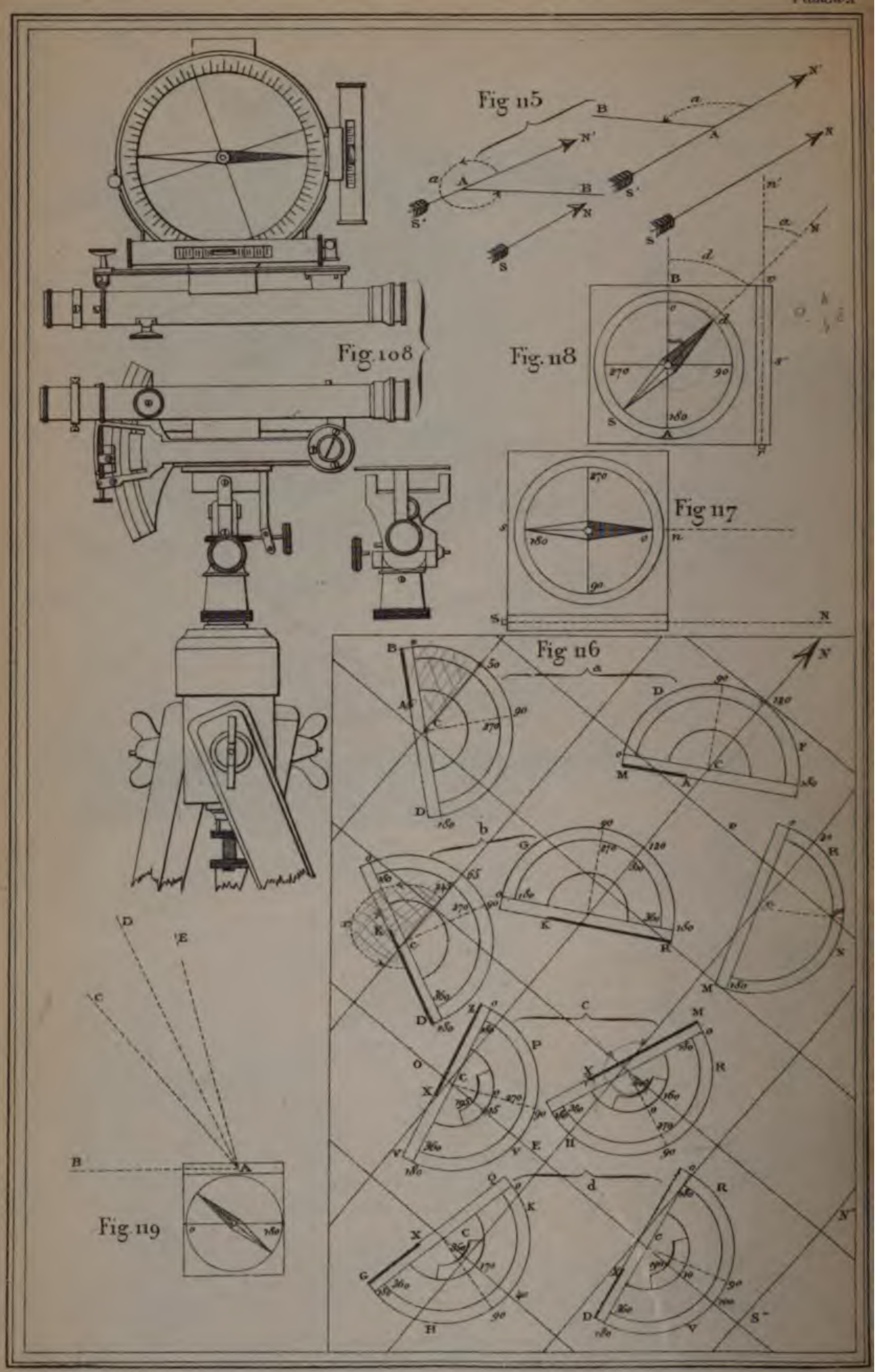
FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME Ier.

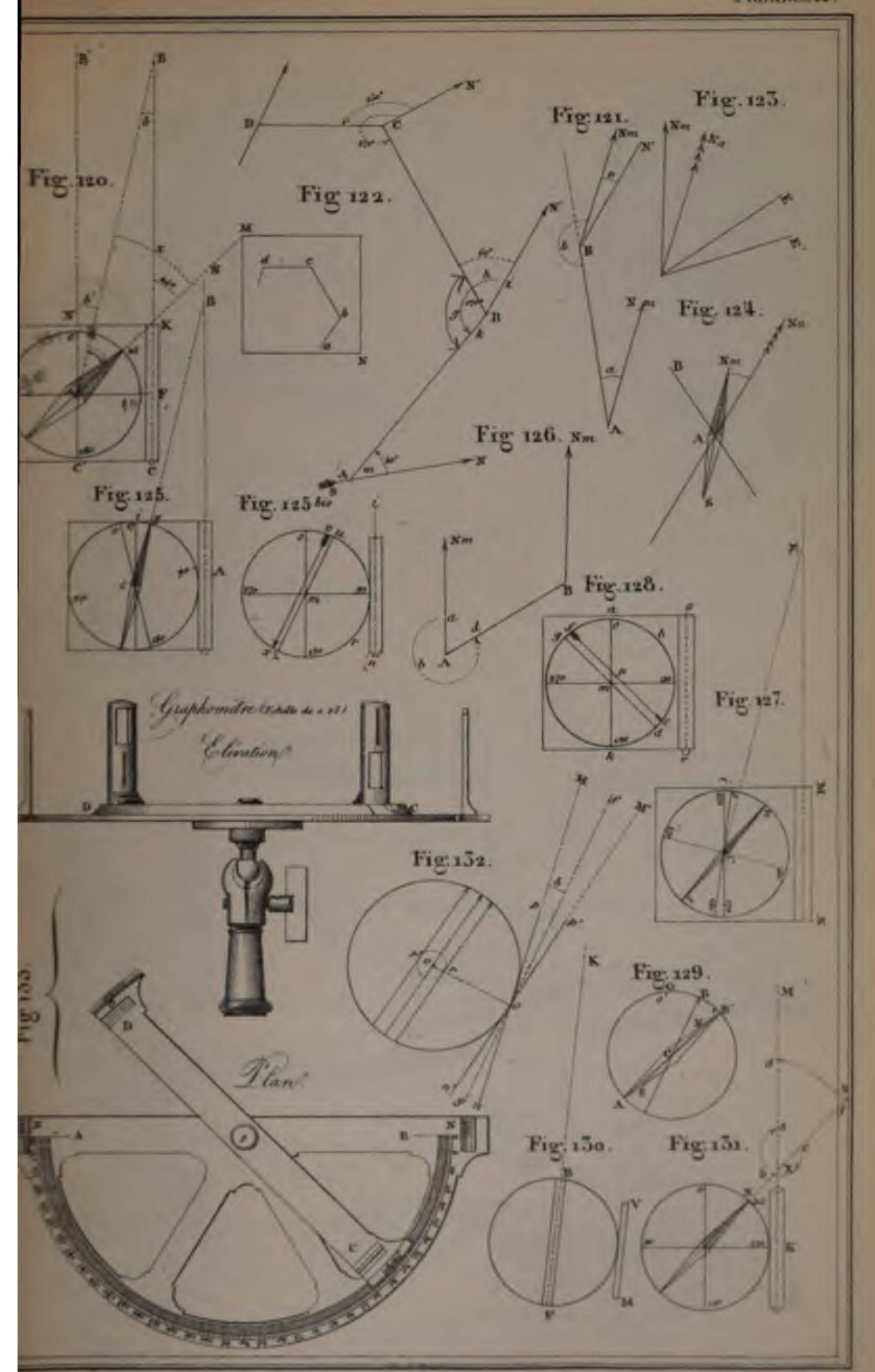

Fig. 66.
Fig. 67
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.

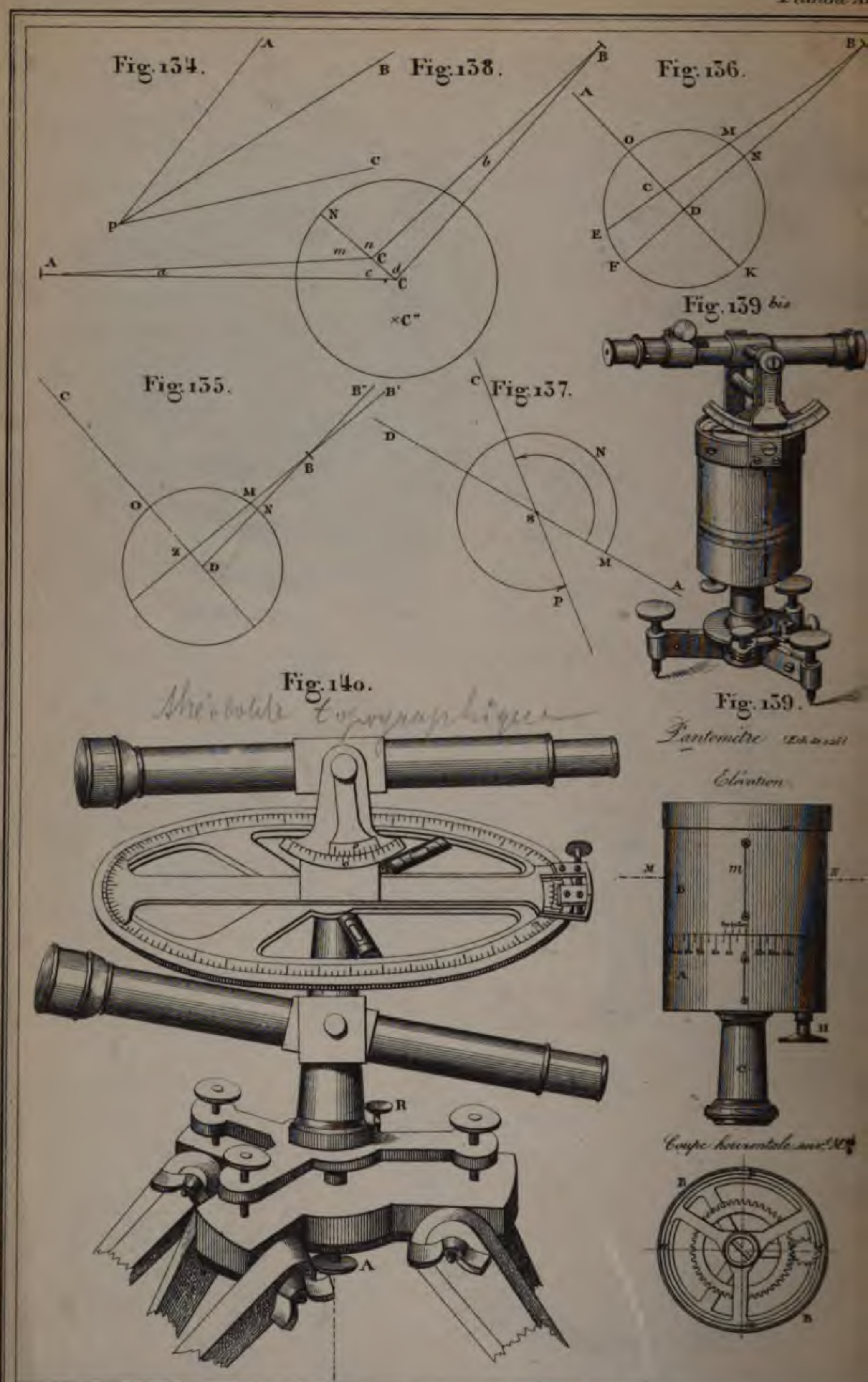

Fig. 81
Fig. 82
Fig. 83
Fig. 84.
Fig. 85.
Fig. 86
Fig. 86 bis
Fig. 87.
Fig. 88
Fig. 89.
Fig. 90
Élévation
Alidade à pinnules
Echelle de 0.25
Plan
Alidade à lunette
Fig. 91 bis
Élévation
Plan
Coupe suiv. RS
Fig. 91.
Fig. 92.
Cordes
Sinus

CHEZ LES MÈ


Fig 102
Fig 103
Fig 104
Fig 105
Fig 106
Fig 107.
Fig 109
Fig 110
Fig 111
Fig 112
Fig 113
Fig 114


Fig. 108
Fig. 115
Fig. 116
Fig. 117
Fig. 118
Fig. 119


Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 122.
Fig. 123.
Fig. 124.
Fig. 125.
Fig. 125 bis
Fig. 126.
Fig. 127.
Fig. 128.
Fig. 129.
Fig. 130.
Fig. 131.
Fig. 132.
Fig. 133.
Graphomètre
Élévation
Plan


Fig. 134.
Fig. 138.
Fig. 136.
Fig. 139 bis
Fig. 135.
Fig. 137.
Fig. 140.
Fig. 139.
Pantomètre
Élévation
Coupe horizontale

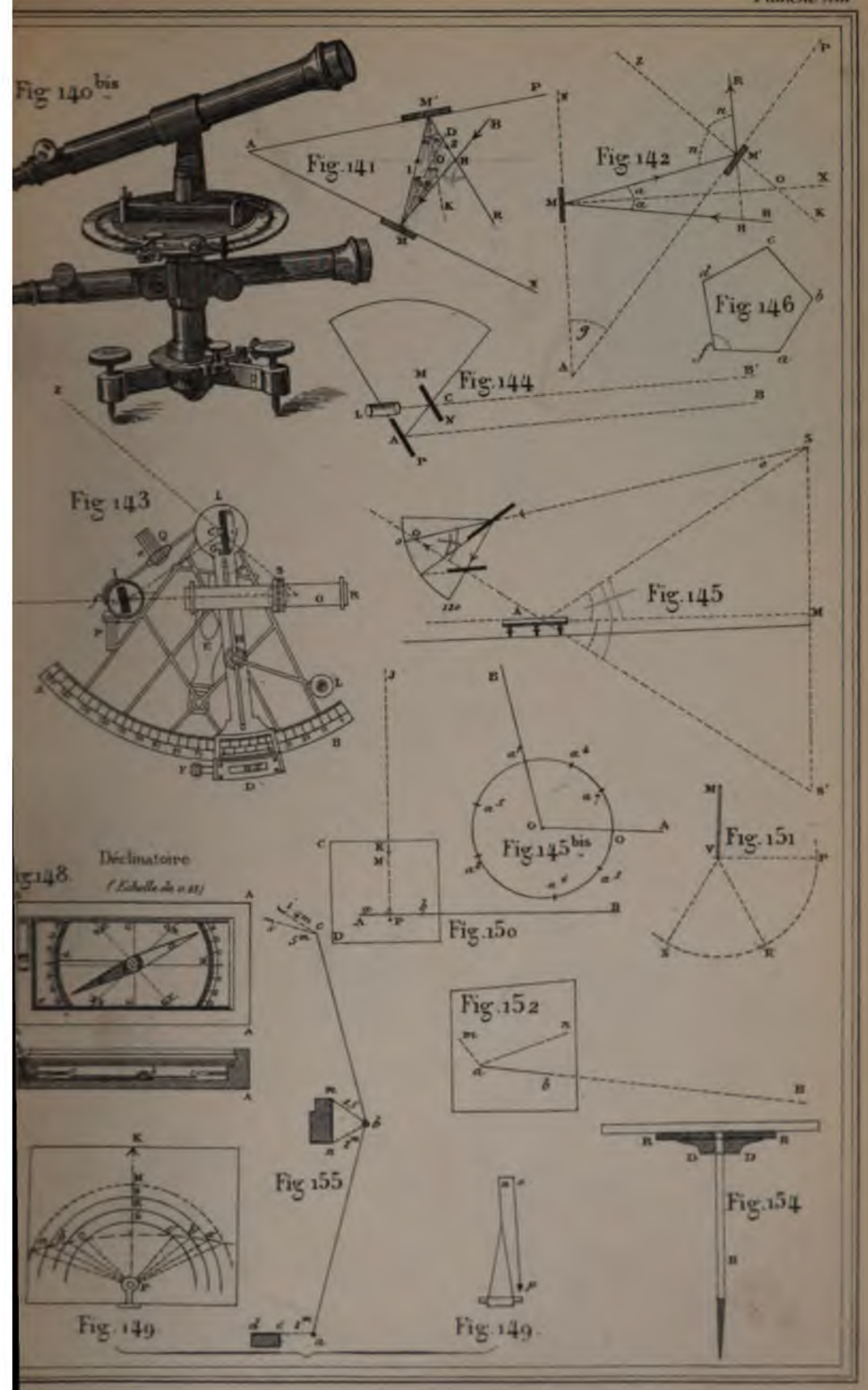
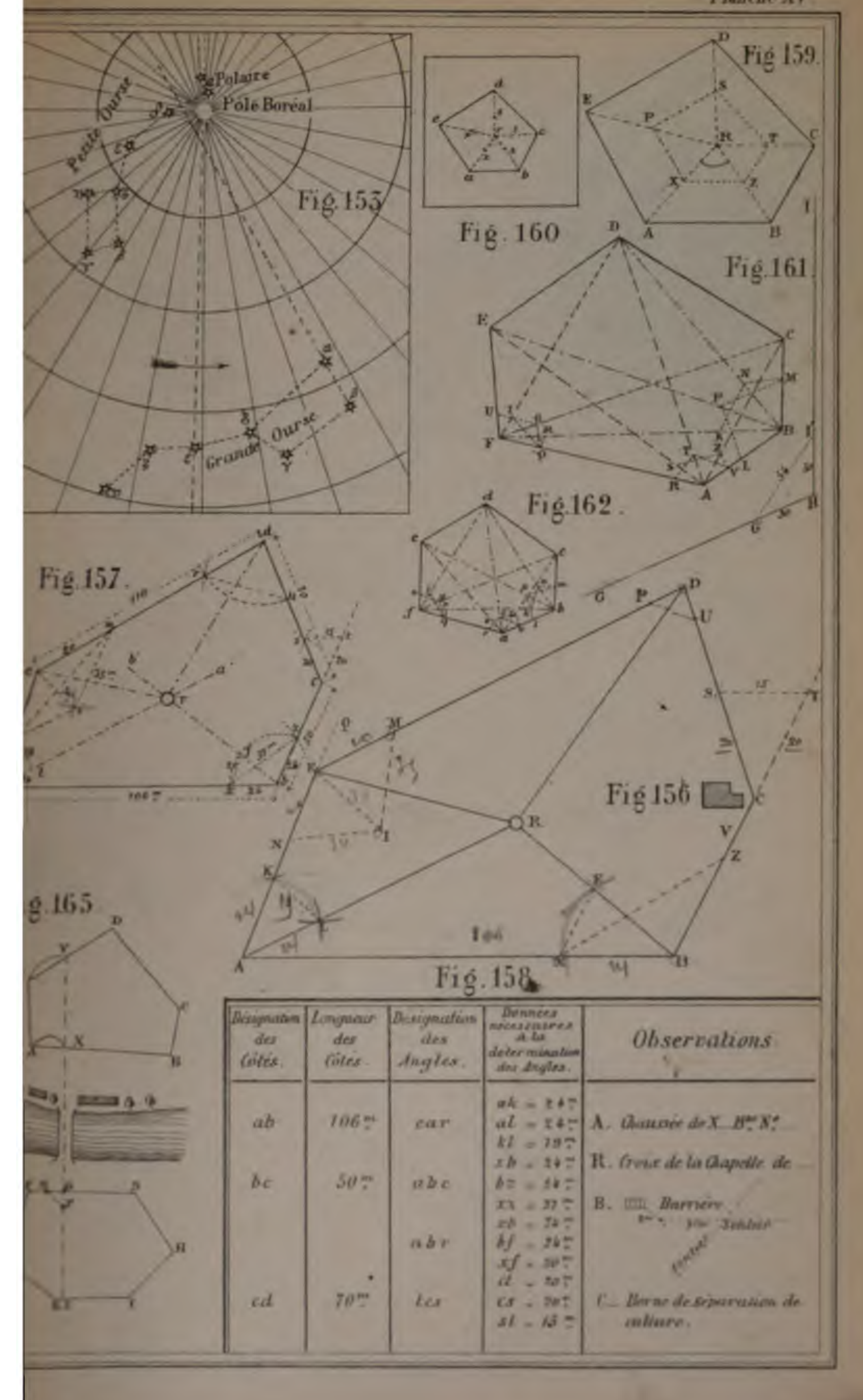
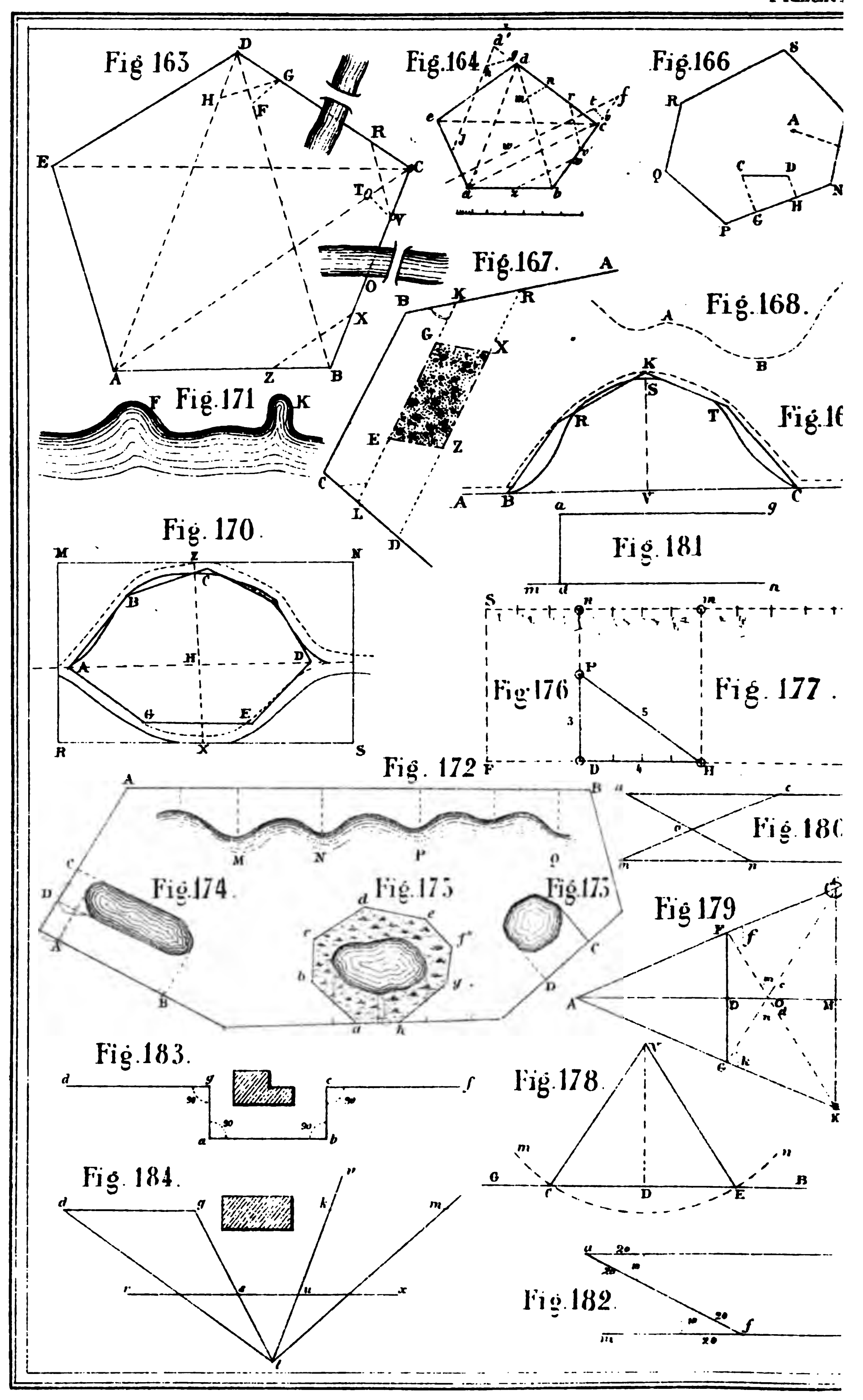
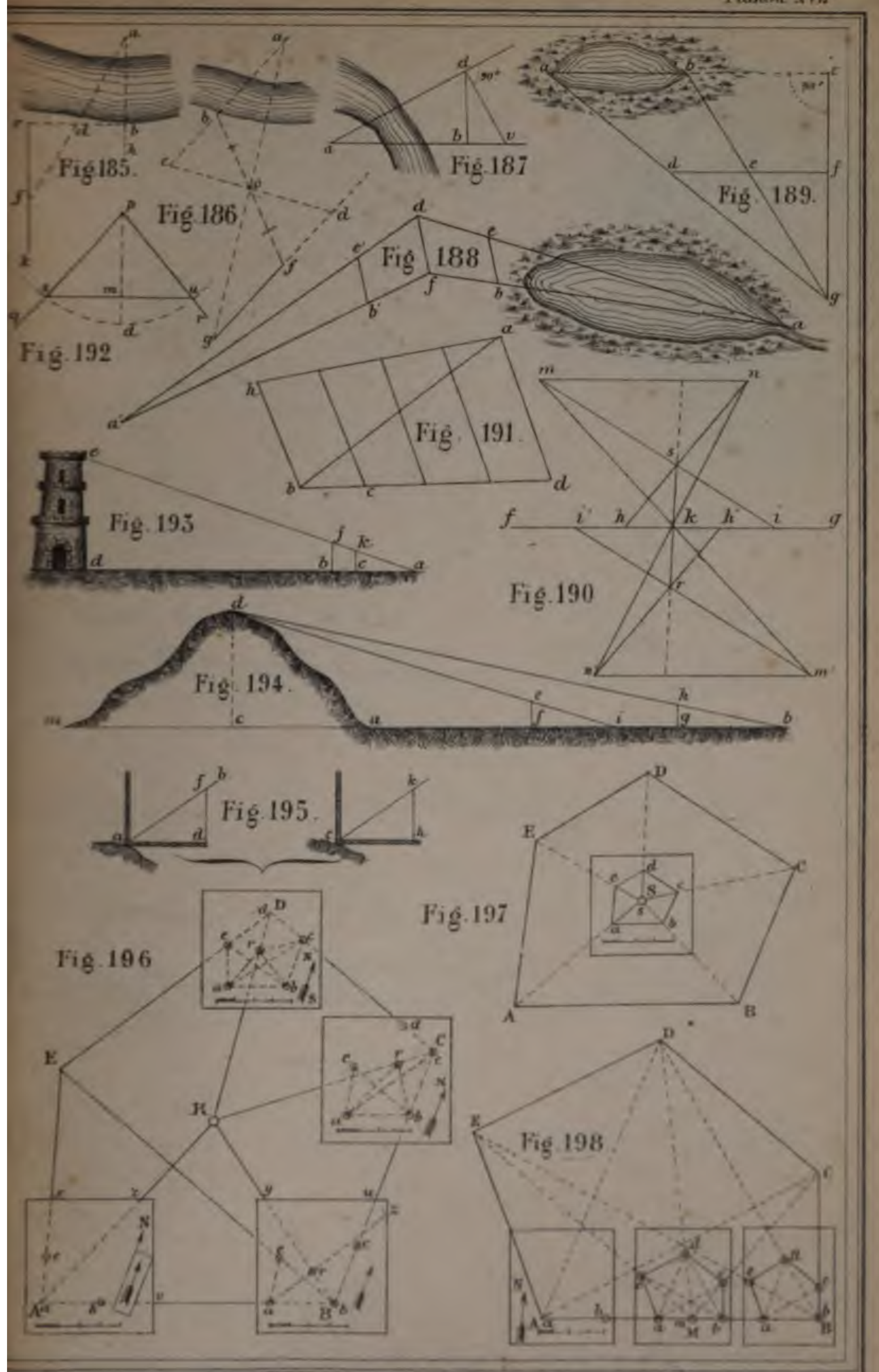

Fig. 140 bis
Fig. 141
Fig. 142
Fig. 143
Fig. 144
Fig. 145
Fig. 145 bis
Fig. 146
Fig. 148.
Déclinatoire
(Echelle de 0.25)
Fig. 149
Fig. 150
Fig. 151
Fig. 152
Fig. 154
Fig. 155
Fig. 149.

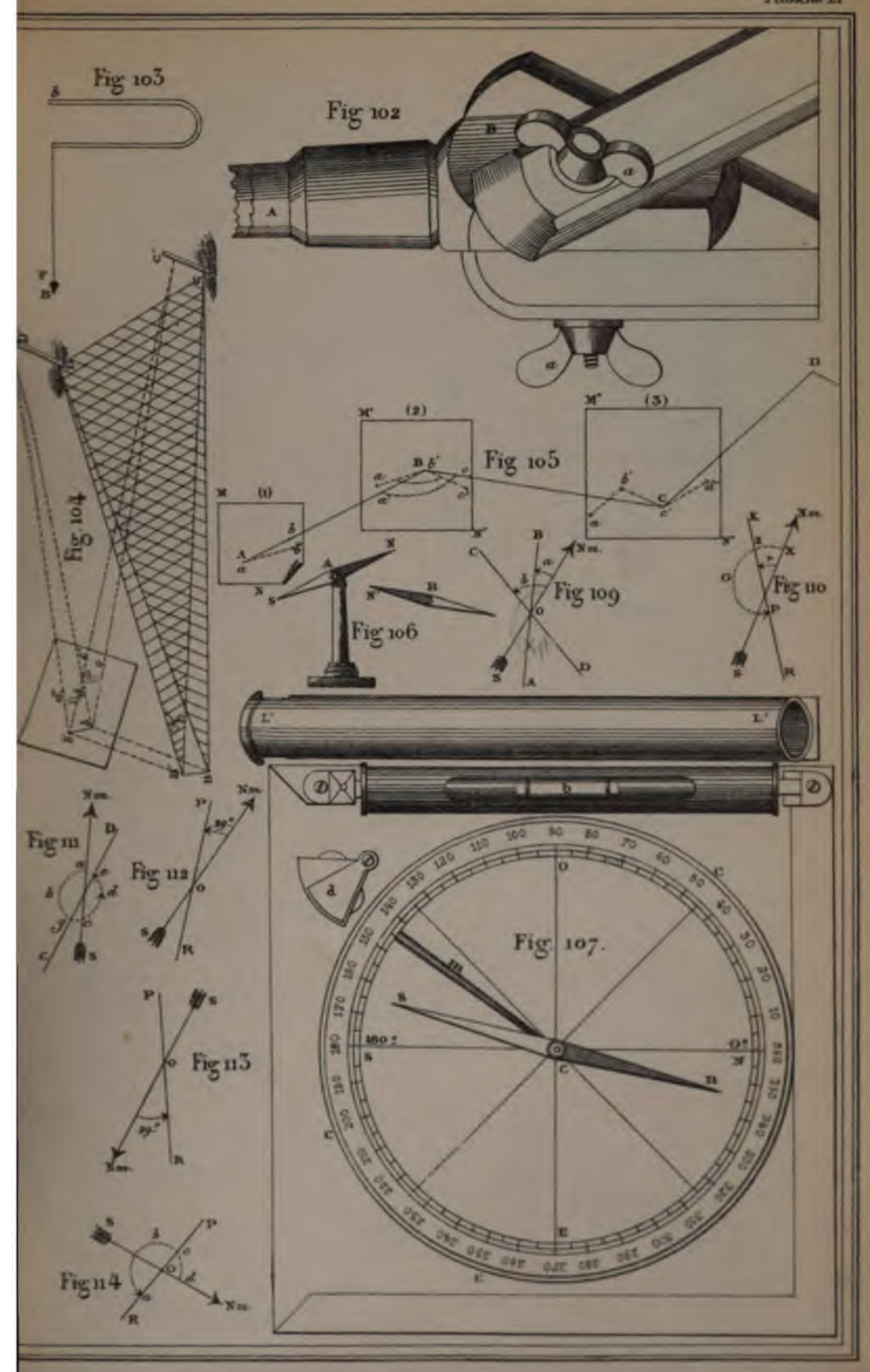

Fig. 147
1e Traverse $A c^6 b^6 a^6 R$
2e . $S g^1 f^1 e^1 c d^1 c^1 b^1 a^1 I$
3e . $l^1 d^4 c^4 b^4 F^1$
4e . $F^1 b^4 c^4 b^1 a^5 b^5 M$
5e . $M e d c b a C$
6e . $D a^2 h^2 b c d^2 e^2 f^2 O$
7e . $P a^3 b^3 f^3 c^3 d^3 e^3 B^1$
Sapins
Ruines
Chapelle
Bruyère
Moulin
Bois Futaies
Taillis
Hameau
Château
Église
Fontaine
Parc
Allée
Prairies
Sentier
Croix
Briqueterie
Verger
Arbre
Borne n°
Village
Maison
Marais
Chemin de Grande communication
Étang
Grand Polygone
Traverses

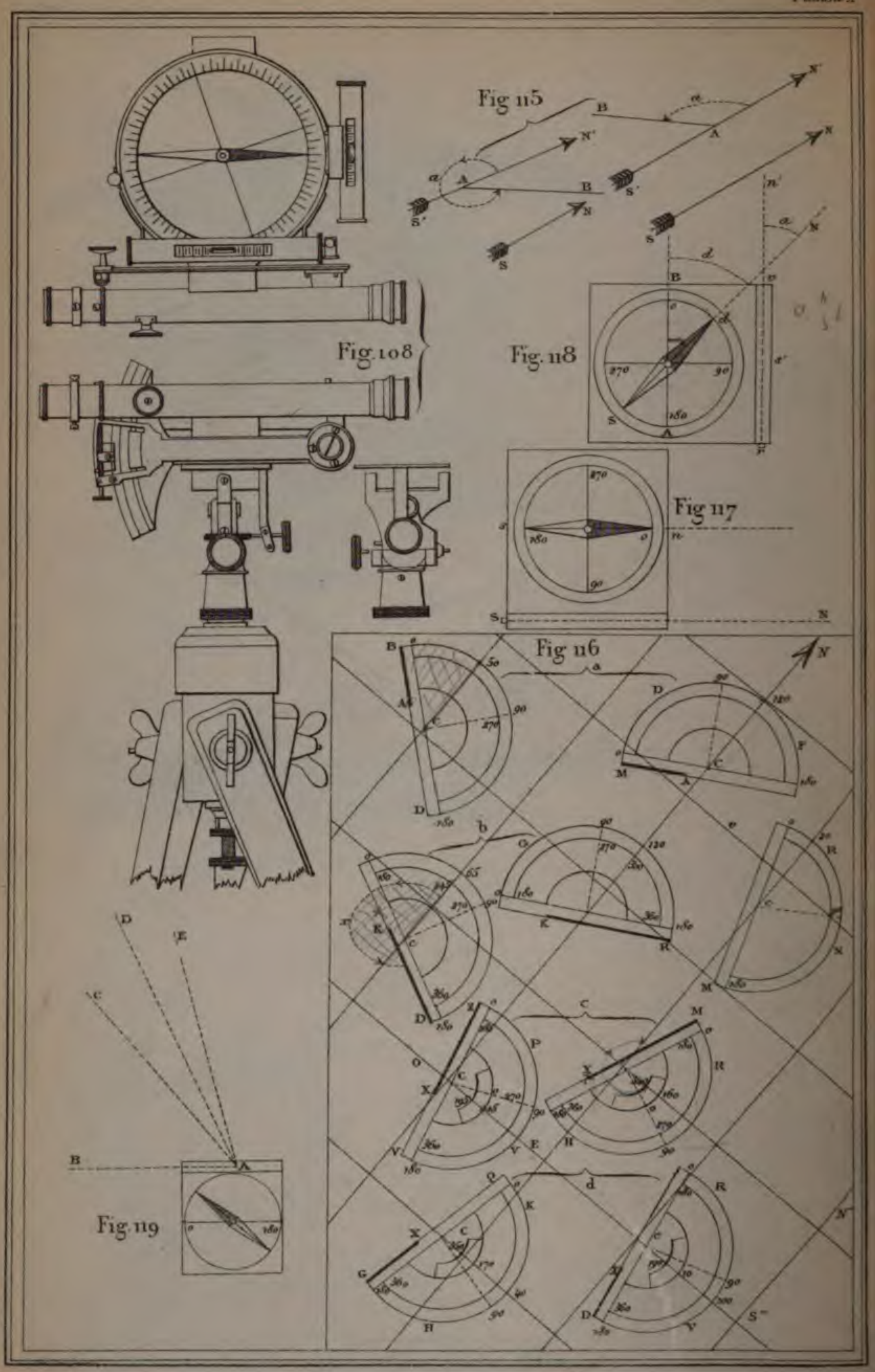


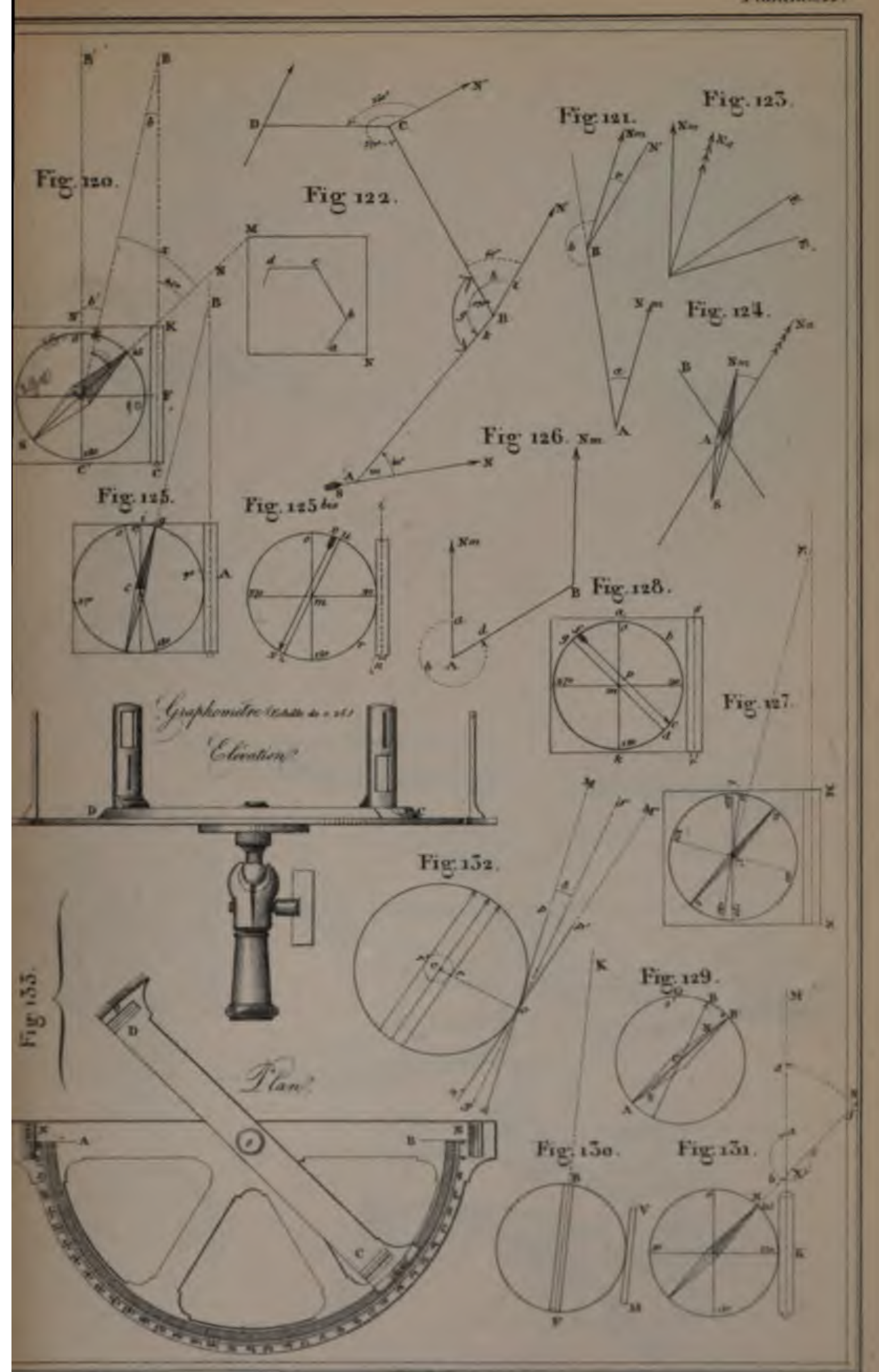
Désignation des Côtés.	Longueur des Côtes.	Désignation des Angles.	Données nécessaires à la détermination des Angles.	Observations
ab	106m	car	ak = 24m al = 24m kl = 19m	A. Chaussée de X. Bne N.e
			xb = 24m	R. Croix de la Chapelle de
bc	50m	abc	bz = 14m xz = 37m zb = 74m	B. Barrière
		abr	bf = 26m xf = 30m cl = 20m	
cd	70m	lcs	cs = 70m sl = 15m	C. Borne de séparation de culture.

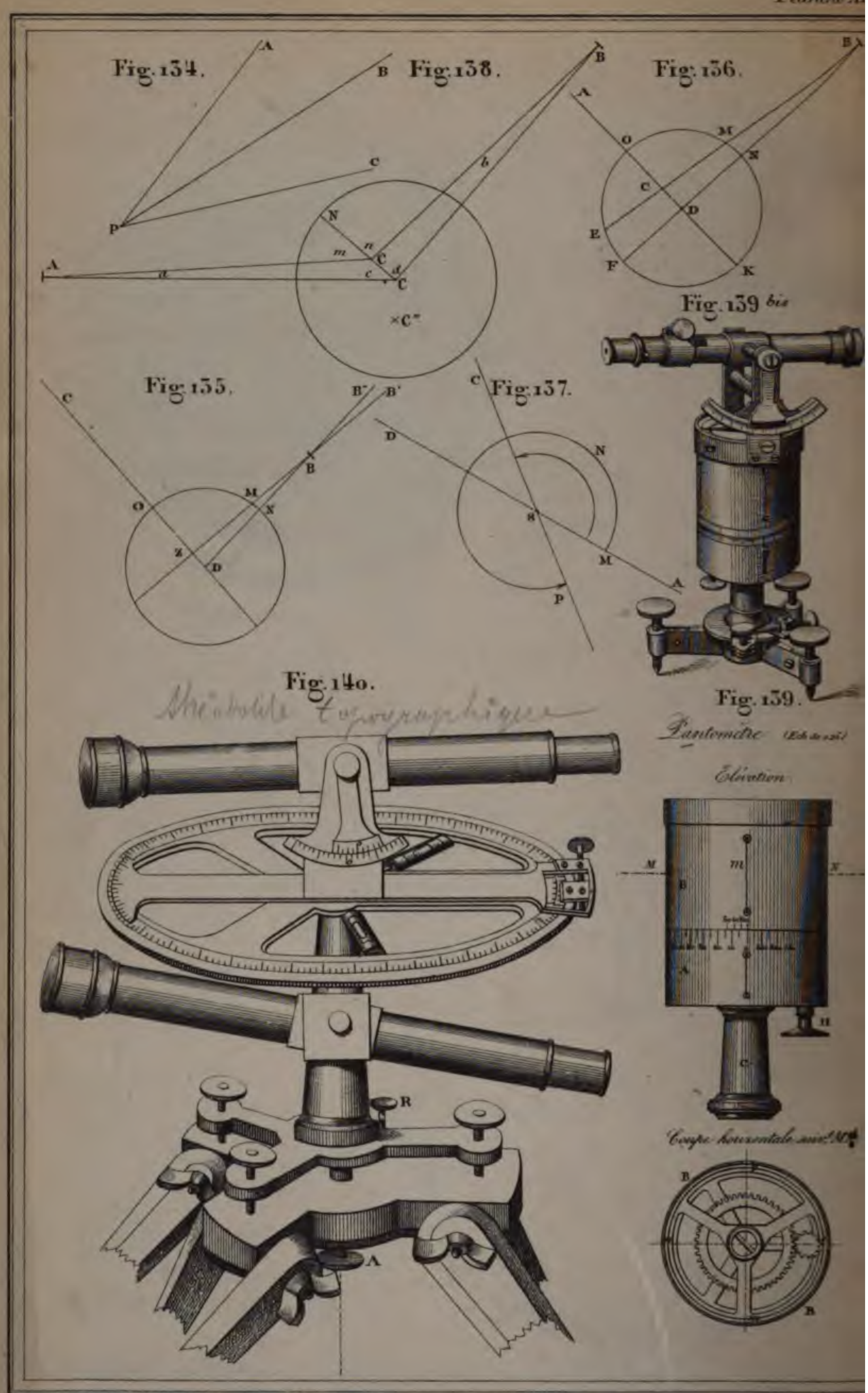

Fig 163
Fig.164
Fig.166
Fig.167.
Fig.168.
Fig.171
Fig.16
Fig. 170.
Fig. 181
Fig 176
Fig. 177.
Fig. 172
Fig.180
Fig.174.
Fig.175
Fig.175
Fig 179
Fig.183.
Fig.178.
Fig. 184.
Fig.182.


Fig. 185.
Fig. 186.
Fig. 187.
Fig. 188.
Fig. 189.
Fig. 190.
Fig. 191.
Fig. 192.
Fig. 193.
Fig. 194.
Fig. 195.
Fig. 196.
Fig. 197.
Fig. 198.


Fig 102
Fig 103
Fig 104
Fig 105
Fig 106
Fig 107.
Fig 109
Fig 110
Fig 111
Fig 112
Fig 113
Fig 114


Fig. 108
Fig 115
Fig 116
Fig 117
Fig. 118
Fig. 119


Fig. 120.
Fig. 121.
Fig. 122.
Fig. 123.
Fig. 124.
Fig. 125.
Fig. 125 bis
Fig. 126.
Fig. 127.
Fig. 128.
Fig. 129.
Fig. 130.
Fig. 131.
Fig. 132.
Fig. 133.
Graphomètre
Élévation
Plan


Fig. 134.
Fig. 138.
Fig. 136.
Fig. 139 bis
Fig. 135.
Fig. 137.
Fig. 140.
Alidade topographique
Fig. 139.
Pantomètre
Élévation
Coupe horizontale

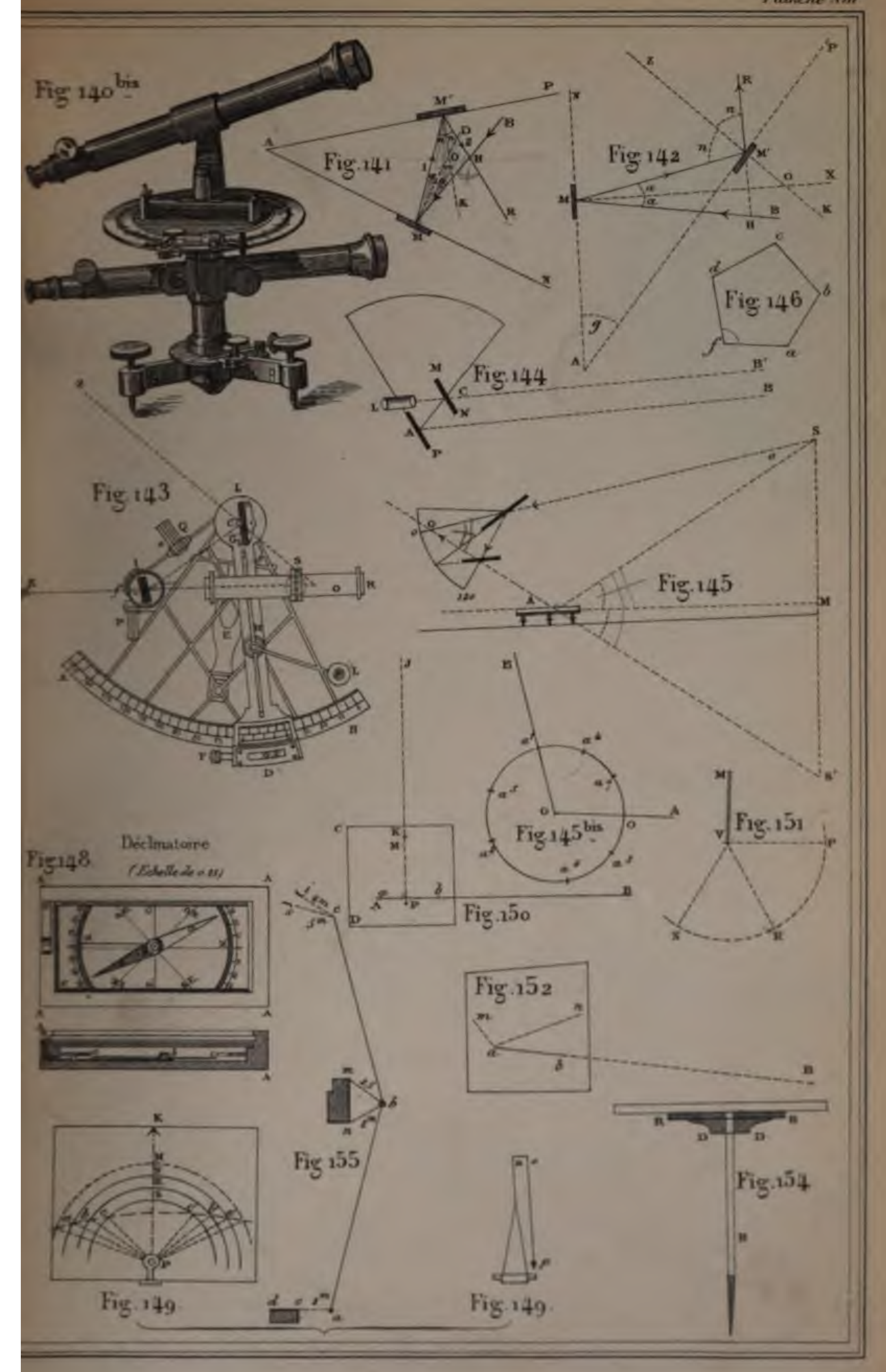
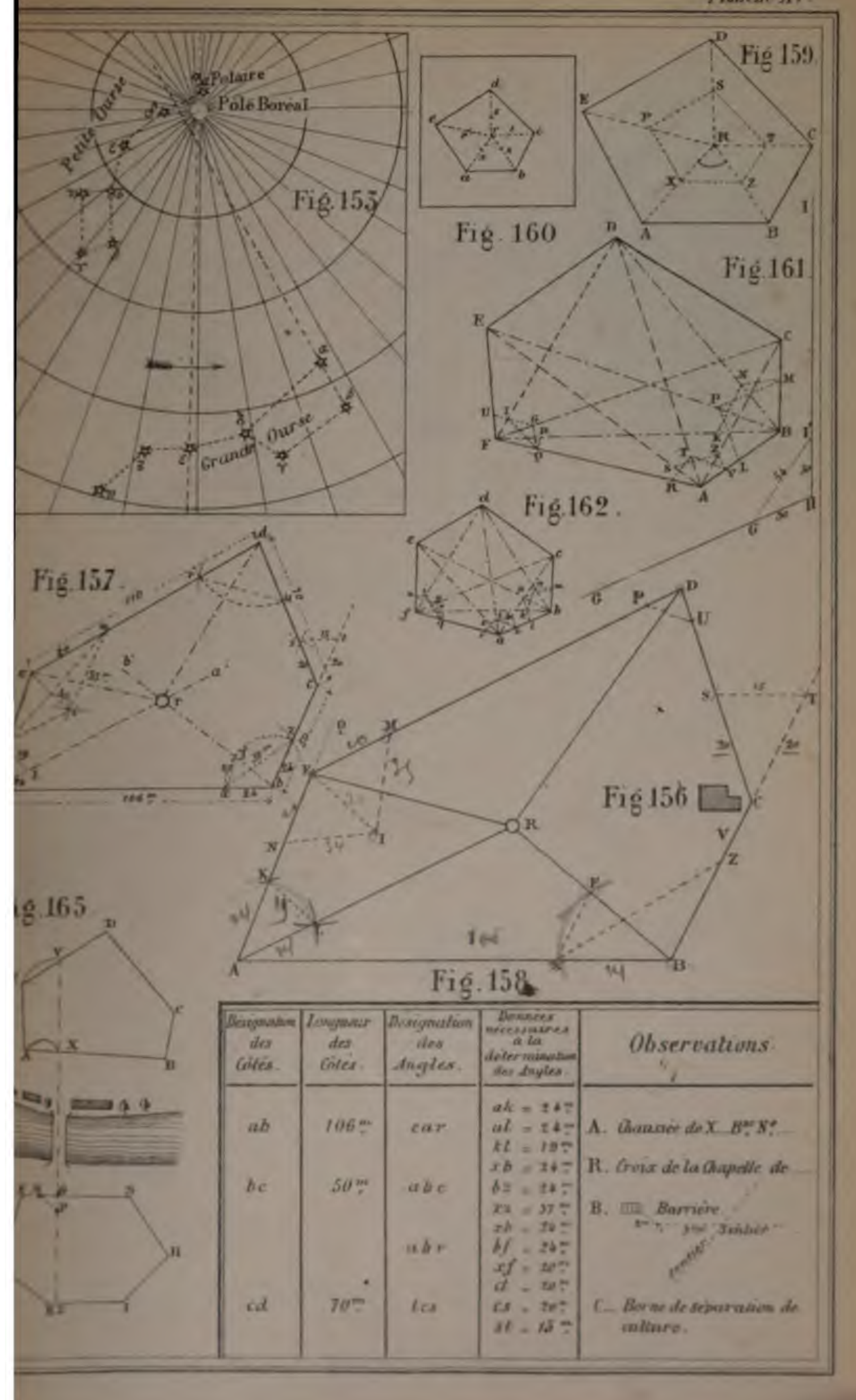
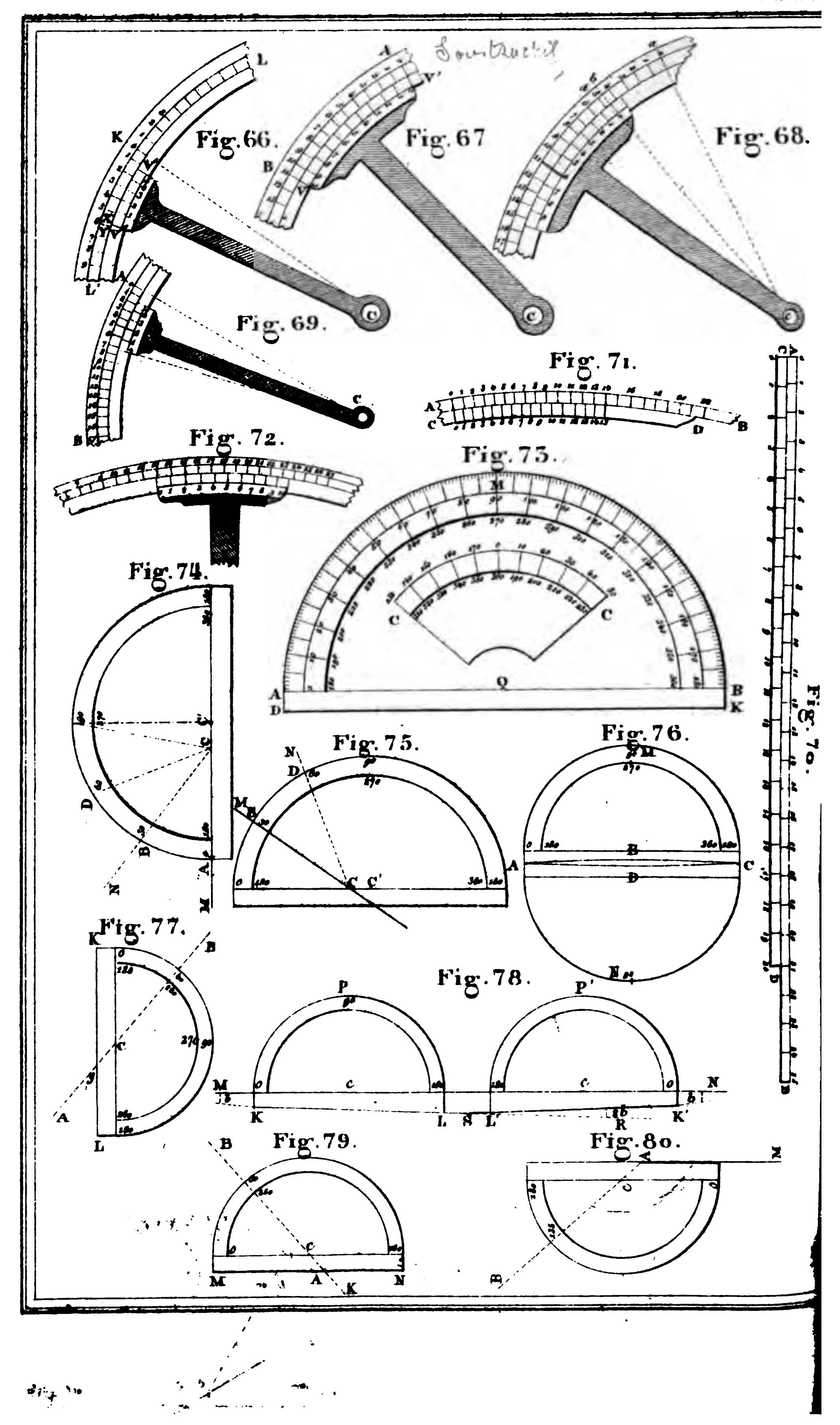

Fig. 140 bis
Fig. 141
Fig. 142
Fig. 143
Fig. 144
Fig. 145
Fig. 145 bis
Fig. 146
Fig. 148
Déclinatoire
(Échelle de o. 25)
Fig. 149
Fig. 149
Fig. 150
Fig. 151
Fig. 152
Fig. 154
Fig 155


Fig. 147
1re Traverse $A c^6 b^6 a^6 R$
2e . $S g' f' e' c d' c' b' a' I$
3e . $I' d^4 c^4 b^4 F'$
4e . $F' b^4 c^4 b' a^5 b^5 M$
5e . $M e d e b a C$
6e . $D a'' h'' b c d'' e'' f'' O$
7e . $P a^3 b^3 f' c^3 d^3 e^3 B'$
Sapins
Ruines
Chapelle
Bruyère
Moulin
Bois Futaies
Taillis
Hameau
Arbre
Sentier
Chateau
Prairies
Eglise
Fontaine
Parc
Allée
Verger
Borne n°
Communication
Village
Borne n°
Maison
Briqueterie
Croix
Marais
Chemin de Grande
Etang
Grand Polygone
Traverses



Désignation des Côtés.	Longueur des Côtés.	Désignation des Angles.	Données nécessaires à la détermination des Angles.	Observations.
			ak = 24m	
ab	106m	car	al = 24m	A. Chaussée de X. Bme Ne
			kl = 19m	
			xb = 24m	R. Croix de la Chapelle de
bc	50m	abc	bz = 24m	
			xz = 37m	B. Barrière
			zb = 20m	
		abr	bf = 24m	
			xf = 20m	
			ct = 20m	
cd	70m	tcs	cs = 20m	C. Borne de séparation de culture.
			st = 15m	


Fig. 66.
Fig. 67
Fig. 68.
Fig. 69.
Fig. 70.
Fig. 71.
Fig. 72.
Fig. 73.
Fig. 74.
Fig. 75.
Fig. 76.
Fig. 77.
Fig. 78.
Fig. 79.
Fig. 80.

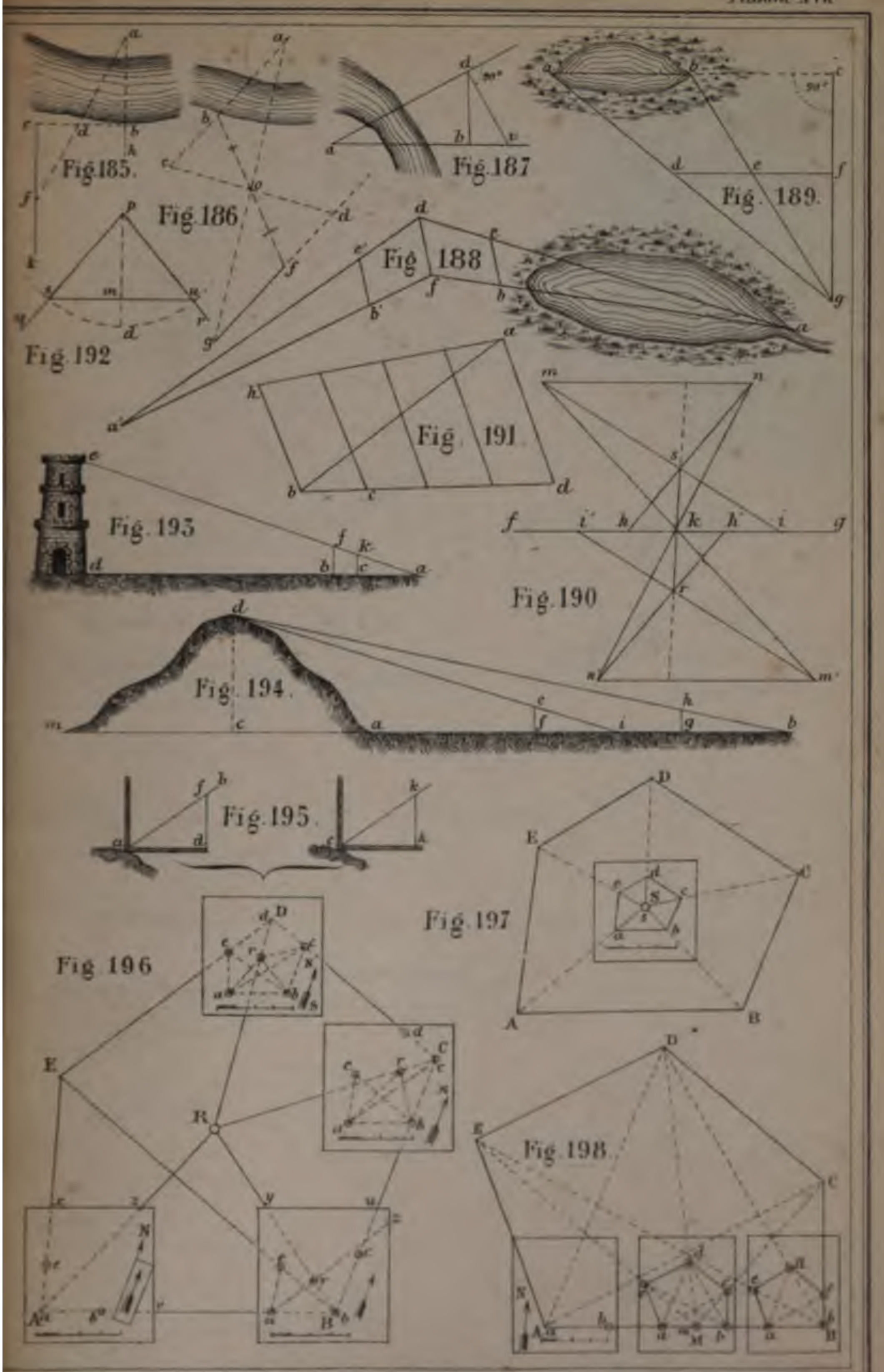
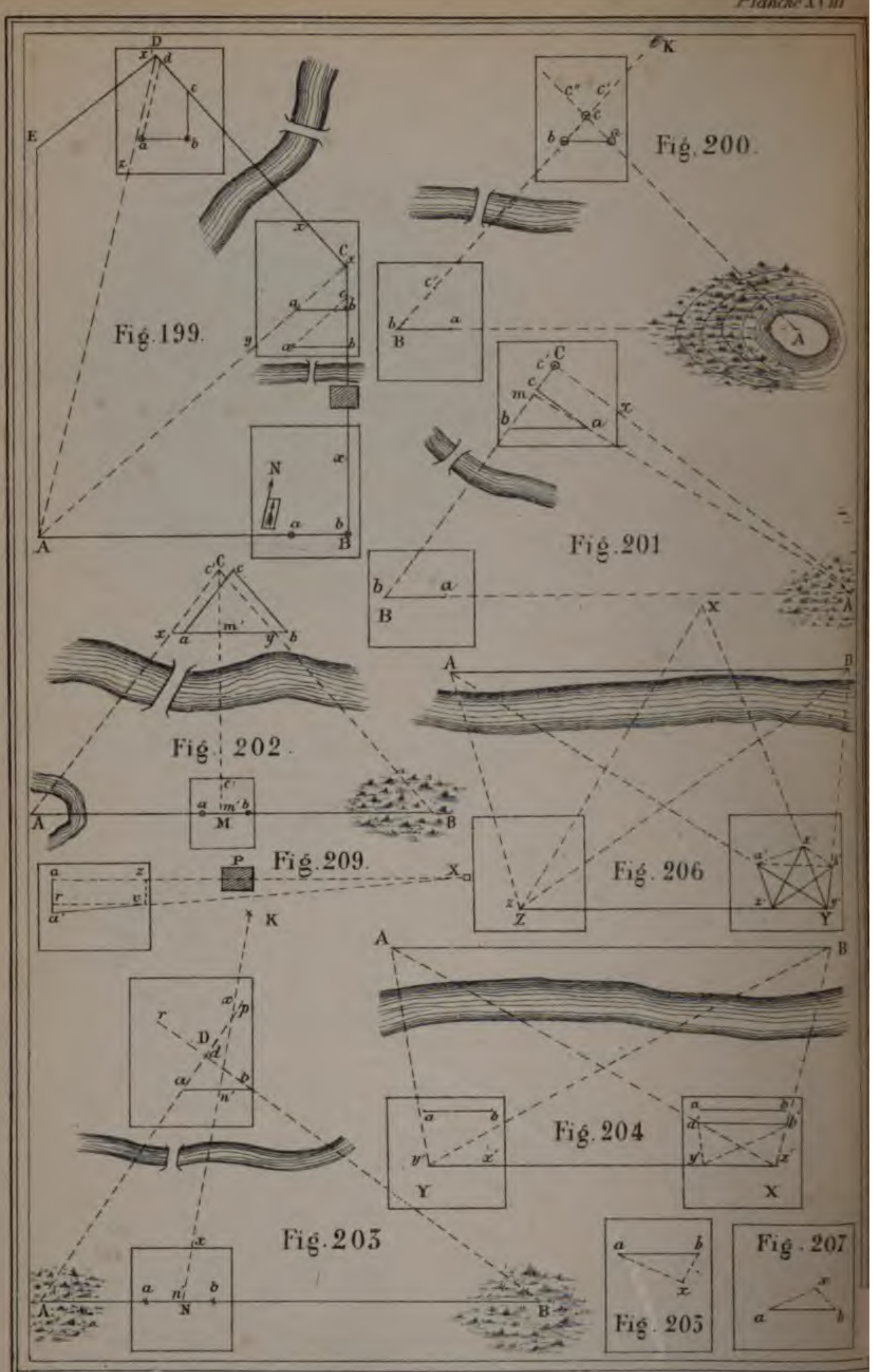
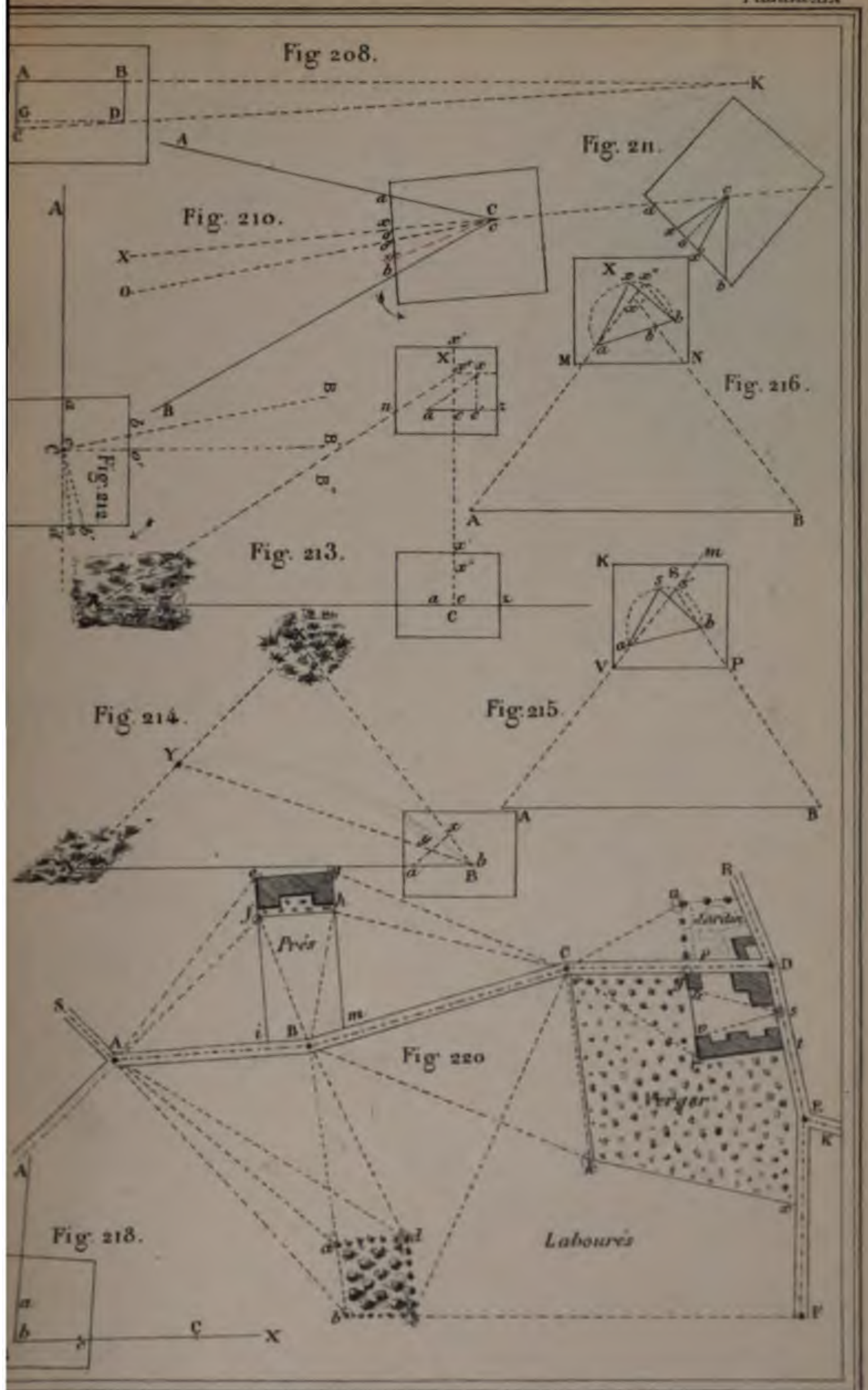
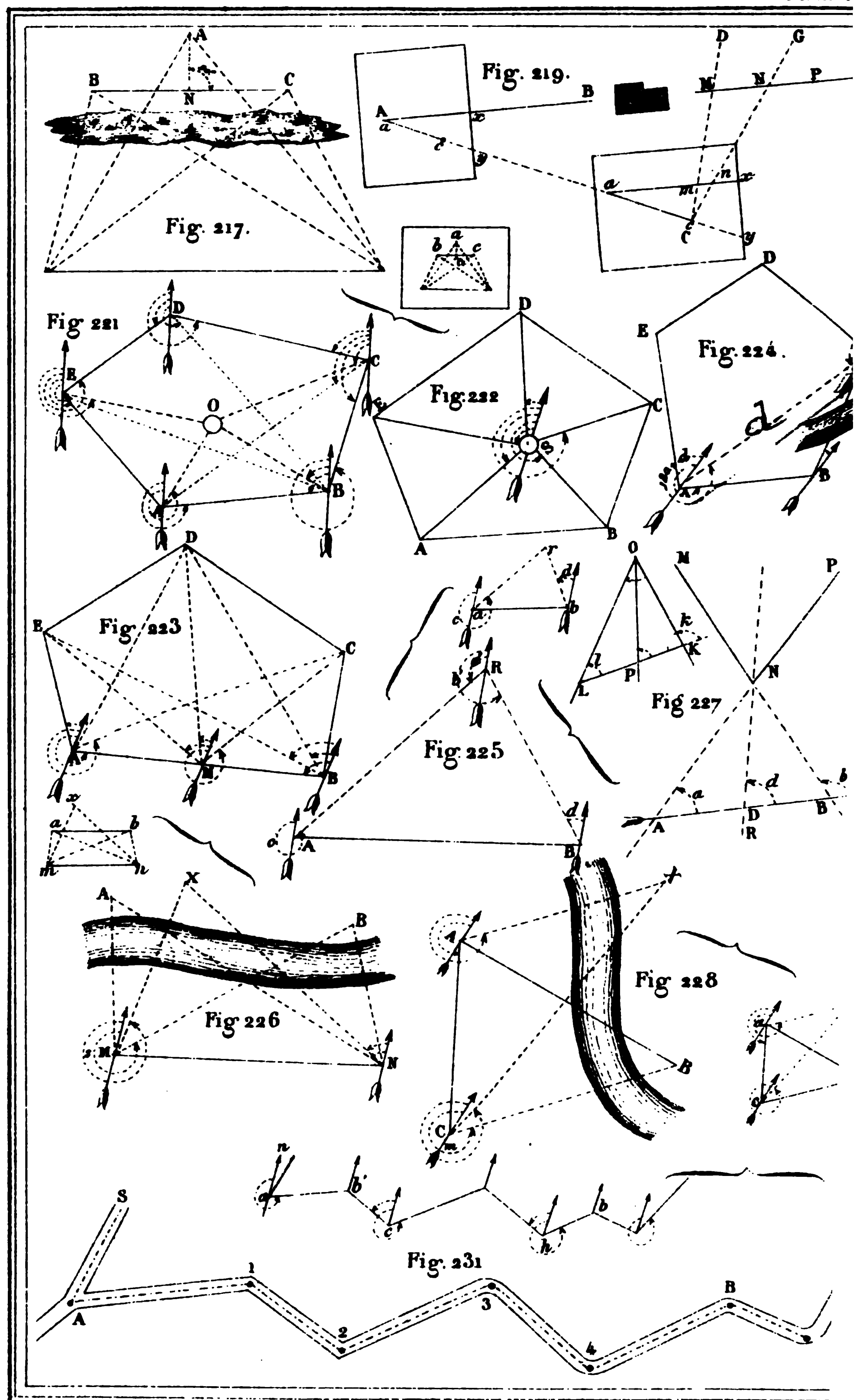
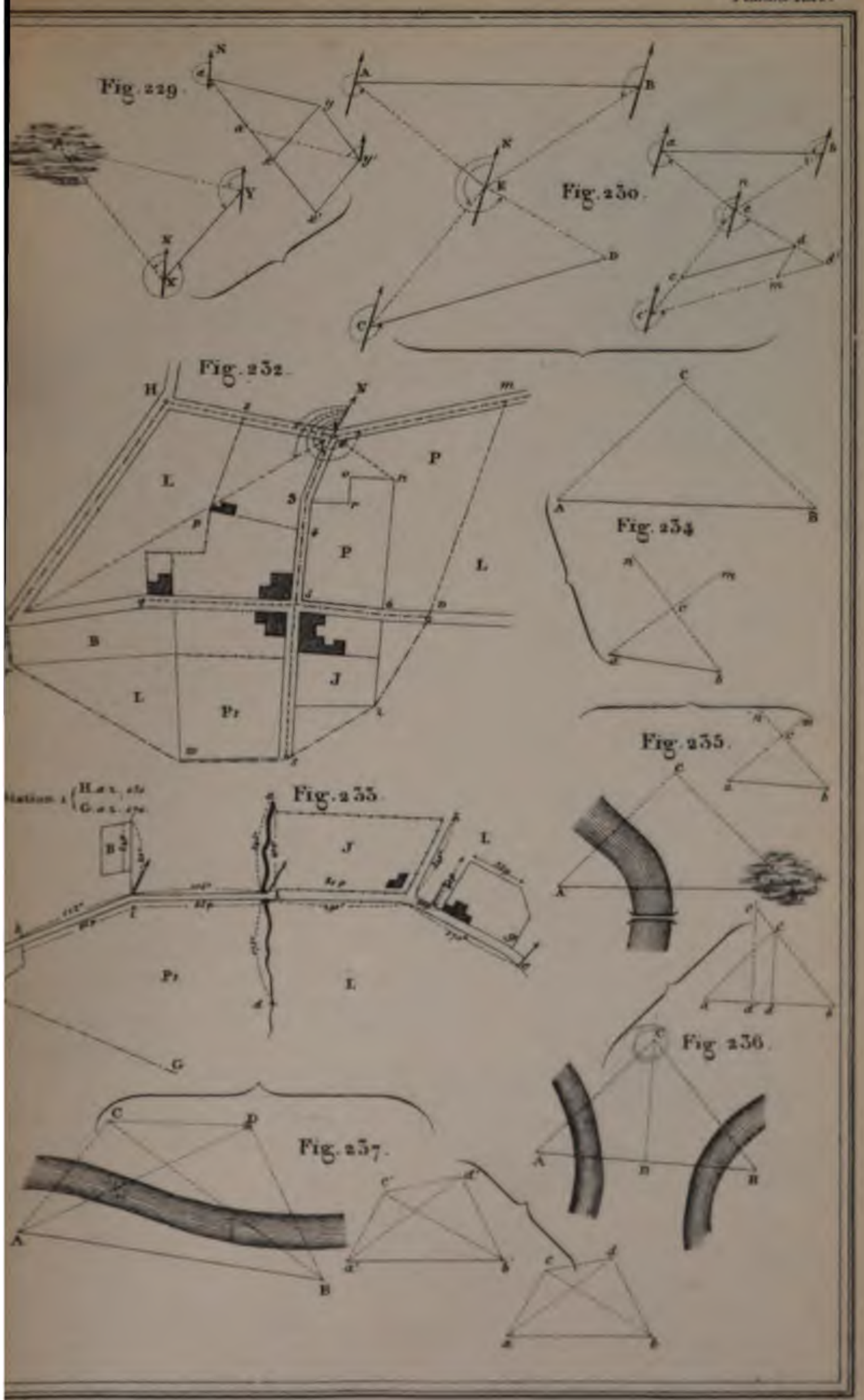


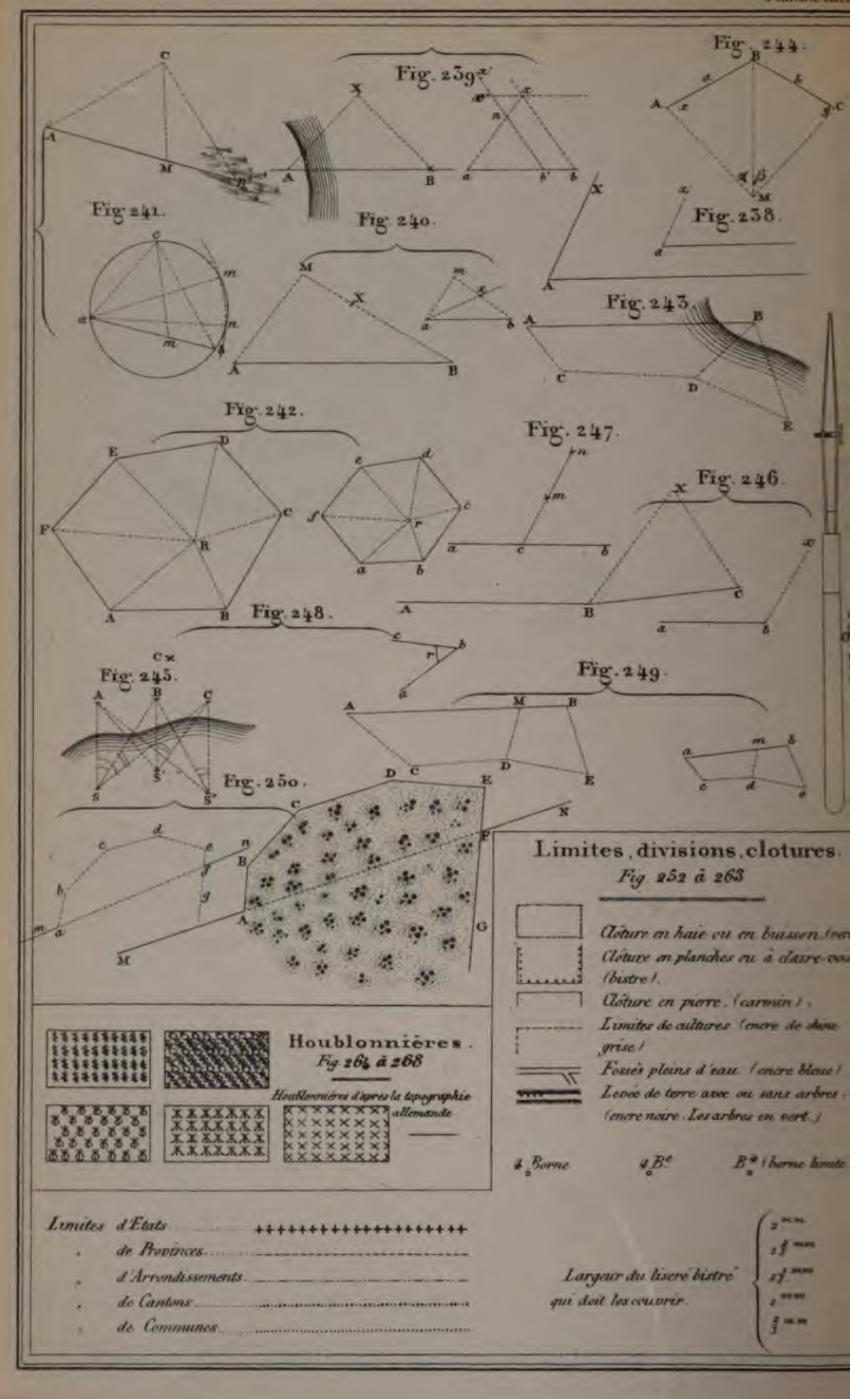
Fig. 185.
Fig. 186
Fig. 187
Fig. 188
Fig. 189.
Fig. 190
Fig. 191
Fig. 192
Fig. 193
Fig. 194.
Fig. 195.
Fig. 196
Fig. 197
Fig. 198.

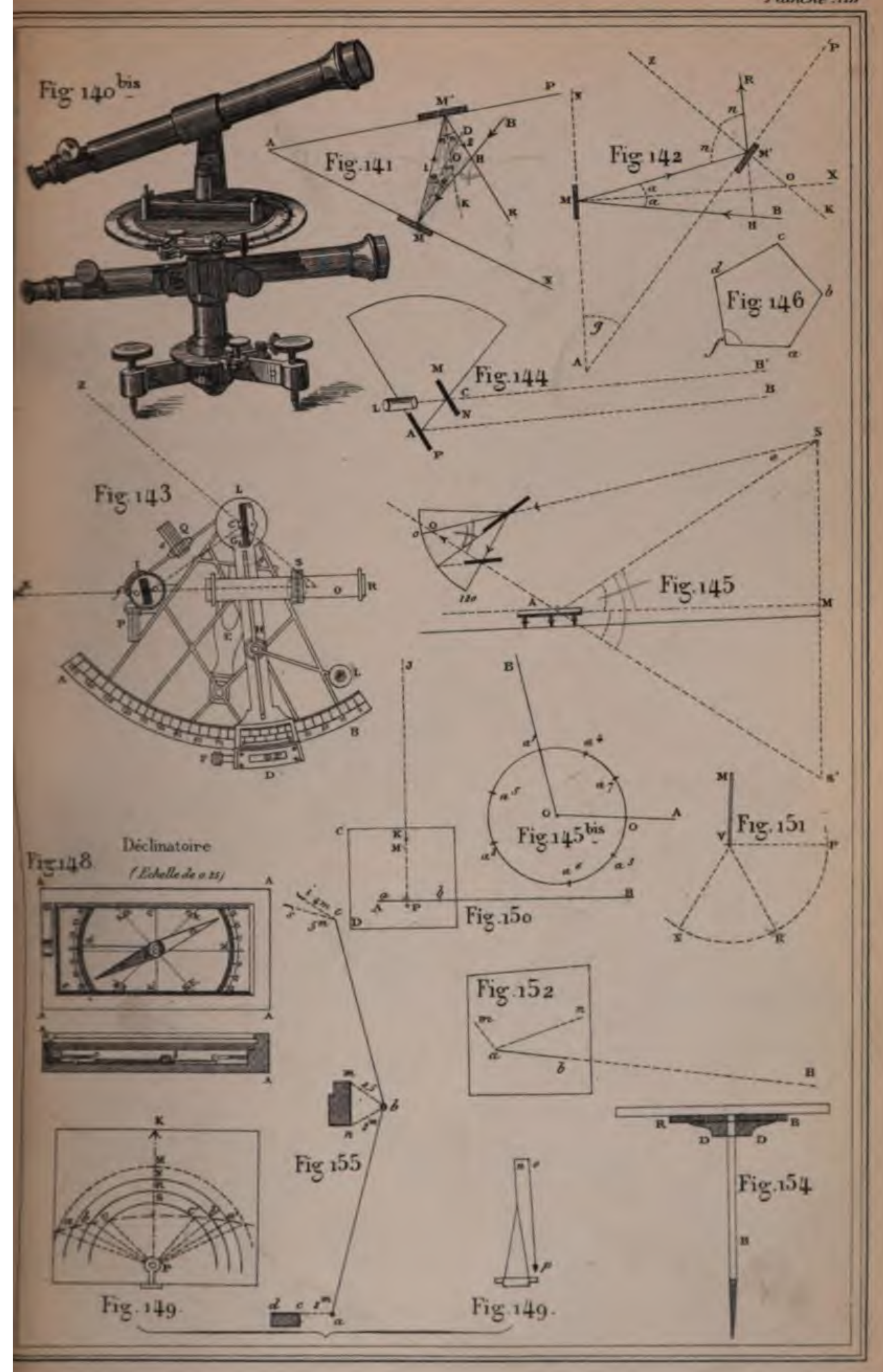

Fig. 199.
Fig. 200.
Fig. 201
Fig. 202.
Fig. 203
Fig. 204
Fig. 205
Fig. 206
Fig. 207
Fig. 209.

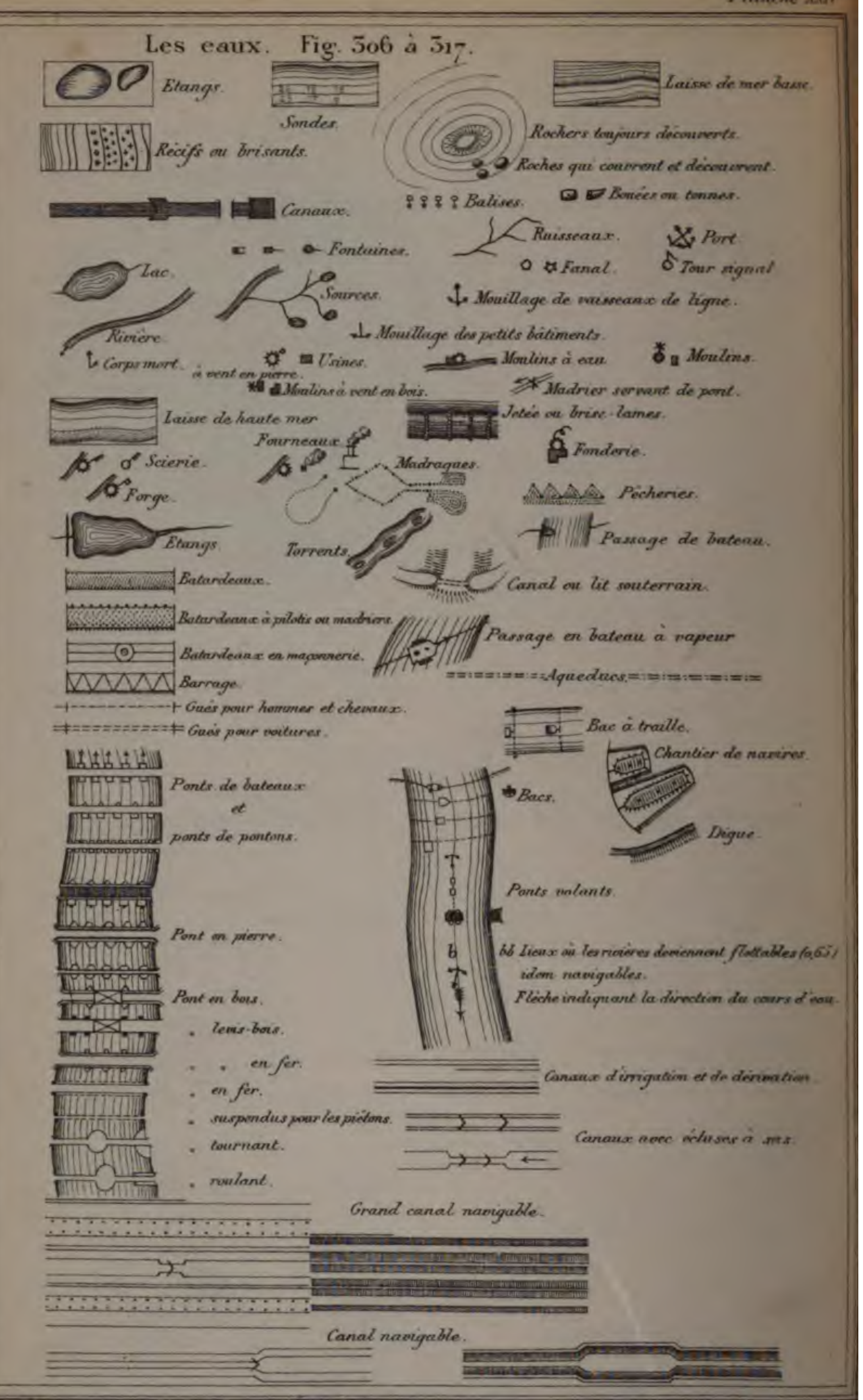

Fig 208.
Fig. 210.
Fig. 211.
Fig. 212
Fig. 213.
Fig. 214.
Fig. 215.
Fig. 216.
Fig. 218.
Fig. 220
Prés
Jardin
Verger
Labourés


Fig. 217.
Fig. 219.
Fig. 221
Fig. 222
Fig. 223
Fig. 224.
Fig. 225
Fig. 226
Fig. 227
Fig. 228
Fig. 231


Fig. 229.
Fig. 230.
Fig. 232.
Fig. 233.
Fig. 234.
Fig. 235.
Fig. 236.
Fig. 237.


Fig. 239.
Fig. 244.
Fig. 241.
Fig. 240.
Fig. 238.
Fig. 243.
Fig. 242.
Fig. 247.
Fig. 246.
Fig. 248.
Fig. 245.
Fig. 249.
Fig. 250.
Limites, divisions, clotures.
Fig 252 à 263
Clôture en haie ou en buisson
Clôture en planches ou à claire-
(bistre).
Clôture en pierre. (carmin).
Limites de cultures (encre de
grise)
Fossés pleins d'eau (encre bleue)
Levée de terre avec ou sans arbres.
(encre noire. Les arbres en vert.)
Borne
Be
B (borne limite
Houblonnières.
Fig. 264 à 268
Houblonnières d'après la topographie allemande
Limites d'Etats
de Provinces
d'Arrondissements
de Cantons
de Communes
Largeur du liseré bistre qui doit les couvrir.

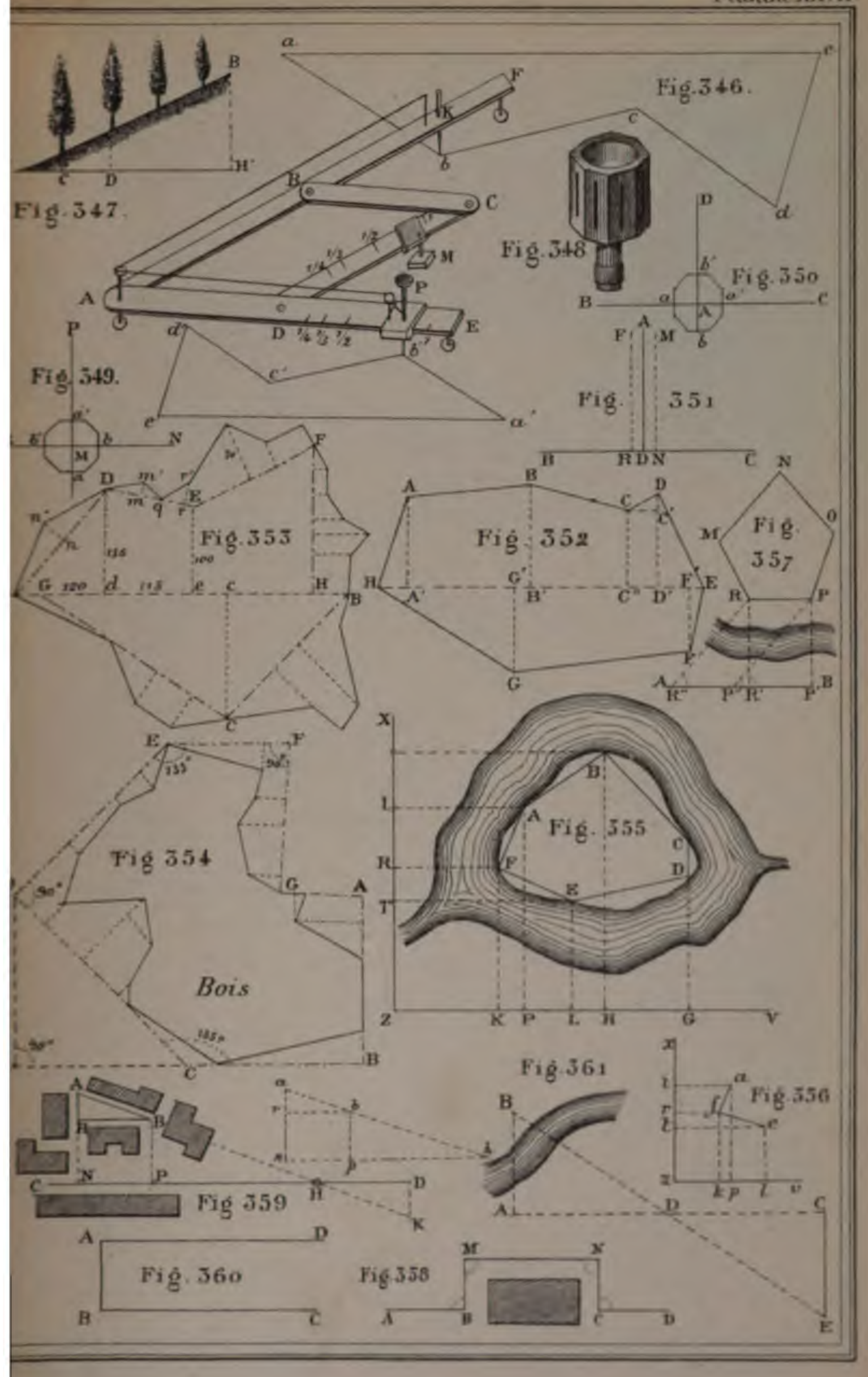

Fig. 140 bis
Fig. 141
Fig. 142
Fig. 143
Fig. 144
Fig. 145
Fig. 145 bis
Fig. 146
Déclinatoire
Fig. 148
(Echelle de 0.25)
Fig. 149.
Fig. 149.
Fig. 150
Fig. 151
Fig. 152
Fig. 154
Fig. 155

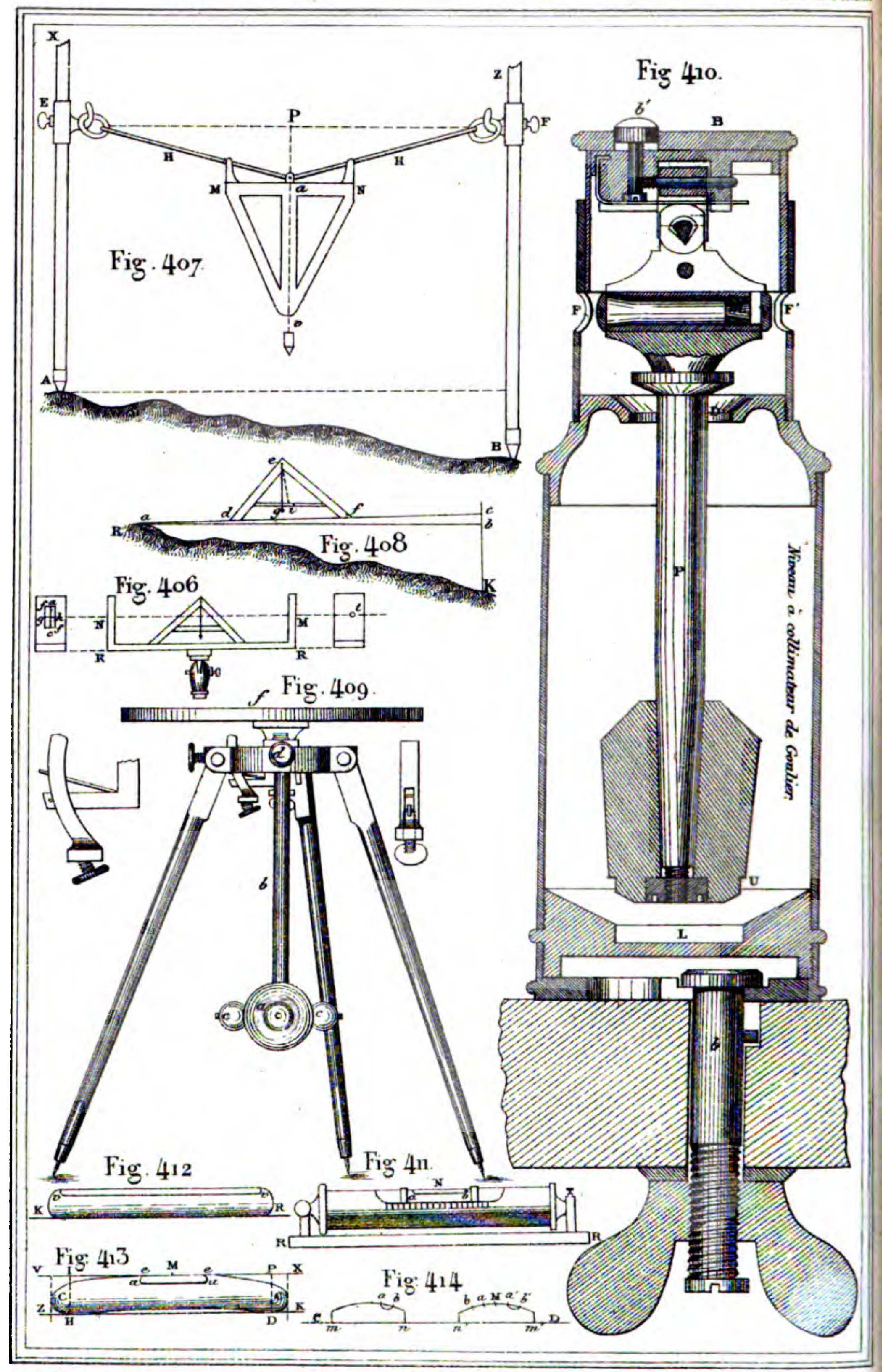

Les eaux. Fig. 306 à 317.
Etangs.
Sondes.
Laisse de mer basse.
Récifs ou brisants.
Rochers toujours découverts.
Roches qui couvrent et découvrent.
Canaux.
Balises.
Bouées ou tonnes.
Ruisseaux.
Port
Fontaines.
Fanal.
Tour signal
Lac.
Sources.
Mouillage de vaisseaux de ligne.
Rivière
Mouillage des petits bâtiments.
Corps mort.
Usines.
à vent en pierre.
Moulins à vent en bois.
Moulins à eau.
Moulins.
Madrier servant de pont.
Laisse de haute mer
Jetée ou brise-lames.
Fourneaux
Fonderie.
Scierie.
Madragues.
Forge.
Pêcheries.
Etangs
Torrents.
Passage de bateau.
Batardeaux.
Canal ou lit souterrain.
Batardeaux à pilotis ou madriers.
Passage en bateau à vapeur
Batardeaux en maçonnerie.
Aqueducs.
Barrage.
Gués pour hommes et chevaux.
Gués pour voitures.
Bac à traille.
Chantier de navires.
Ponts de bateaux et ponts de pontons.
Bacs.
Digue.
Ponts volants.
Pont en pierre.
bb Lieux où les rivières deviennent flottables (n.65)
idem navigables.
Flèche indiquant la direction du cours d'eau.
Pont en bois.
" levis-bois.
" " en fer.
" en fer.
" suspendus pour les piétons.
" tournant.
" roulant.
Canaux d'irrigation et de dérivation.
Canaux avec écluses à sas.
Grand canal navigable.
Canal navigable.

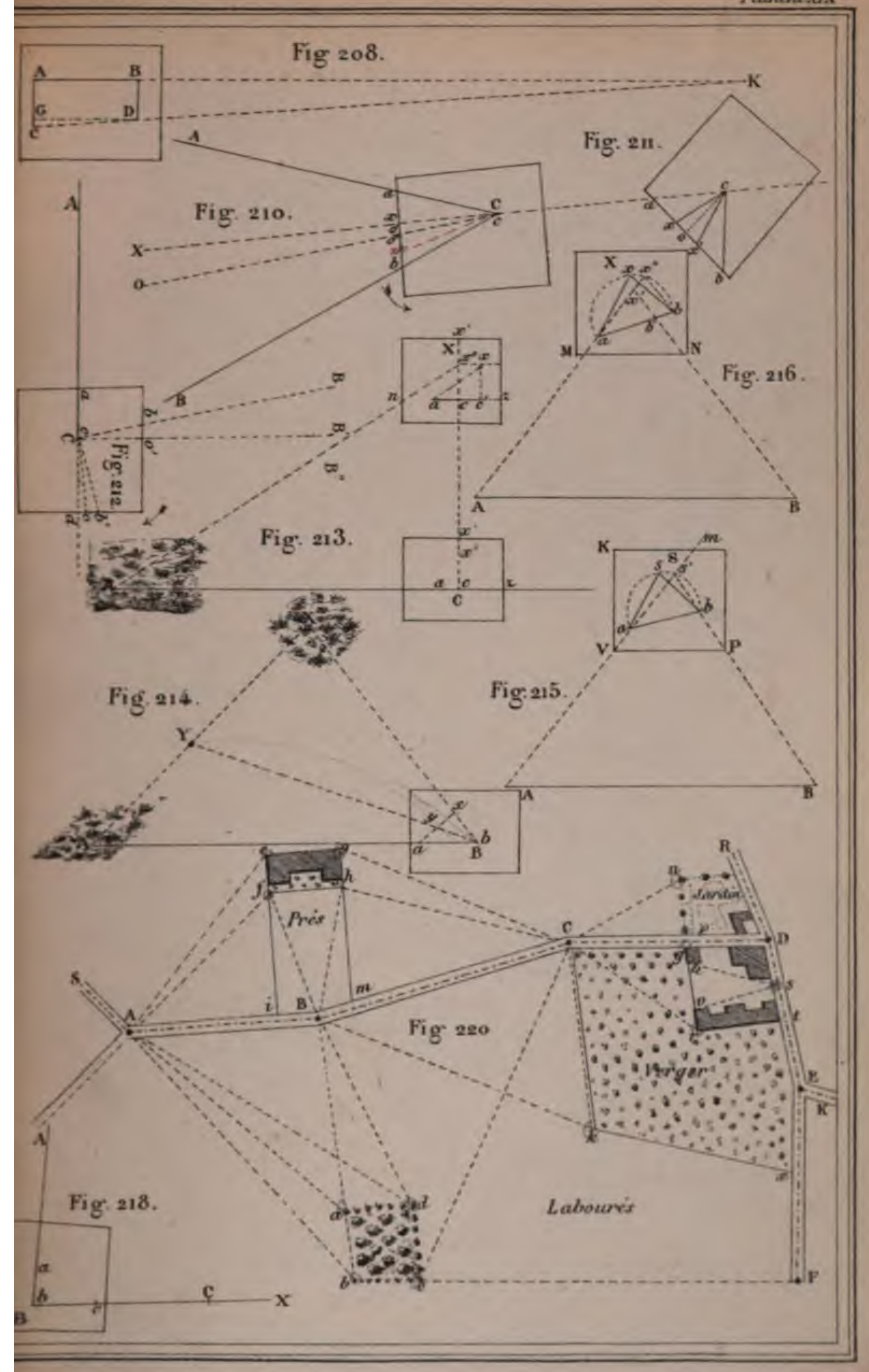


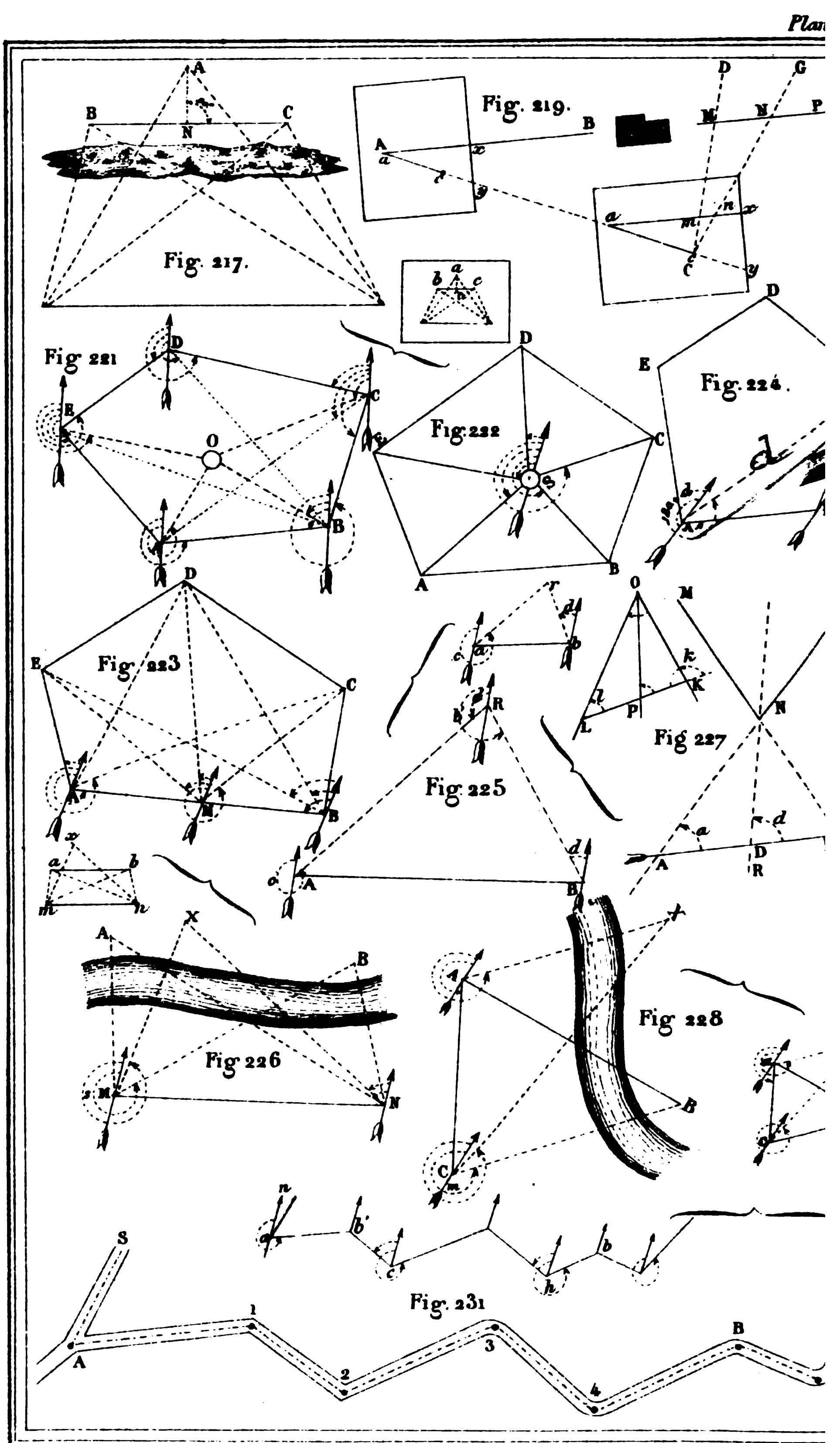
Voies de communications. Fig. 318 à 322.
Routes de l'état, pavées, bordées ou non d'arbres.
Route de poste.
Routes de l'état, empierrées.
Route en blocage.
Routes provinciales, empierrées.
Sentier aboutissant.
Sentier se perdant.
pavées.
Routes tracées.
ouvertes.
terminées.
Chemins vicinaux de grande communication. (R. cantonnales)
id. proprement dits. (chemins communaux, ruraux.)
Chemins d'exploitation.
Vestiges d'anciennes voies romaines.
Chemin de fer à 1 voie.
à 2 voies.
chemins de fer projetés.
(ou en construction.)
Embarcadère principal, gare tête de ligne.
Embarcadère secondaire.
Ponceau.
Station.
Grand tunnel.
Petit tunnel.
Pont.
Passage en dessous.
Passage à niveau.
Passage en dessus.
Viaducs.
Chemin de fer atmosphérique.
Poteaux indicateurs.
Bureau télégraphique.
Ligne télégraphique.
Borne
Bornes milliaires.
Lieu ou maison de poste.
Barrière.
Douane.
Pentes d'enrayage.
Localités, fabriques, maisons, etc. Fig. 323 à 325.
Chef-lieu de province.
de canton.
d'arrondissement.
Château.
Four.
Mine.
Verrerie.
Four à plâtre.
Maison.
id. à chaux.
Briqueterie.
Carrière.
Ferme.
Charbonnage.
Châlet.
Bureau de poste aux lettres.
Chapelle.
Croix.
Calvaire.
Eglise isolée.
Abbaye de femmes.
Haras ordinaire.
id. d'hommes.
Mur.
Mur en ruine.
id. d'exception.
Auberge.
Cabaret.
Cimetière.
Ruines.
Eglise.
Points trigonométriques de 1er ordre.
2e ordre.
3e ordre.
Flèches d'orientation.

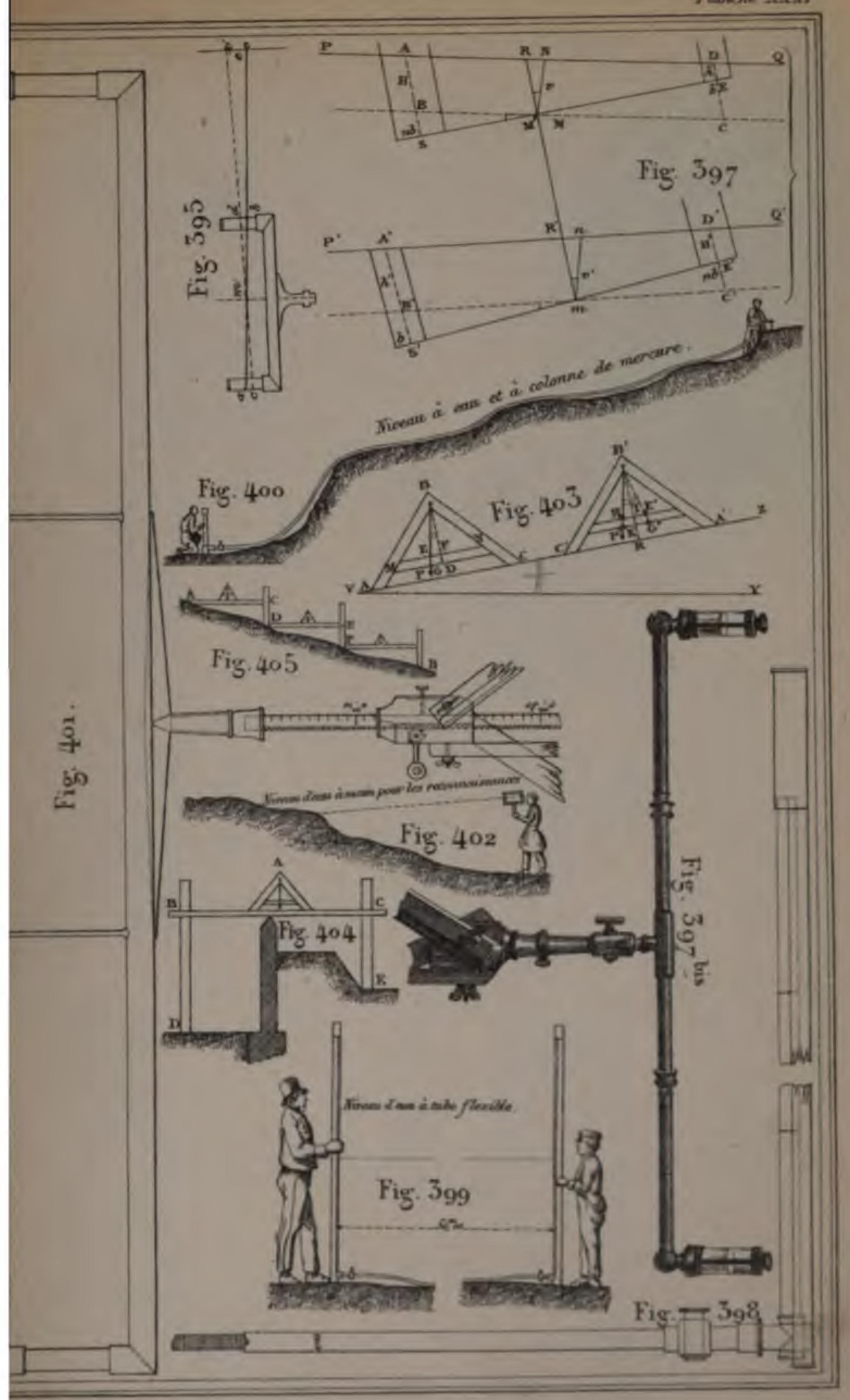

Signes conventionnels militaires. Fig. 326 à 340.
Infᵉ par batᵒⁿ (au 10,000ᵉ)
Position avant le combat
1ᵉ id. de combat
2ᵉ id. id.
3ᵉ id. id.
Position après le combat
Cavᵉ
Par escadron, position avant le combat.
(autant de guidons que d'escadrons.)
Par régiment
Artᵉ
à pied, position avant le combat
à cheval. id.
Colonnes en marche.
Infᵉ
Cavᵉ
Artᵉ
composées de toutes armes
Infᵉ de marine.
Pontonniers.
Mineurs.
Tentes d'officiers supʳˢ, d'officiers, de soldats, Baraques en bois.
Grand'garde d'infᵉ
Petit poste d'infᵉ
id. de cavᵉ
Grand'garde de cavᵉ
Tirailleurs.
Fourrageurs.
Quartier-général
id. ennemi.
Combat où des troupes belges ont été engagées.
Bataille id. id.
Inscrire la date sous le signe.
Parc d'artᵉ
id. de pontons.
id. des équipages.
id. de l'intendance.
combat gagné.
id. perdu.
Bataille gagnée.
id. perdue.
Bouches à feu en batterie.
Station de gendarmerie.
Infanterie
Cavalerie
Artillerie
signes à placer sur les établissements militaires.
Ligne de marche.
id. de retraite.
Halte.
Etablissements militaires. Fig. 341 à 343.
Direction d'artillerie.
id. du génie maritime.
id. du génie.
Arsenal maritime.
Fonderie de canons.
Poudrerie. Poudrière.
Magasin à poudre.
Manufacture d'armes à feu.
id. d'armes blanches.
id. d'armes.
Arsenal de terre.
Chef-lieu de divᵒⁿ territoriale d'infᵉ
Chef-lieu de divᵒⁿ de cavᵉ
Fig. 344.
Compas de réduction.
Echelle de 0,125
A'
A
B
B'
O
Fig. 345.
A'
B'
A
B
K
D'
D
C
C'
M
P'
P

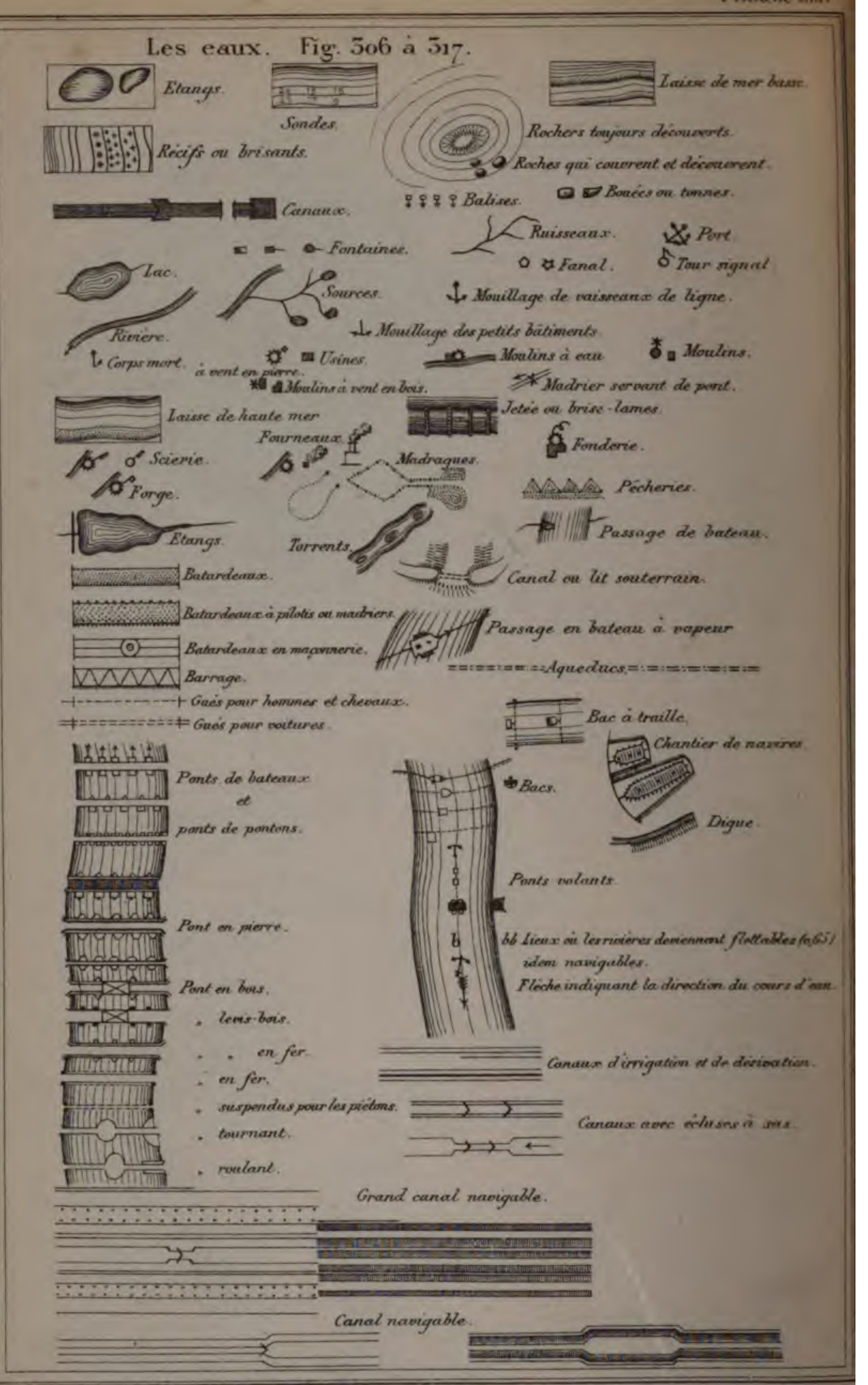

Fig. 346.
Fig. 347.
Fig. 348
Fig. 349.
Fig. 350
Fig. 351
Fig. 352
Fig. 353
Fig. 354
Bois
Fig. 355
Fig. 356
Fig. 357
Fig. 358
Fig. 359
Fig. 360
Fig. 361

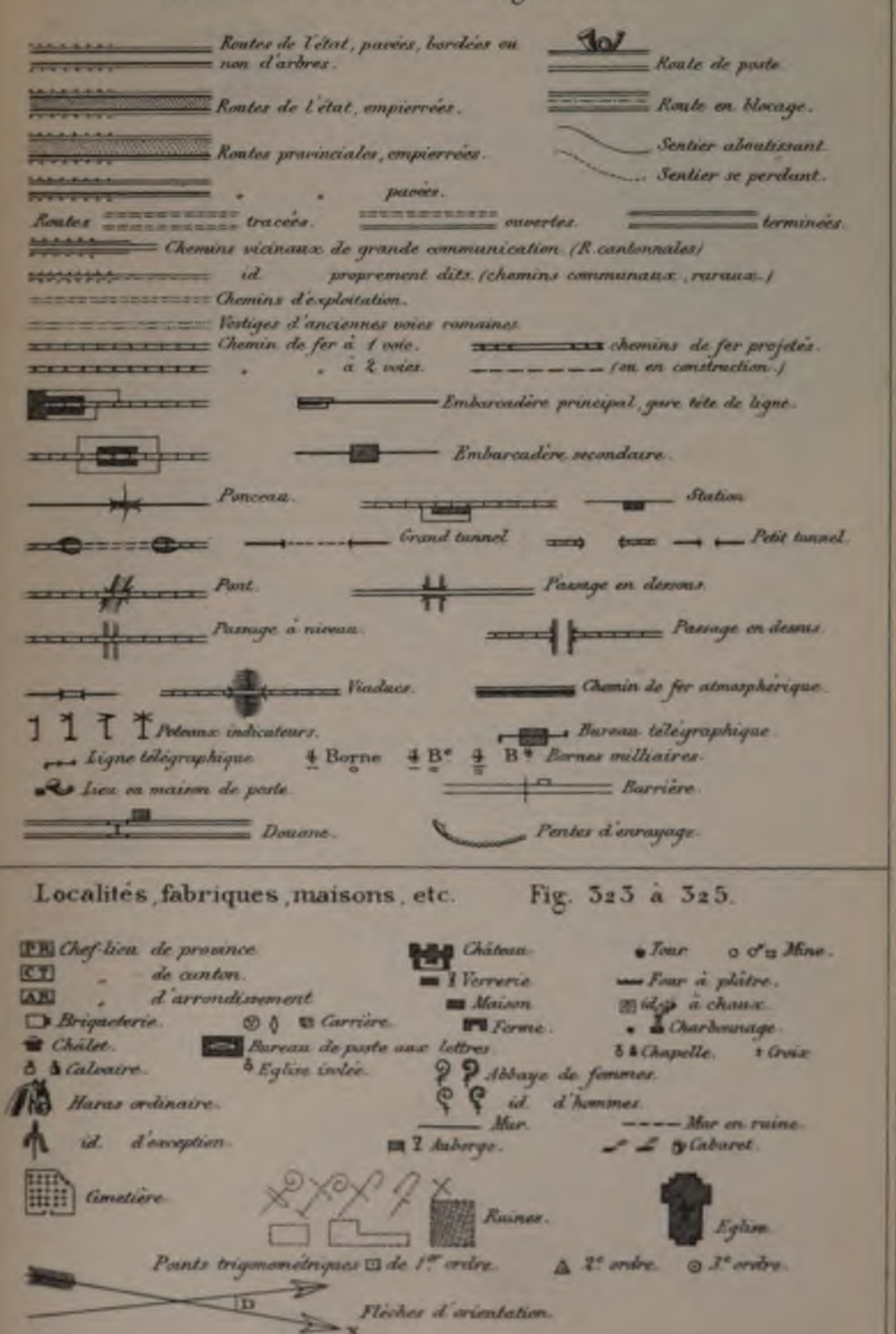

Fig. 407.
Fig. 408
Fig. 406
Fig. 409.
Fig. 410.
Fig. 411.
Fig. 412
Fig. 413
Fig. 414
Niveau à collimateur de Goulier.


Fig. 208.
Fig. 210.
Fig. 211.
Fig. 212.
Fig. 213.
Fig. 214.
Fig. 215.
Fig. 216.
Fig. 218.
Fig. 220
Prés
Jardin
Verger
Labourés


Fig. 217.
Fig. 219.
Fig. 221
Fig. 222
Fig. 224.
Fig. 223
Fig. 225
Fig. 227
Fig. 226
Fig. 228
Fig. 231


Fig. 395
Fig. 397
Niveau à eau et à colonne de mercure.
Fig. 400
Fig. 403
Fig. 405
Fig. 401.
Fig. 402
Fig. 404
Fig. 397 bis
Niveau d'eau à tube flexible.
Fig. 399
Fig. 398


Les eaux. Fig. 306 à 317.
Etangs.
Sondes.
Laisse de mer basse.
Récifs ou brisants.
Rochers toujours découverts.
Roches qui couvrent et découvrent.
Canaux.
Balises.
Bouées ou tonnes.
Ruisseaux.
Port
Fontaines.
Fanal.
Tour signal
Lac.
Sources.
Mouillage de vaisseaux de ligne.
Mouillage des petits bâtiments.
Rivière.
Corps mort.
Usines.
à vent en pierre.
Moulins à eau
Moulins.
Moulins à vent en bois.
Madrier servant de pont.
Laisse de haute mer
Jetée ou brise-lames.
Fourneaux.
Fonderie.
Scierie.
Madragues.
Forge.
Pêcheries.
Etangs.
Torrents.
Passage de bateau.
Batardeaux.
Canal ou lit souterrain.
Batardeaux à pilotis ou madriers.
Passage en bateau à vapeur
Batardeaux en maçonnerie.
Aqueducs.
Barrage.
Gués pour hommes et chevaux.
Gués pour voitures.
Bac à traille.
Chantier de navires.
Ponts de bateaux
et
ponts de pontons.
Bacs.
Digue.
Ponts volants.
Pont en pierre.
bb Lieux où les rivières deviennent flottables (n.65)
idem navigables.
Flèche indiquant la direction du cours d'eau.
Pont en bois.
" levis-bois.
" " en fer.
" en fer.
Canaux d'irrigation et de dérivation.
" suspendus pour les piétons.
Canaux avec écluses à sas.
" tournant.
" roulant.
Grand canal navigable.
Canal navigable.


Voies de communications. Fig. 318 à 322
Routes de l'état, pavées, bordées ou non d'arbres.
Route de poste.
Routes de l'état, empierrées.
Route en blocage.
Routes provinciales, empierrées.
Sentier aboutissant.
Sentier se perdant.
" " pavées.
Routes tracées. ouvertes. terminées.
Chemins vicinaux de grande communication (R. cantonnales)
id. proprement dits. (chemins communaux, ruraux.)
Chemins d'exploitation.
Vestiges d'anciennes voies romaines.
Chemin de fer à 1 voie.
" " à 2 voies.
chemins de fer projetés. (ou en construction.)
Embarcadère principal, gare tête de ligne.
Embarcadère secondaire.
Ponceau.
Station.
Grand tunnel.
Petit tunnel.
Pont.
Passage en dessous.
Passage à niveau.
Passage en dessus.
Viaduc.
Chemin de fer atmosphérique.
Poteaux indicateurs.
Bureau télégraphique.
Ligne télégraphique.
Borne
Bornes milliaires.
Lieu ou maison de poste.
Barrière.
Douane.
Pentes d'enrayage.
Localités, fabriques, maisons, etc. Fig. 323 à 325.
Chef-lieu de province.
" de canton.
" d'arrondissement.
Château.
Tour
Mine.
Verrerie.
Four à plâtre.
Maison.
id. à chaux.
Briqueterie.
Carrière.
Ferme.
Charbonnage.
Châlet.
Bureau de poste aux lettres.
Chapelle.
Croix.
Calvaire.
Eglise isolée.
Abbaye de femmes.
id. d'hommes.
Haras ordinaire.
id. d'exception.
Mur.
Mur en ruine.
Auberge.
Cabaret.
Cimetière.
Ruines.
Eglise.
Points trigonométriques de 1er ordre.
2e ordre.
3e ordre.
Flèches d'orientation.


Signes conventionnels militaires. Fig. 326 à 340.
Infie par bat.on (au 10.000e)
Position avant le combat
1e id. de combat
2e id. id.
3e id. id.
Position après le combat
Cavie
Par escadron, position avant le combat.
(autant de guidons que d'escadrons.)
Par régiment
Artie
à pied, position avant le combat
à cheval id.
Colonnes en marche.
Infie
Cavie
Artie
composées de toutes armes
Infie de marine
Pontonniers
Mineurs
Tentes d'officiers suprs, d'officiers, de soldats, Baraques en bois.
Grand'garde d'infie
Petit poste d'infie
id. de cavie
Grand'garde de cavie
Tirailleurs.
Fourrageurs.
Quartier-général
id. ennemi.
Combat où des troupes belges ont été engagées.
Bataille id. id.
Inscrire la date sous le signe.
Parc d'artie
id. de pontons.
id. des équipages.
id. de l'intendance.
combat gagné.
id. perdu.
Bataille gagnée.
id. perdue.
Bouches à feu en batterie.
Station de gendarmerie.
Infanterie
Cavalerie
Artillerie
signes à placer sur les établissements militaires.
Ligne de marche.
id. de retraite.
Halte.
Etablissements militaires. Fig. 341 à 343.
Direction d'artillerie.
id. du génie maritime.
id. du génie.
Arsenal maritime.
Fonderie de canons.
Poudrerie. Poudrière.
Magasin à poudre.
Manufacture d'armes à feu.
id. d'armes blanches.
id. d'armes.
Arsenal de terre.
Chef-lieu de divon territoriale d'infie
Chef-lieu de divon de cavie
Compas de réduction.
Echelle de 0,125
Fig. 344.
A'
B
O
B'
A
Fig. 345.
A'
B'
A
B
K
D'
D
C
M
P'
P

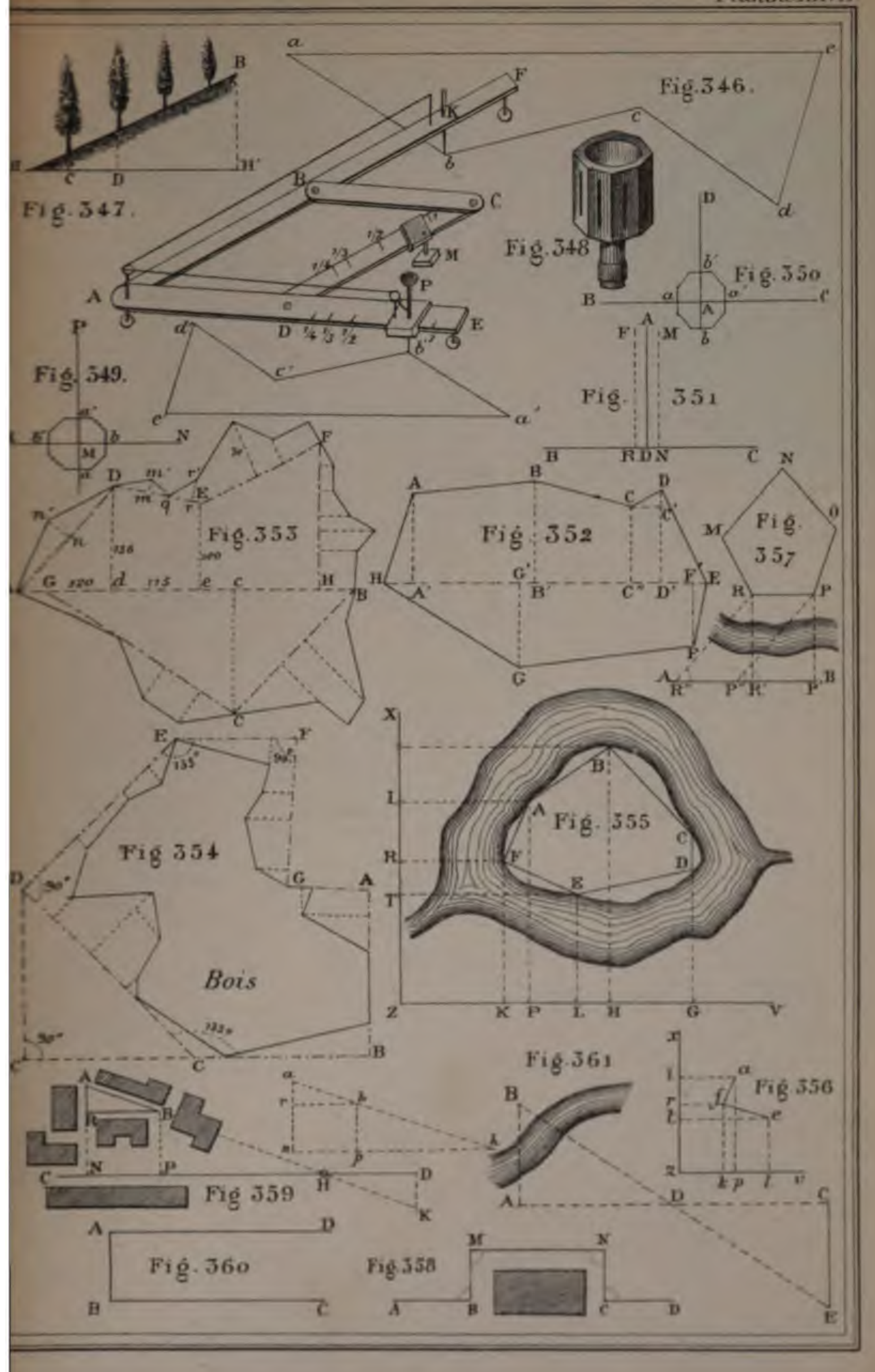

Fig. 346.
Fig. 347.
Fig. 348
Fig. 349.
Fig. 350
Fig. 351
Fig. 352
Fig. 353
Fig. 354
Bois
Fig. 355
Fig. 356
Fig. 357
Fig. 358
Fig. 359
Fig. 360
Fig. 361

Fig. 362

Fig. 363

Fig. 364

Fig. 365

Fig. 366

Fig. 367

Fig. 368

Fig. 369

Fig. 370

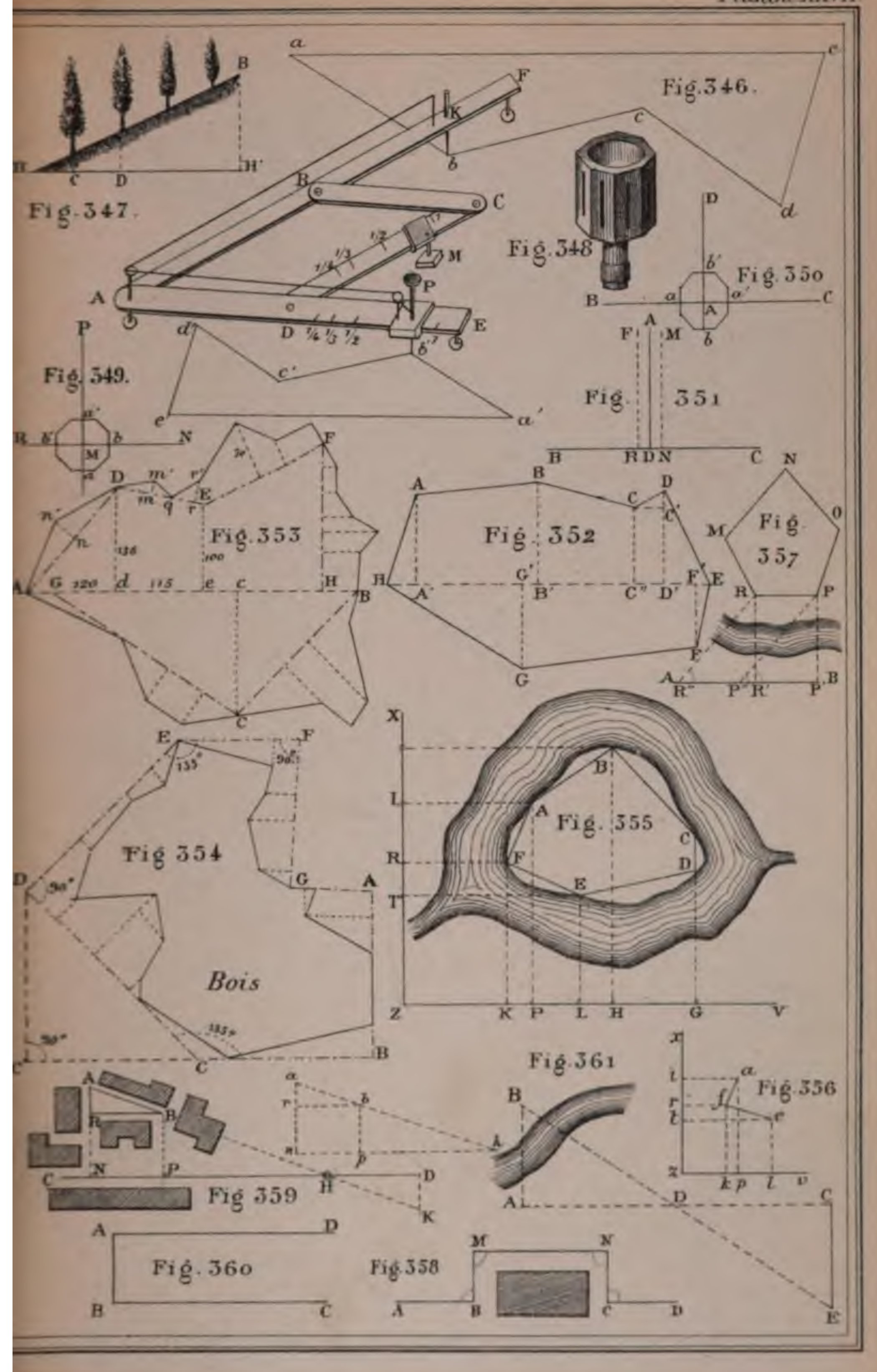
Fig. 370 bis

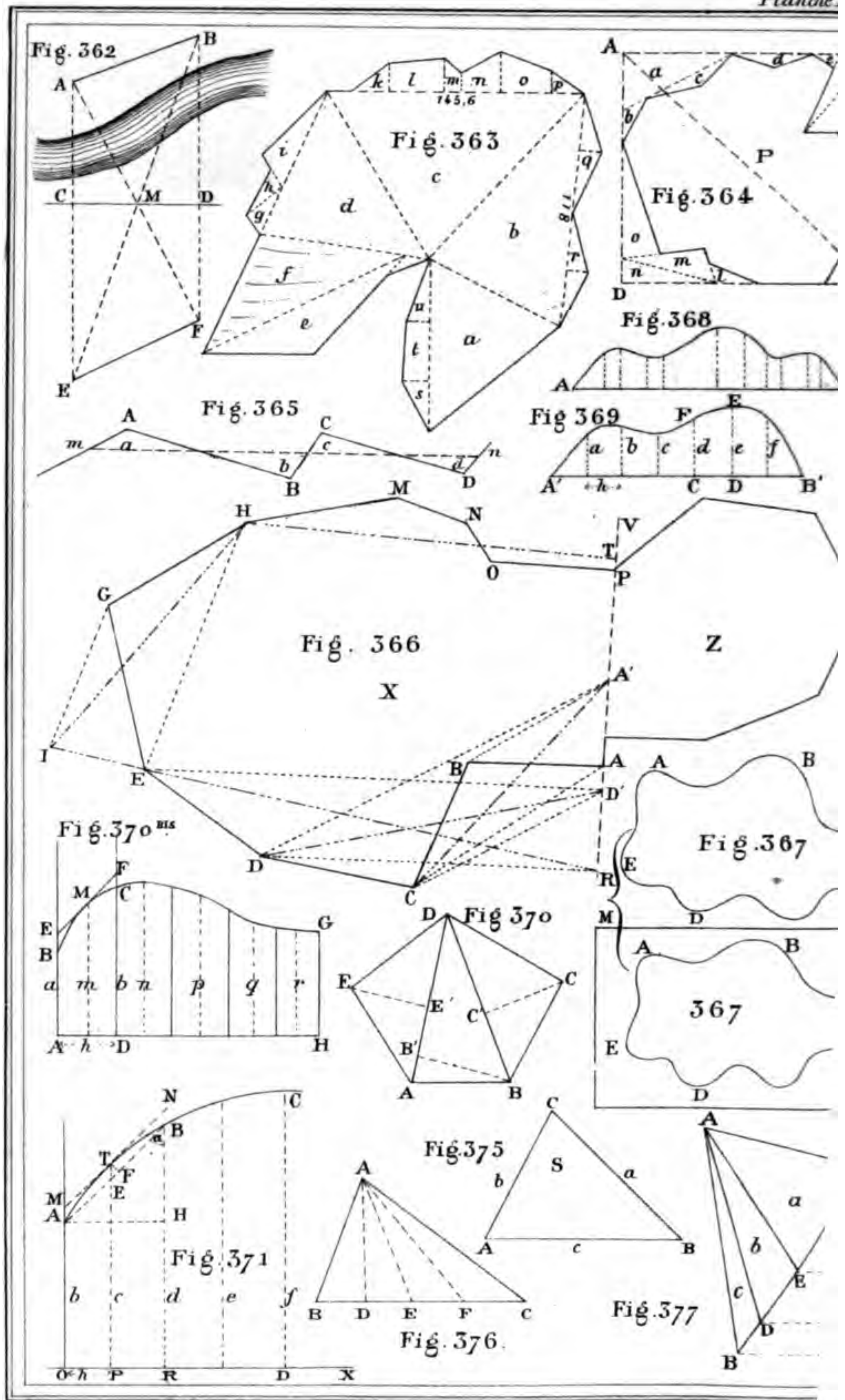
Fig. 371

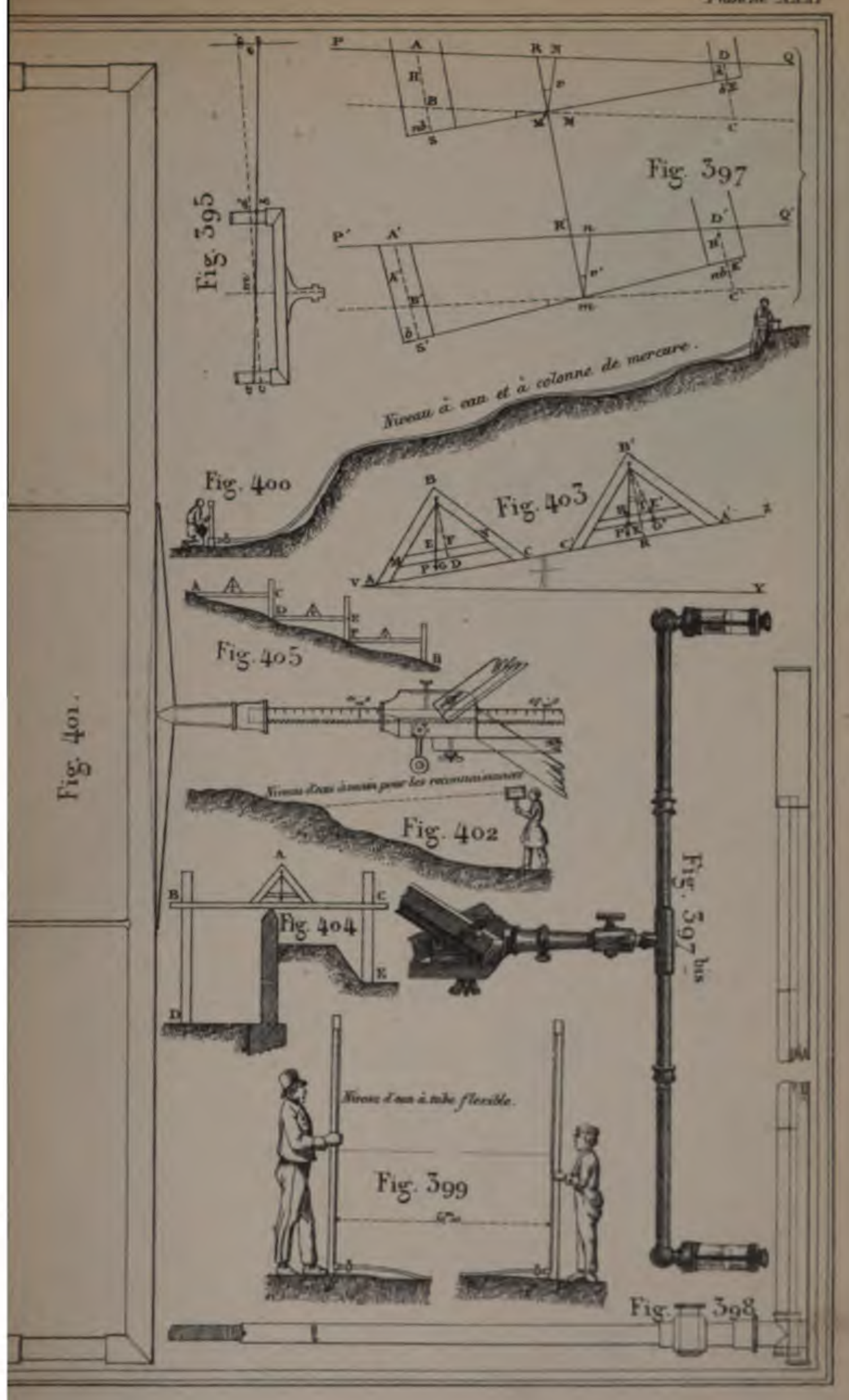
Fig. 375

Fig. 376.

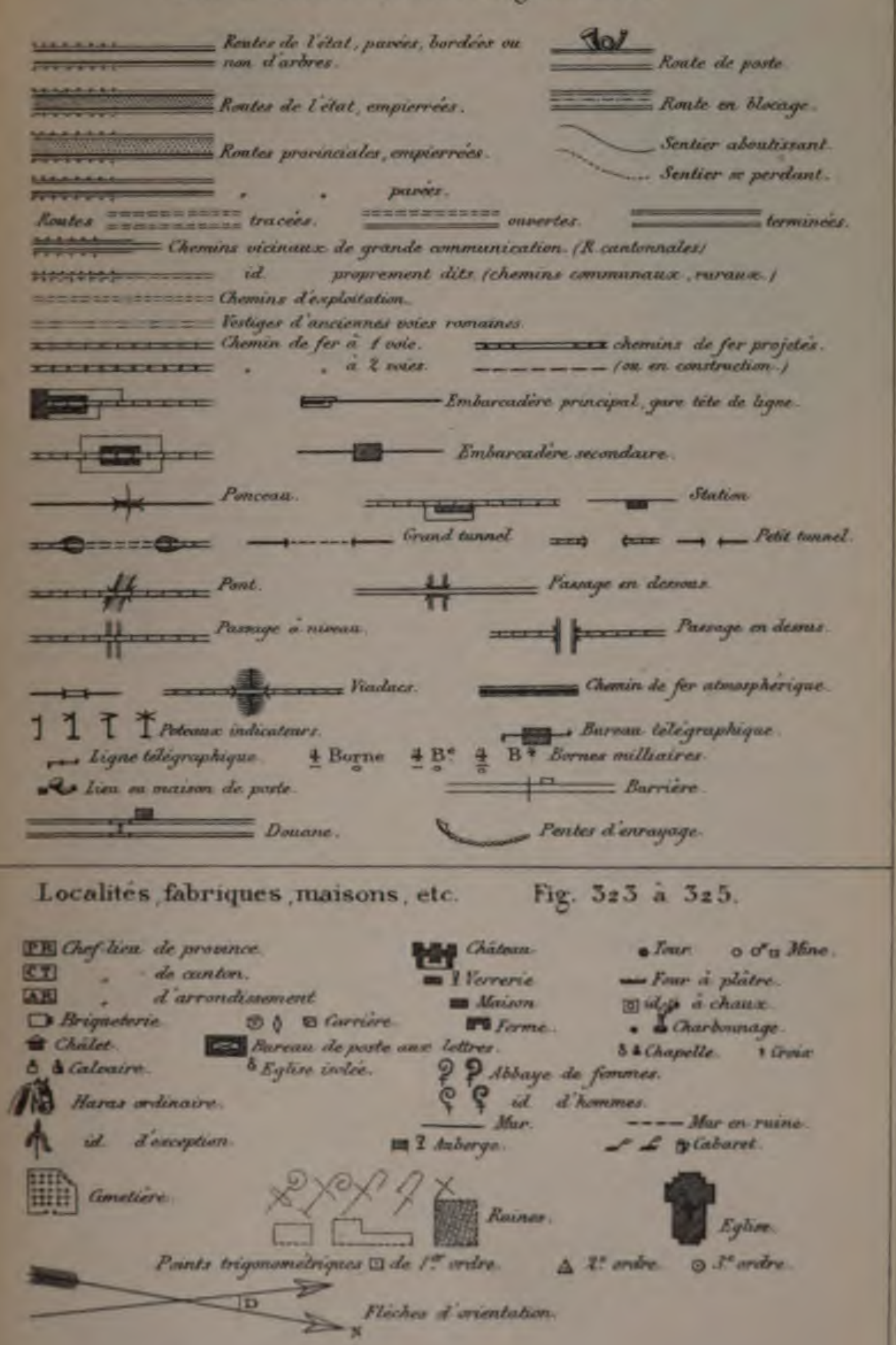
Fig. 377


Fig. 346.
Fig. 347.
Fig. 348
Fig. 349.
Fig. 350
Fig. 351
Fig. 352
Fig. 353
Fig. 354
Bois
Fig. 355
Fig. 356
Fig. 357
Fig. 358
Fig 359
Fig. 360
Fig. 361

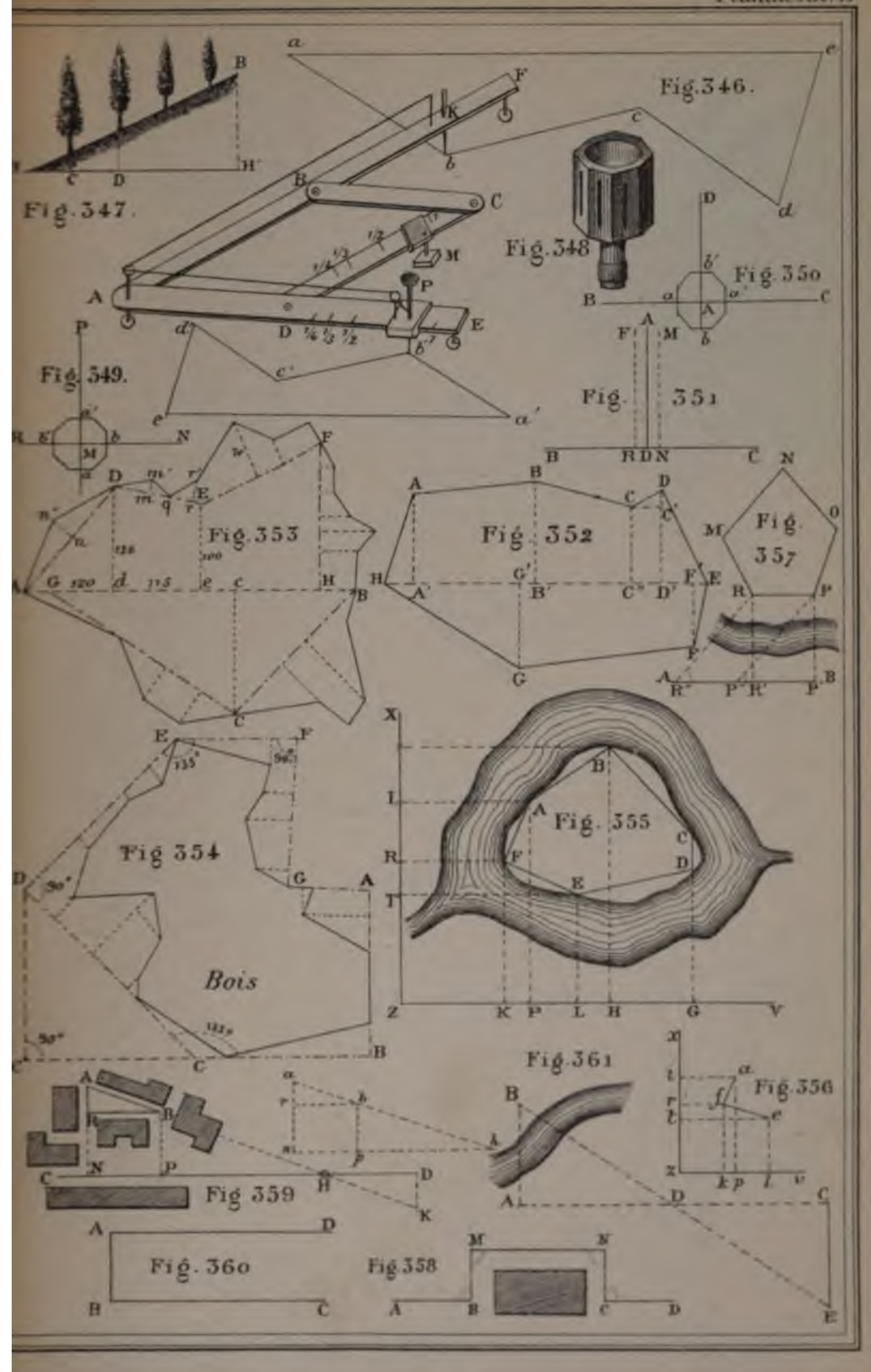

Fig. 362
Fig. 363
Fig. 364
Fig. 365
Fig. 366
Fig. 367
Fig. 368
Fig 369
Fig. 370 bis
Fig 370
Fig. 371
Fig. 375
Fig. 376
Fig. 377

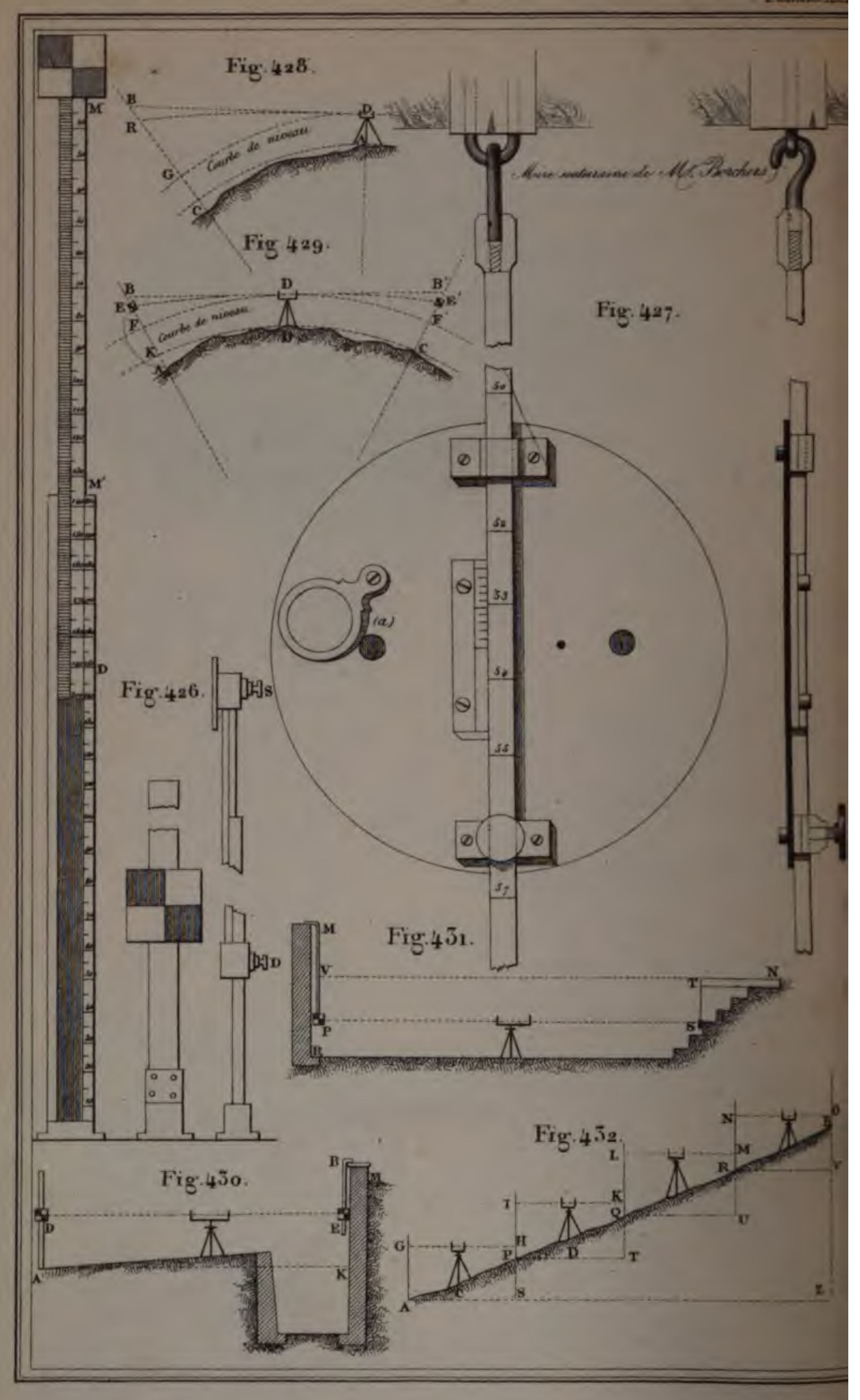

Fig. 395
Fig. 397
Niveau à eau et à colonne de mercure.
Fig. 400
Fig. 403
Fig. 405
Fig. 401.
Niveau d'eau à main pour les reconnaissances
Fig. 402
Fig. 404
Fig. 397 bis
Niveau d'eau à tube flexible.
Fig. 399
Fig. 398

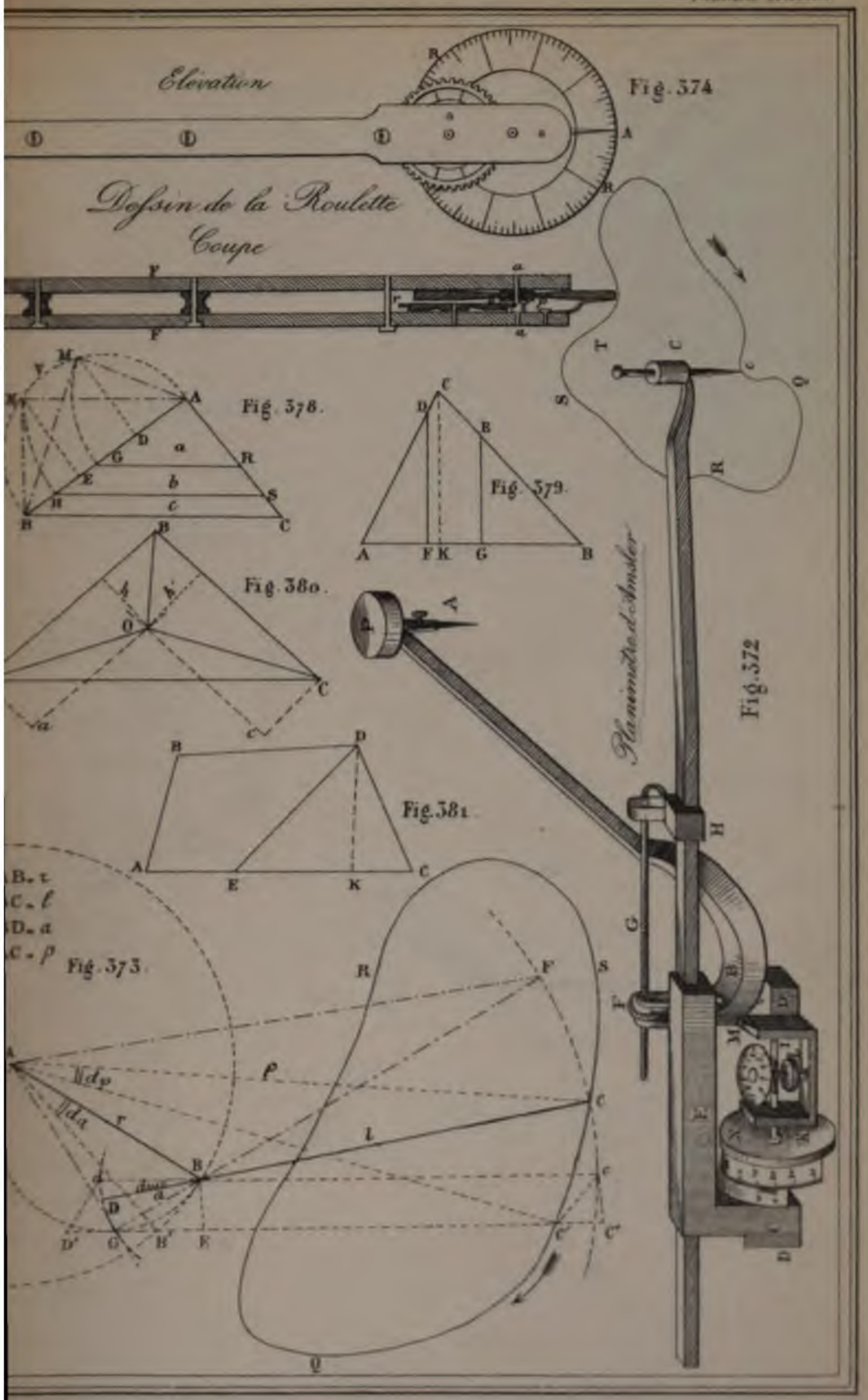

Les eaux. Fig. 306 à 317.
Etangs.
Sondes.
Laisse de mer basse.
Récifs ou brisants.
Rochers toujours découverts.
Roches qui couvrent et découvrent.
Canaux.
Balises.
Bouées ou tonnes.
Fontaines.
Ruisseaux.
Port.
Fanal.
Tour signal.
Lac.
Sources.
Mouillage de vaisseaux de ligne.
Rivière.
Mouillage des petits bâtiments.
Corps mort.
Usines.
Moulins à eau.
Moulins.
à vent en pierre.
Moulins à vent en bois.
Madrier servant de pont.
Laisse de haute mer.
Jetée ou brise-lames.
Fourneaux.
Fonderie.
Scierie.
Madragues.
Forge.
Pêcheries.
Passage de bateau.
Etangs.
Torrents.
Batardeaux.
Canal ou lit souterrain.
Batardeaux à pilotis ou madriers.
Passage en bateau à vapeur.
Batardeaux en maçonnerie.
Aqueducs.
Barrage.
Gués pour hommes et chevaux.
Gués pour voitures.
Bac à traille.
Chantier de navires.
Ponts de bateaux et ponts de pontons.
Bacs.
Digue.
Ponts volants.
Pont en pierre.
bb Lieux où les rivières deviennent flottables
idem navigables.
Flèche indiquant la direction du cours d'
Pont en bois.
levis-bois.
en fer.
en fer.
suspendus pour les piétons.
tournant.
roulant.
Canaux d'irrigation et de dérivation.
Canaux avec écluses à sas.
Grand canal navigable.
Canal navigable.

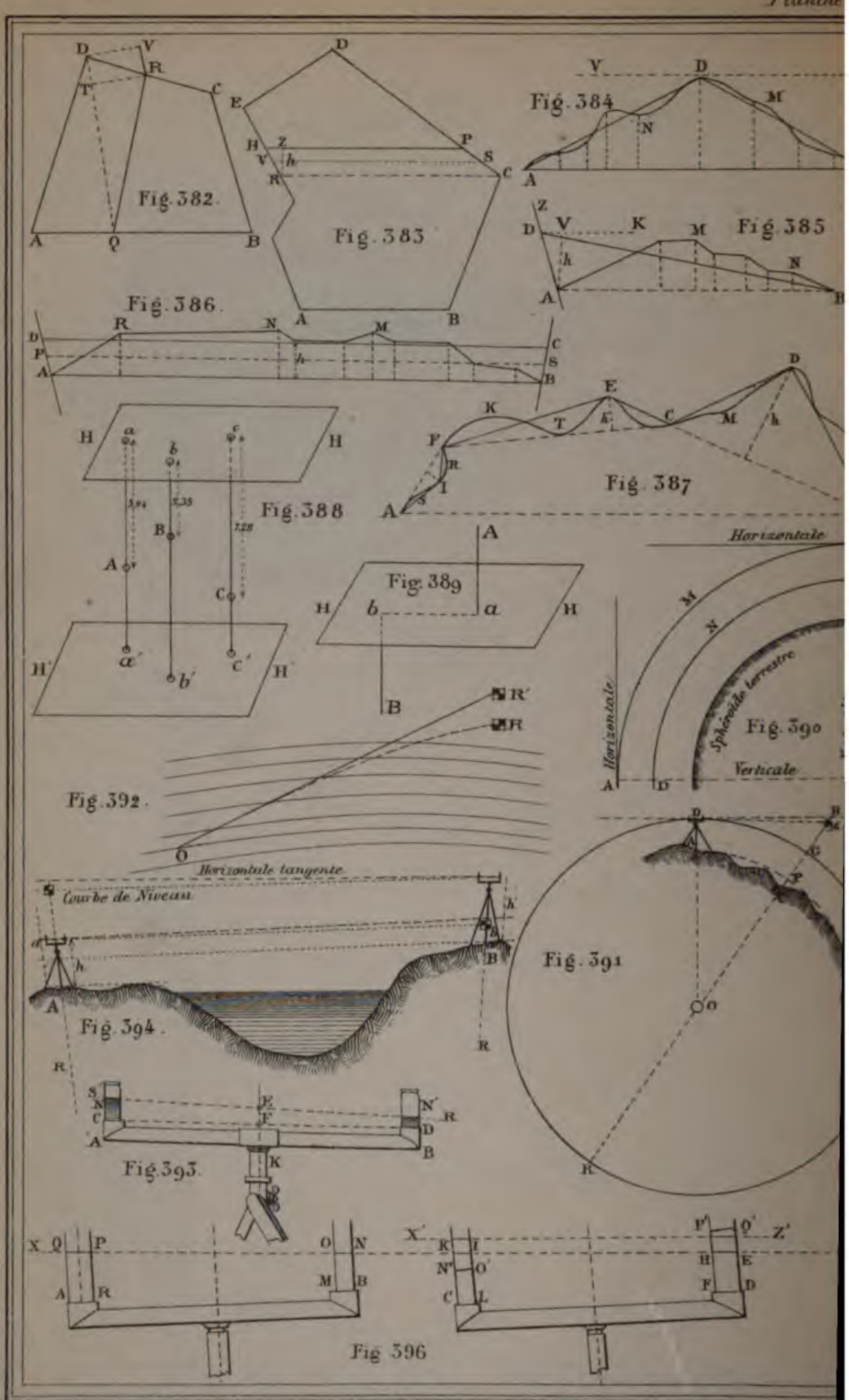

Voies de communications. Fig. 318 à 322
Routes de l'état, pavées, bordées ou non d'arbres.
Route de poste.
Routes de l'état, empierrées.
Route en blocage.
Routes provinciales, empierrées.
Sentier aboutissant.
Sentier se perdant.
„ „ pavées.
Routes tracées.
ouvertes.
terminées.
Chemins vicinaux de grande communication. (R. cantonnales)
id. proprement dits (chemins communaux, ruraux.)
Chemins d'exploitation.
Vestiges d'anciennes voies romaines.
Chemin de fer à 1 voie.
chemins de fer projetés.
„ „ à 2 voies.
(ou en construction.)
Embarcadère principal, gare tête de ligne.
Embarcadère secondaire.
Ponceau.
Station.
Grand tunnel.
Petit tunnel.
Pont.
Passage en dessous.
Passage à niveau.
Passage en dessus.
Viaducs.
Chemin de fer atmosphérique.
Poteaux indicateurs.
Bureau télégraphique.
Ligne télégraphique.
Borne
B.e
B.e
Bornes milliaires.
Lieu ou maison de poste.
Barrière.
Douane.
Pentes d'enrayage.
Localités, fabriques, maisons, etc. Fig. 323 à 325.
PR Chef-lieu de province.
CT „ de canton.
AR „ d'arrondissement.
Briqueterie.
Carrière.
Châlet.
Bureau de poste aux lettres.
Calvaire.
Eglise isolée.
Haras ordinaire.
id. d'exception.
Château.
Verrerie.
Maison.
Ferme.
Abbaye de femmes.
id. d'hommes.
Mur.
Auberge.
Tour.
Mine.
Four à plâtre.
id. à chaux.
Charbonnage.
Chapelle.
Croix.
Mur en ruine.
Cabaret.
Cimetière.
Ruines.
Eglise.
Points trigonométriques de 1.er ordre.
2.e ordre.
3.e ordre.
D
N
Flèches d'orientation.

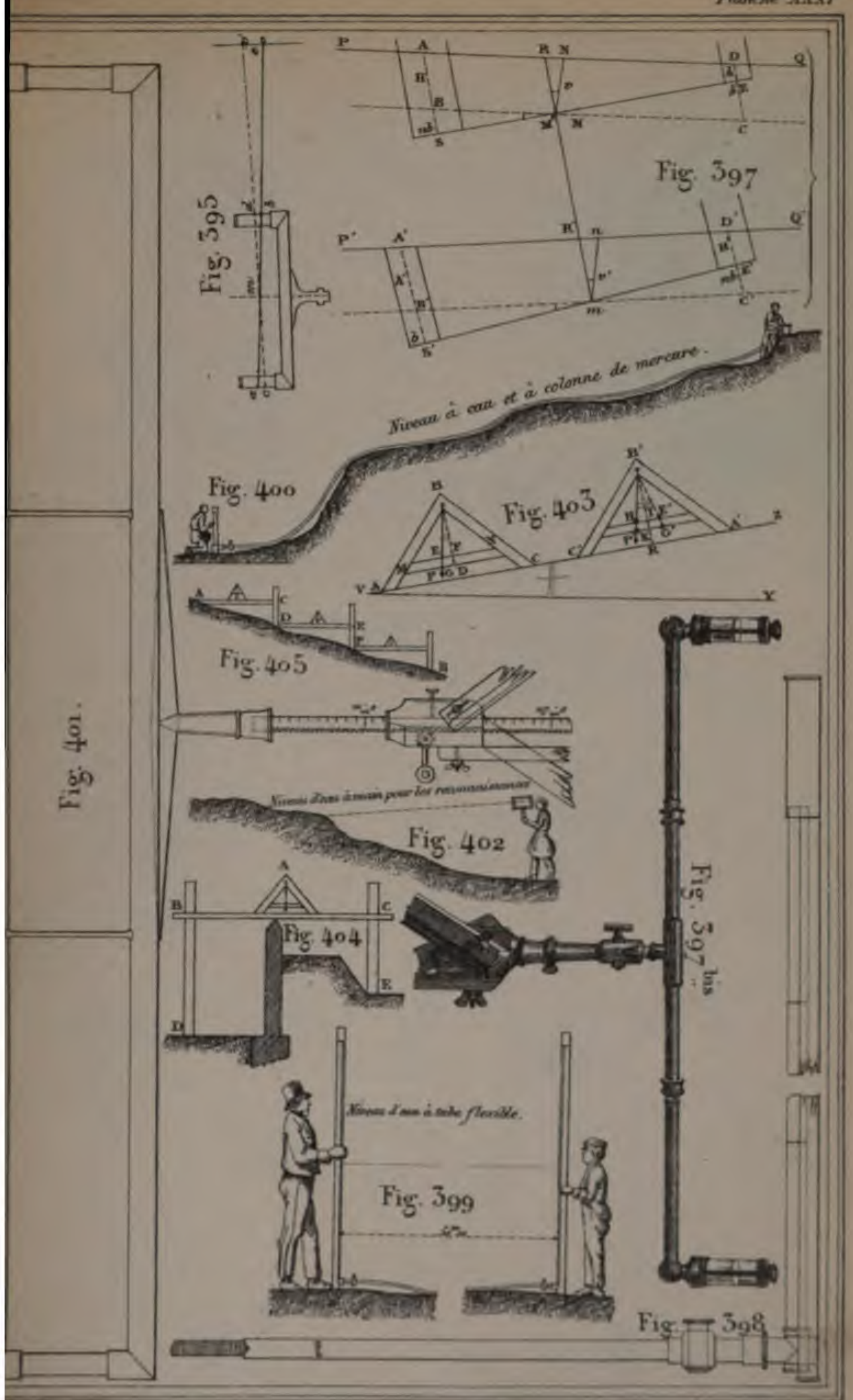

Signes conventionnels militaires. Fig. 326 à 340.
Infie par batan (au 10,000e)
Position avant le combat
1e id. de combat
2e id. id.
3e id. id.
Position après le combat
Cave
Par escadron, position avant le combat.
(autant de guidons que d'escadrons.)
Par régiment
Arte
à pied, position avant le combat
à cheval. id.
Colonnes en marche.
Infie
Cave
Arte
composées de toutes armes
Infie de marine.
Pontonniers.
Mineurs.
Tentes d'officiers supers, d'officiers, de soldats, Baraques en bois.
Grand'garde d'infie
Petit poste d'infie
id. de cave
Grand'garde de cave
Tirailleurs.
Fourrageurs.
Quartier-général.
id. ennemi.
Combat où des troupes belges ont été engagées.
Bataille id. id.
Inscrire la date sous le signe.
Parc d'arte
id. de pontons.
id. des équipages.
id. de l'intendance.
combat gagné.
id. perdu.
Bataille gagnée.
id. perdue.
Bouches à feu en batterie.
Station de gendarmerie.
Infanterie
Cavalerie
Artillerie
signes à placer sur les établissements militaires.
Ligne de marche.
id. de retraite.
Halte.
Etablissements militaires. Fig. 341 à 343.
Direction d'artillerie.
id. du génie maritime.
id. du génie.
Arsenal maritime.
Fonderie de canons.
Poudrerie. Poudrière.
Magasin à poudre.
Manufacture d'armes à feu.
id. d'armes blanches.
id. d'armes.
Arsenal de terre.
Chef-lieu de divon territoriale d'infie
Chef-lieu de divon de cave
Fig. 344.
Compas de réduction.
Echelle de 0,125
A'
A
B
B'
O
Fig. 345.
A'
B'
A
B
K
D'
D
C
M
P'
P

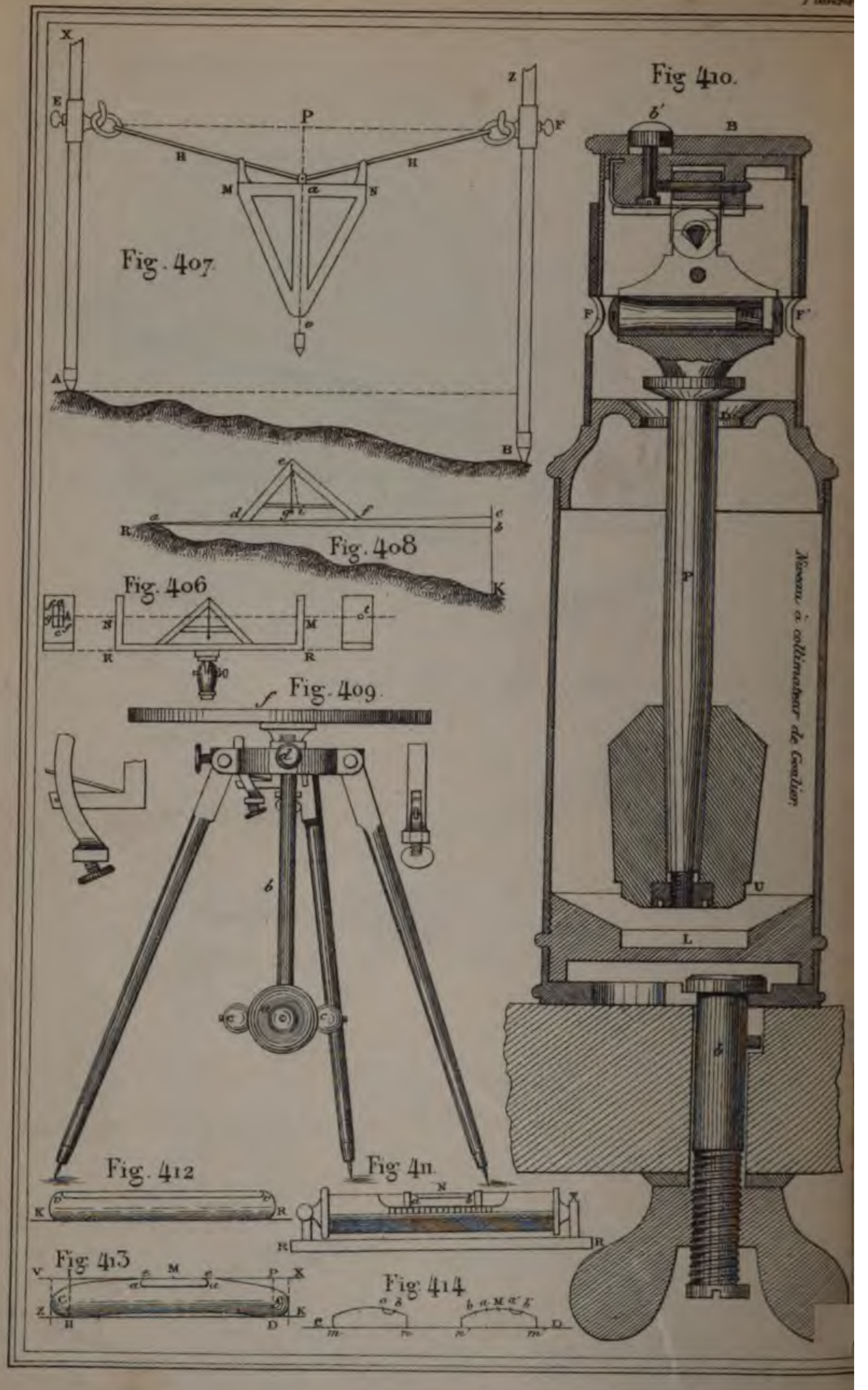

Fig. 346.
Fig. 347.
Fig. 348
Fig. 349.
Fig. 350
Fig. 351
Fig. 352
Fig. 353
Fig. 354
Bois
Fig. 355
Fig. 356
Fig. 357
Fig. 358
Fig. 359
Fig. 360
Fig. 361

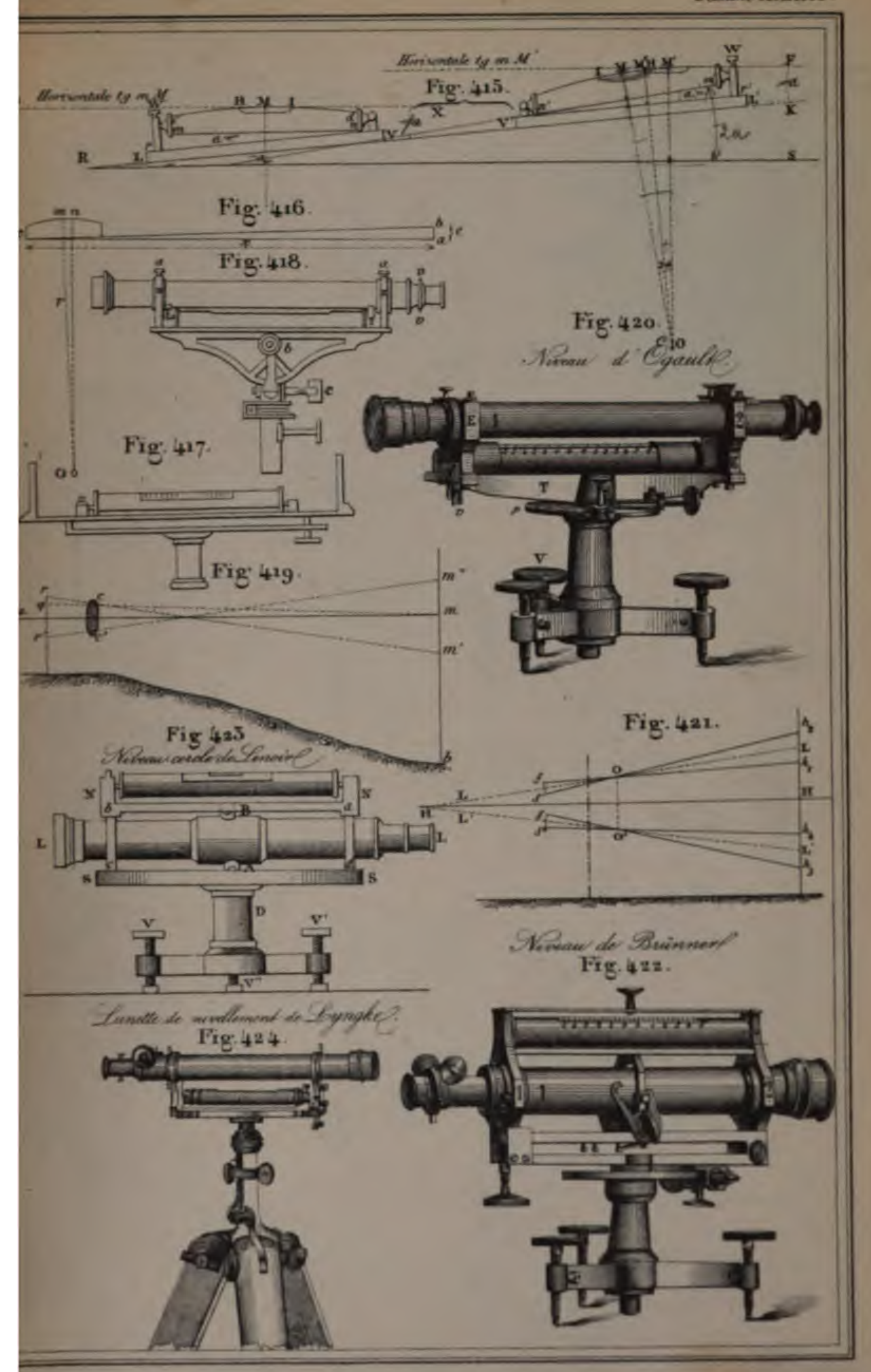

Fig. 428.
Courbe de niveau
Fig. 429.
Courbe de niveau
Mire souterraine de Mr. Borchers
Fig. 427.
Fig. 426.
Fig. 431.
Fig. 432.
Fig. 430.

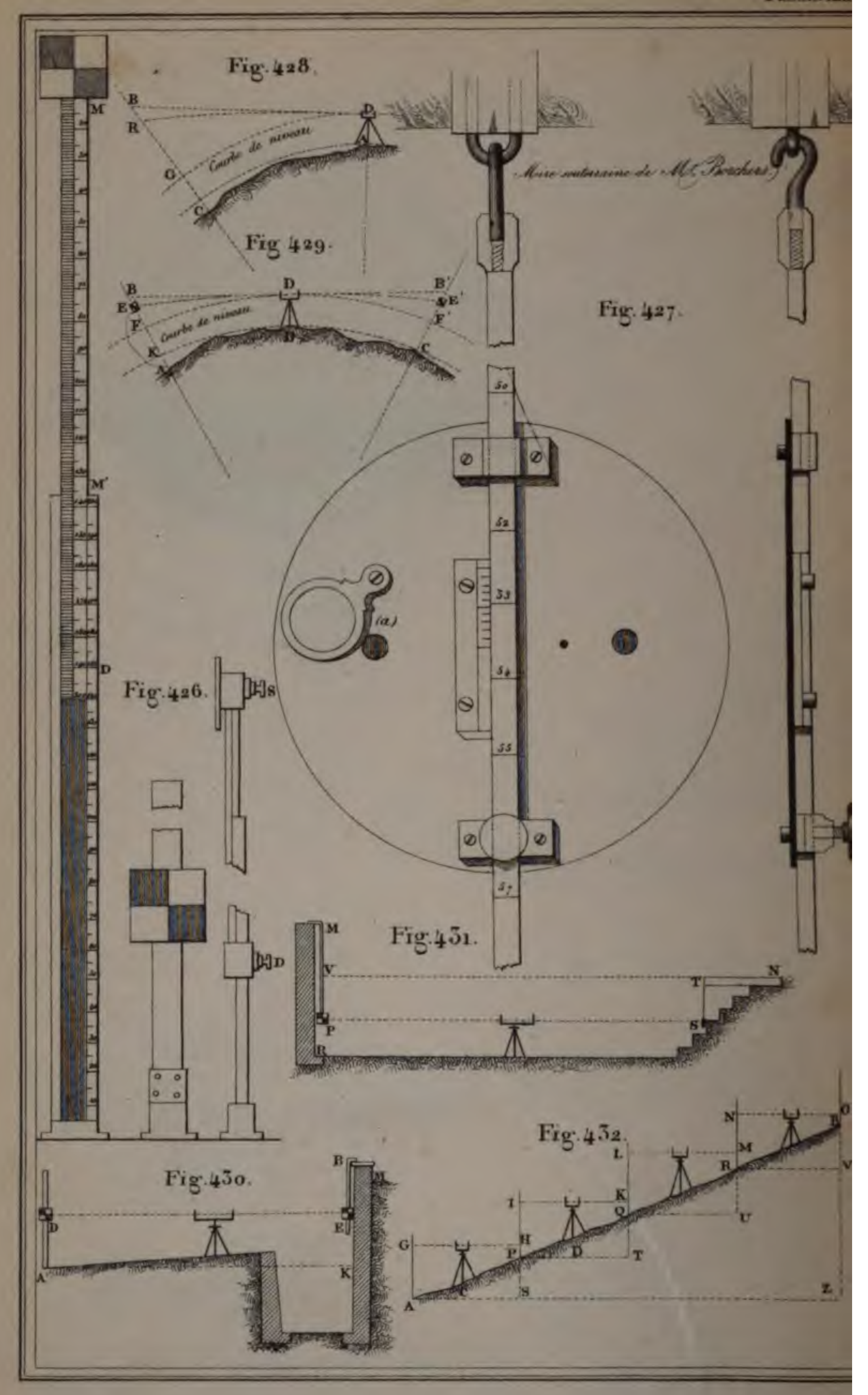

Elévation
Dessin de la Roulette
Coupe
Fig. 374
Fig. 378.
Fig. 379.
Fig. 380.
Fig. 381
Fig. 373.
Fig. 372
Planimètre d'Amsler
AB = r
BC = l
BD = a
AC = ρ

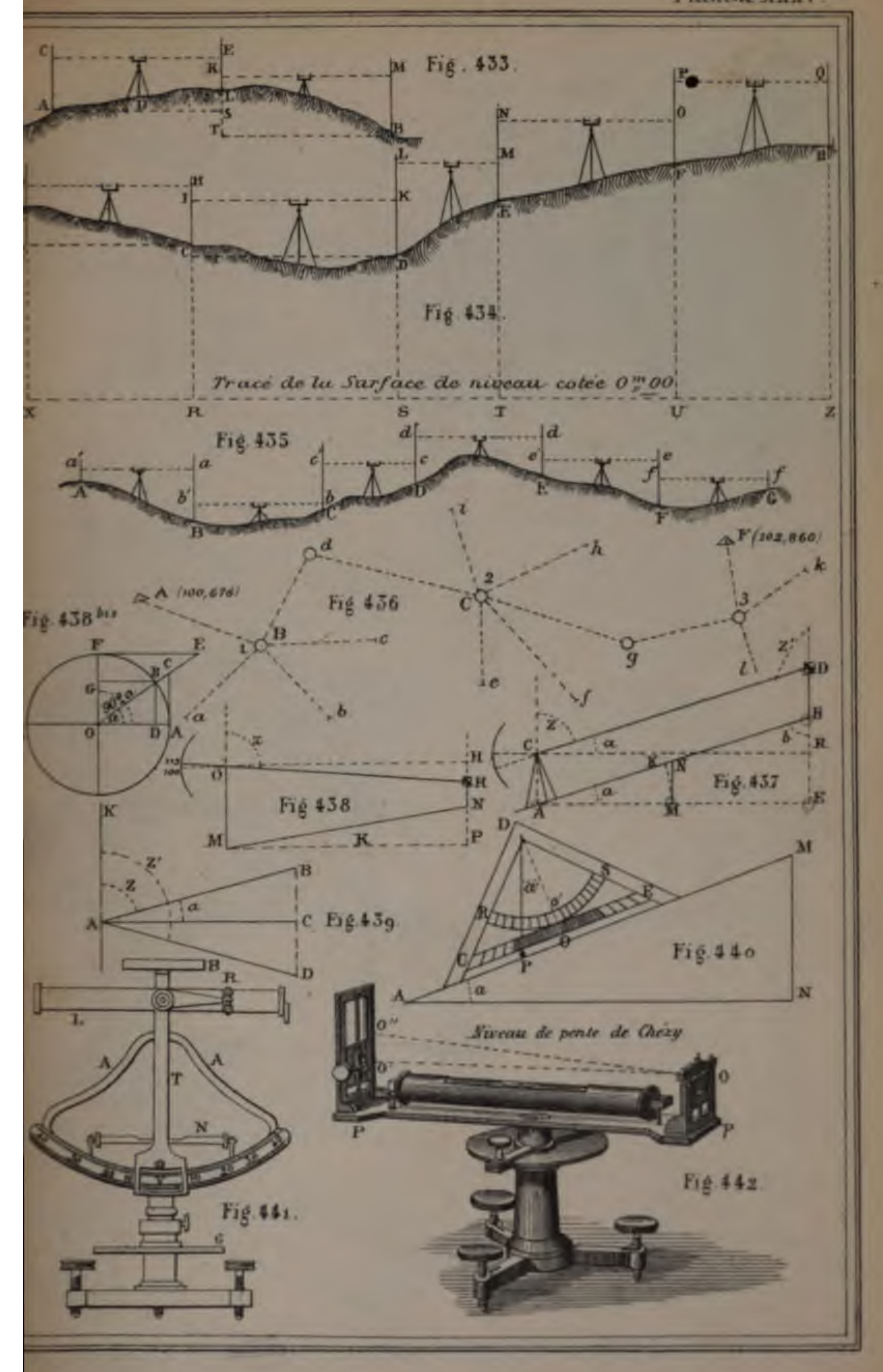

Fig. 382.
Fig. 383
Fig. 384
Fig. 385
Fig. 386.
Fig. 387
Fig. 388
Fig. 389
Fig. 390
Horizontale
Sphéroïde terrestre
Verticale
Fig. 391
Fig. 392.
Horizontale tangente
Courbe de Niveau
Fig. 393.
Fig. 394.
Fig. 396

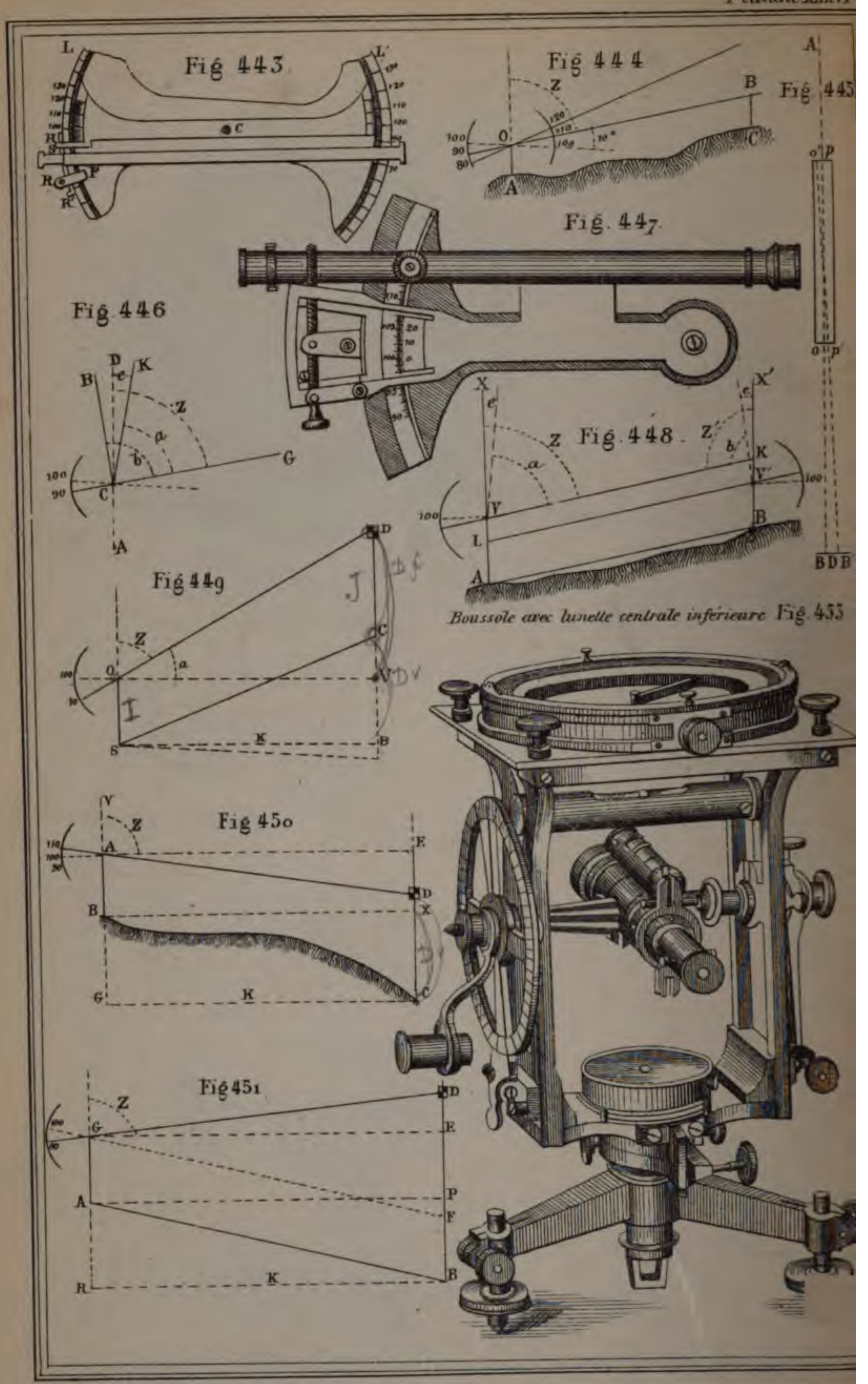

Fig. 395
Fig. 397
Niveau à eau et à colonne de mercure.
Fig. 400
Fig. 403
Fig. 405
Fig. 401.
Niveau d'eau à main pour les reconnaissances
Fig. 402
Fig. 404
Fig. 397 bis
Niveau d'eau à tube flexible.
Fig. 399
Fig. 398

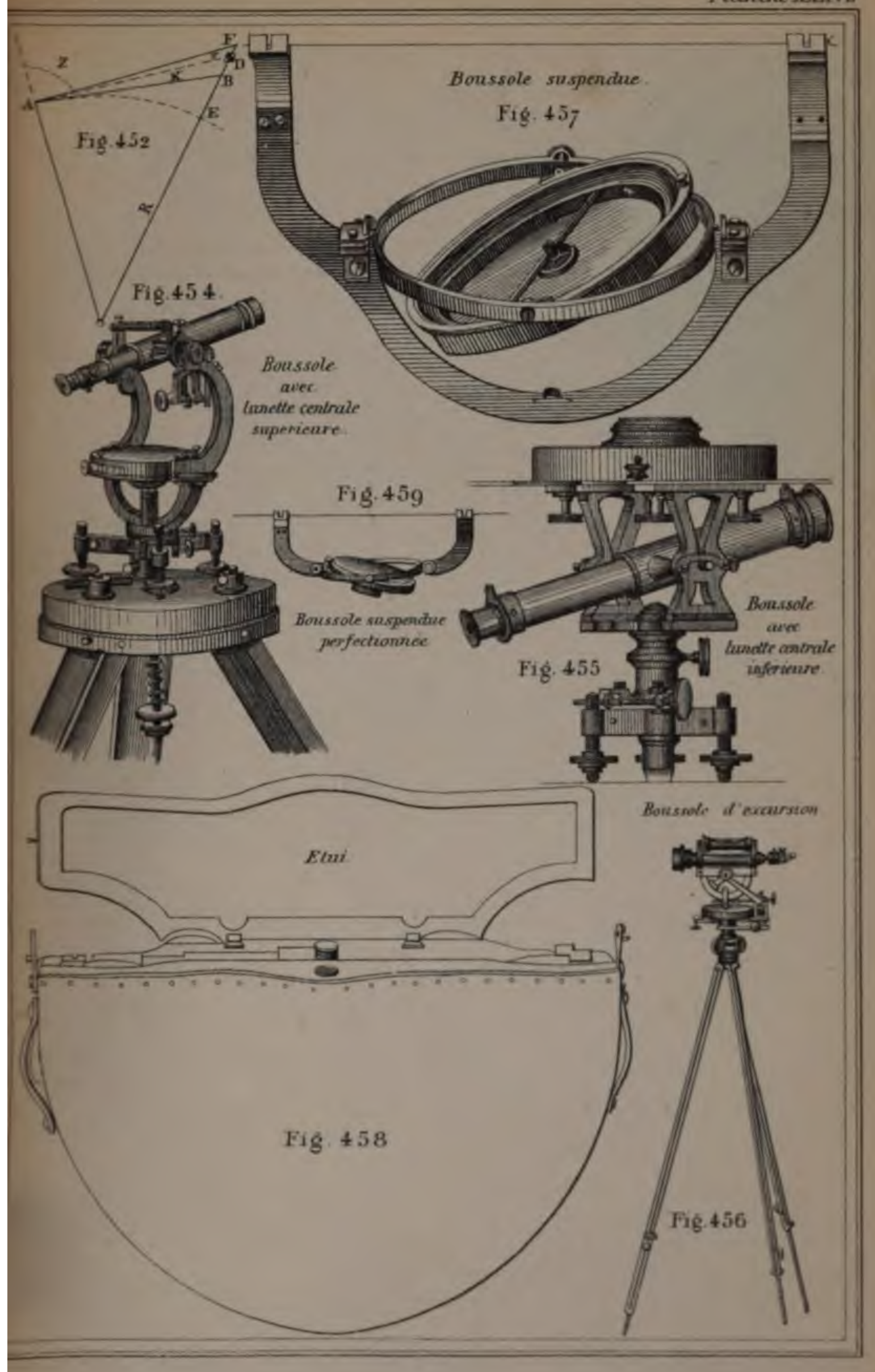

Fig. 407.
Fig. 408
Fig. 406
Fig. 409.
Fig 410.
Niveau à collimateur de Goulier.
Fig. 412
Fig 411.
Fig 413
Fig 414


Horizontale tg en M
Horizontale tg en M'
Fig. 415.
Fig. 416.
Fig. 418.
Fig. 417.
Fig. 419.
Fig. 420.
Niveau d'Egault
Fig. 421.
Fig. 423
Niveau cercle de Lenoir
Niveau de Brünner
Fig. 422.
Lunette de nivellement de Lyngke
Fig. 424.


Fig. 428.
Courbe de niveau
Fig. 429.
Courbe de niveau
Mire souterraine de Mr. Brochers
Fig. 427.
Fig. 426.
Fig. 431.
Fig. 432.
Fig. 430.


Fig. 433.
Fig. 434.
Tracé de la Surface de niveau cotée 0m,00
Fig. 435
Fig. 436
A (100,676)
F (102,860)
Fig. 438 bis
Fig. 438
Fig. 437
Fig. 439
Fig. 440
Niveau de pente de Chézy
Fig. 441.
Fig. 442.


Fig 443
Fig 444
Fig 445
Fig 446
Fig. 447
Fig. 448
Fig 449
Fig 450
Fig 451
Boussole avec lunette centrale inférieure Fig. 453


Fig. 452
Boussole suspendue.
Fig. 457
Fig. 454.
Boussole
avec
lunette centrale
superieure.
Fig. 459
Boussole suspendue
perfectionnée
Boussole
avec
lunette centrale
inferieure.
Fig. 455
Boussole d'excursion
Etui
Fig. 458
Fig. 456

